MATEMÁTICA

Educación General Básica - Subnivel Superior

8

Texto de consulta y cuaderno de trabajo.

Ministerio de Educación

REPÚBLICA DEL ECUADOR

Queridos estudiantes y docentes,

Es una profunda alegría dirigirnos a ustedes en este momento tan significativo, donde reafirmamos el compromiso del Ministerio de Educación con su desarrollo y su futuro. La educación es el motor que impulsa los sueños, el puente hacia nuevas oportunidades y el cimiento sobre el cual construiremos juntos una sociedad más justa, solidaria y próspera.

Los textos escolares que hoy llegan a sus manos no son solo herramientas de aprendizaje; son ventanas al conocimiento, puertas hacia la imaginación y compañeros de aventura en el camino del saber. A través de sus páginas, descubrirán historias que los inspirarán, resolverán desafíos que fortalecerán su pensamiento crítico y explorarán culturas que los conectarán con el mundo.

Este texto es un testimonio de nuestro esfuerzo por garantizar que cada niña, niño y joven del Ecuador reciba una educación pública, gratuita y de calidad. Queremos que este material sea más que un recurso académico; que sea una fuente de inspiración, una chispa que encienda su curiosidad y una guía que los ayude a alcanzar sus metas.

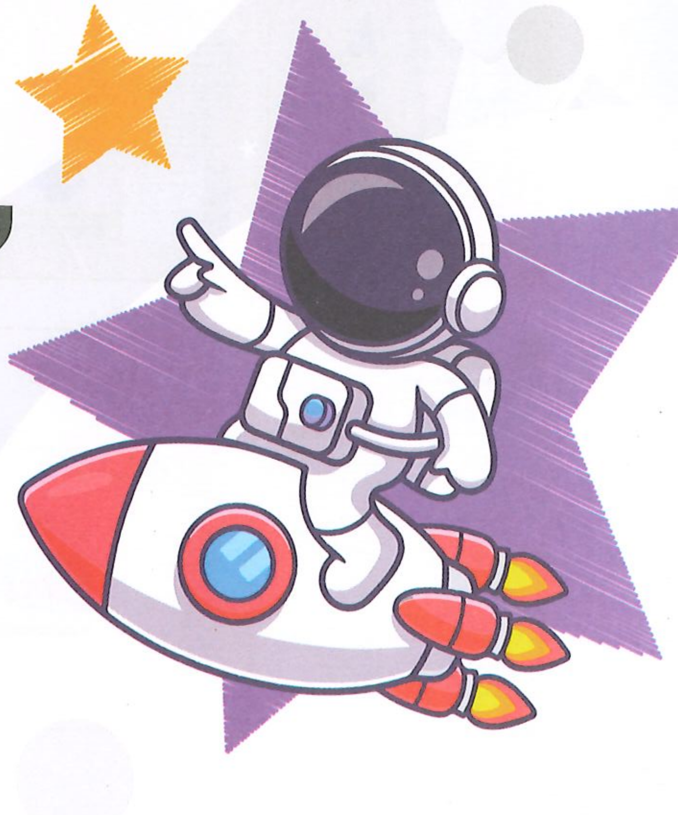
Estudiantes, el futuro está en sus manos. Cada página que lean, cada idea que cuestionen y cada conocimiento que compartan contribuirá a la construcción de sus sueños y, al mismo tiempo, al desarrollo de nuestro querido Ecuador.

Docentes, ustedes son el corazón de este proceso educativo. Gracias por su dedicación, su paciencia y su amor por la enseñanza. Su labor transforma vidas y siembra las semillas de un mejor porvenir.

Aprovechen al máximo este material. Lean con atención, hagan preguntas, busquen respuestas, compartan ideas. La educación es un compromiso que nos une a todos: estudiantes, docentes, familias y Estado.

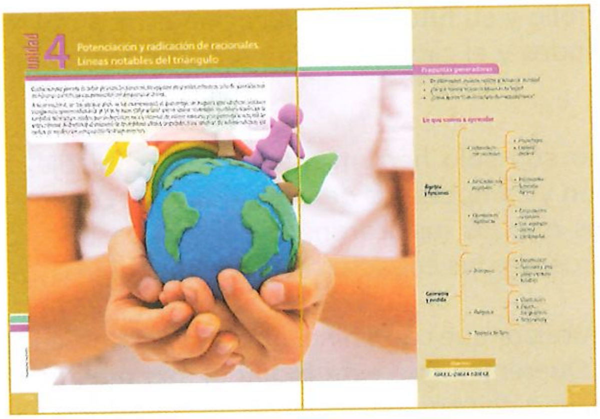
Con gratitud y esperanza, les invitamos a recorrer juntos este camino hacia el conocimiento. Porque solo a través de la educación lograremos construir un Ecuador donde cada sueño tenga la oportunidad de hacerse realidad.

¡El conocimiento
LES PERTENECE,
EL FUTURO **TAMBIÉN!**



Con afecto y admiración.
Ministerio de Educación del Ecuador
2025

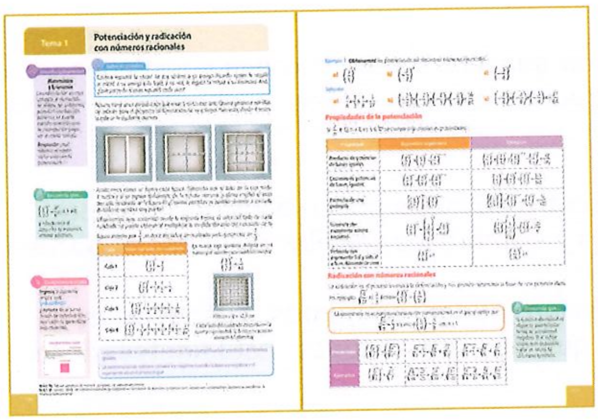
Conoce tu libro



El texto de Matemática para 8.° año de EGB comienza con una **Evaluación diagnóstica** que permite conocer las habilidades competencias y destrezas que los estudiantes han adquirido en el nivel medio de EGB.

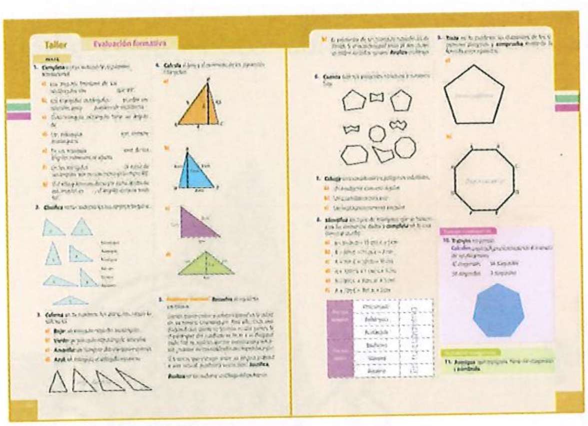
En la apertura de **unidad** hallarás una fotografía, un texto introductorio con lo que podrás "leer las imágenes" e interpretar matemáticamente la realidad.

También encontrarás preguntas generadoras que invitan a familiarizarse con los objetivos por alcanzar en cada unidad.



Los contenidos inician con la sección de **Saberes previos** o **Desequilibrio cognitivo**, que permiten relacionar tus experiencias y tu vida con el nuevo conocimiento. El material se apoya en fotografías, tablas, esquemas, gráficas e ilustraciones que harán más divertido el aprendizaje.

También encontrarás, de manera aleatoria, secciones interdisciplinarias como **DFA** (diversidad funcional en el aula), **¿Sabías que?, Recuerda que, Interdisciplinariedad, interculturalidad**, las cuales te permitirán vincular la matemática con otras ciencias y **Competencia digital** que te apoyará con enlaces de Internet para que refuerces tus aprendizajes mediante juegos, información y retos.

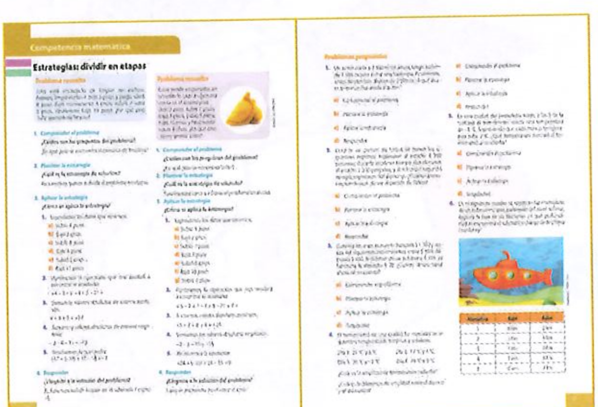


Evaluaciones formativas o talleres han sido diseñados para evaluar las destrezas, mediante actividades interesantes y dinámicas que se resuelven empleando el razonamiento lógico. Muchas de ellas fomentan la resolución de problemas y otras estimulan la aplicación de lo aprendido. Se las puede trabajar en los diversos ambientes de aprendizaje: el aula, la casa y la virtualidad.

Además, te proponemos la sección **Trabajo colaborativo** a fin de reforzar el trabajo en equipo y **Actividades indagatorias** que invitan a investigar y aplicar el contenido estudiado.

Problema-decisión. Presenta también actividades orientadas a fortalecer la capacidad de tomar decisiones, a partir del planteamiento de un problema.

En los talleres o **Evaluación formativa**, se detallan los indicadores de evaluación, que se denominan con su código por bloque curricular.



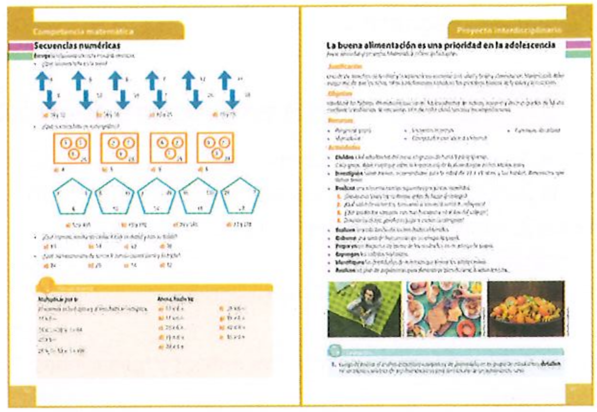
Competencia matemática favorece la aplicación de conceptos y procedimientos para solucionar problemas y situaciones matemáticas; en esta sección pondrás en juego tu inteligencia, creatividad y estrategias para resolver problemas.

La sección consta de dos partes: en la primera encontrarás el planteamiento y la resolución paso a paso de dos problemas, identificando la estrategia a emplear, hasta llegar a la solución; y en la segunda parte encontrarás una serie de problemas propuestos para que los resuelvas.

Competencia matemática asociada al desarrollo del pensamiento te ayudará a desarrollar tu aptitud verbal, razonamiento numérico y razonamiento abstracto.

Cálculo mental, por su parte, menciona estrategias para realizar cálculos rápidos.

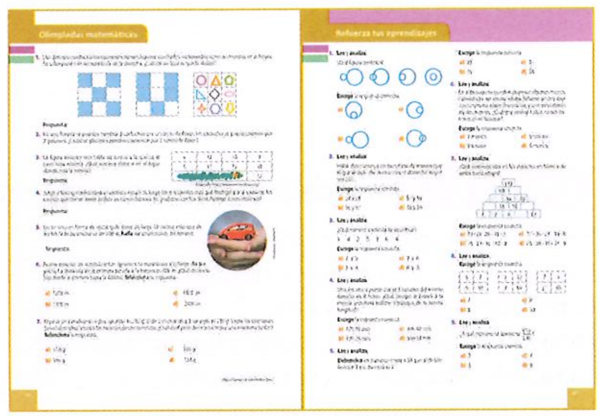
Proyecto interdisciplinar es una sección encaminada a la aplicación de la matemática en tu vida económica, social, cultural y ambiental, a través de un proyecto aplicado a diferentes contextos.



Olimpiadas matemáticas es una sección que invita a desarrollar habilidades matemáticas a través de preguntas tipo reto o concurso.

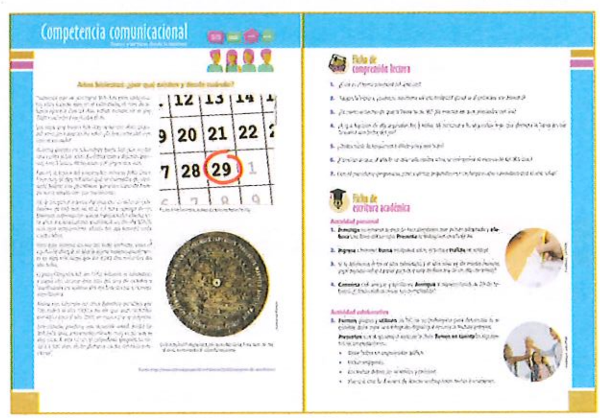
Es un instrumento que sirve para identificar tus debilidades y fortalezas, a través de preguntas de opción múltiple y que, poco a poco, te preparan para potenciar tus habilidades matemáticas.

Competencia socioemocional se encuentra distribuida a lo largo de la unidad. Te invita a desarrollar las áreas afectivas en relación con otras personas y tu desenvolvimiento en la sociedad de forma responsable y coherente con tu vida y tu futuro.



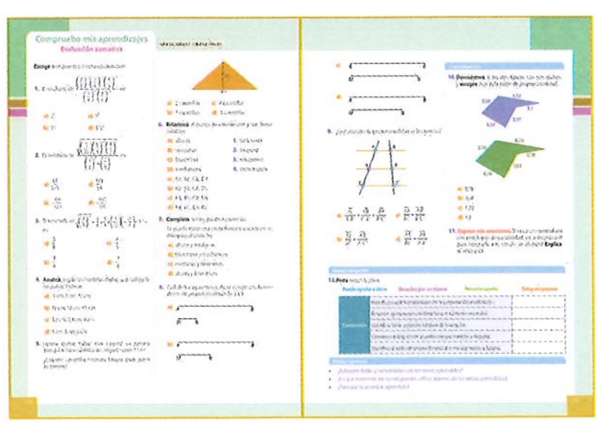
Competencia comunicacional permite desarrollar una buena comunicación para expresar y comprender ideas, pensamientos, sentimientos, conocimientos y actividades en torno de tu desenvolvimiento académico y personal.

Consta de una lectura, motivadora y de interés general, seguida de la ficha de comprensión lectora y la ficha de escritura académica.



Evaluación sumativa corresponde a la evaluación de la unidad, con opciones de respuestas y de desarrollo; son dos páginas con actividades variadas para evaluar tus destrezas. La sección incluye **heteroevaluación**, **coevaluación** y **autoevaluación**; además, de **expreso mis emociones**, donde encontrarás una pregunta que te invita a expresar lo que sientes en relación con el contexto de la unidad.

Competencia digital corresponde a tecnologías de la información y la comunicación (TIC) que se utilizan como herramientas de investigación o refuerzo del tema desarrollado.



Índice

BC 1 **Bloque curricular 1**
Álgebra y funciones

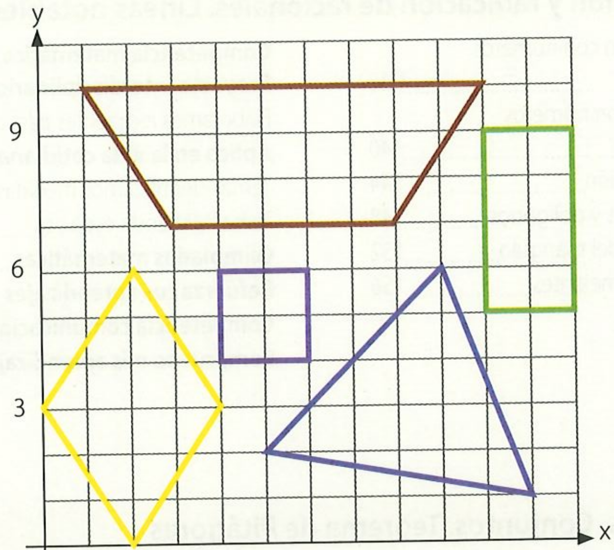
BC 2 **Bloque curricular 2**
Geometría y medida

BC 3 **Bloque curricular 3**
Estadística y probabilidad

Evaluación diagnóstica

Temas del subnivel Básica Media

1. **Escribe** los pares ordenados de los vértices de las siguientes figuras geométricas.



2. **Resuelve** los problemas en tu cuaderno.
   - **a)** En una bodega hay 2 401 objetos para abastecer a una tienda. ¿Cuántos objetos habrá en 34 bodegas iguales?
   - **b)** El municipio de una localidad compró 46 656 libros para repartir entre las escuelas del sector. Si cada libro costó $ 12, ¿cuánto pagó el municipio por todos los libros?
   - **c)** Luis obtiene 1 090 litros de leche por semana. ¿Cuántos litros obtiene en las 52 semanas que tiene un año?
   - **d)** En una fábrica de caramelos empacaron 3 583 fundas con 58 caramelos en cada una. ¿Cuántos caramelos empacaron en total? Si cada caramelo cuesta dos centavos, ¿cuánto deben cobrar por la venta de todos ellos?

Shutterstock, 414344893.

3. **Estima** las siguientes raíces y **comprueba** con la potenciación.

a) $\sqrt[2]{144} =$

b) $\sqrt[3]{343} =$

c) $\sqrt[4]{4\,096} =$

d) $\sqrt[3]{729} =$

e) $\sqrt[5]{243} =$

f) $\sqrt{1\,089} =$

g) $\sqrt[3]{0,216} =$

h) $\sqrt[3]{\dfrac{27}{64}} =$

4. **Resuelve** en tu cuaderno los ejercicios aplicando la jerarquía de las operaciones. **Expresa** la respuesta con aproximación a centésimos.

   a) $53{,}29-(3{,}18-0{,}074)\div 2{,}1-4{,}27\div\sqrt{64}$

   b) $8{,}2 + 4{,}53 \div 5{,}27 \times 8{,}2 - 7 \div (3{,}4)^3$

   c) $8{,}5\,[15{,}3 \div (6{,}05 - 1{,}87) - (9{,}4 - 5{,}22) \times 0{,}03]$

   d) $682{,}75 - \{(6{,}5 - 1{,}56)\, 8{,}5 \div 4{,}3 \times 3{,}4 + 65 \div (9{,}98 - 3{,}8\} - 5{,}7$

5. **Resuelve** los ejercicios.

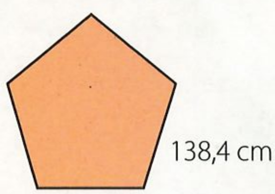
   a) $\left(5\frac{1}{2}-3\frac{1}{4}\right)\div\frac{5}{4}$

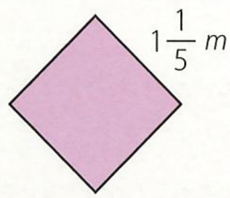
   b) $\left\{\left(\frac{3}{4}+\frac{2}{5}\right)\left(\frac{6}{5}-\frac{8}{9}\right)\right\}-(0{,}5)^2$

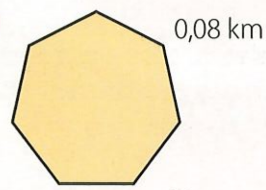
   c) $\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\right)^3+\sqrt{\frac{4}{9}}$

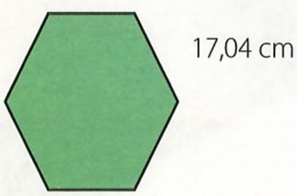
   d) $\left(\frac{2}{3}\right)^3+\left(\frac{2}{3}\right)^2-\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$

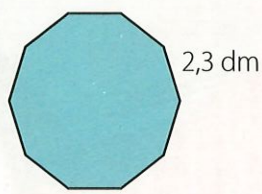
6. **Calcula** el perímetro de los siguientes polígonos regulares.

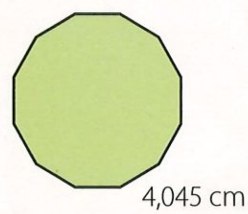
a)


c)


e)


b)


d)


f)


7. **Completa** la tabla. **Resuelve** las operaciones en tu cuaderno.

Espacio muestral	$\bar{x}=$	M_e	M_o
389, 350, 448, 390, 395, 443, 429, 394			
19, 33, 42, 40, 19, 21, 33, 39, 41, 19, 27, 40			
2, 6, 3, 9, 6, 7, 15, 2, 18, 3, 6, 8, 2, 7, 11, 14			
15,43; 24,35; 19,54; 29,43; 14,46; 18,50			

En tu cuaderno

unidad 1

Números enteros. Introducción a la estadística

La salud y el buen funcionamiento de nuestro organismo dependen de la nutrición y alimentación que tengamos durante la vida.

La alimentación nos permite tomar los alimentos del entorno. La nutrición, por su parte, es el conjunto de procesos que permiten que nuestro organismo utilice los nutrientes que contienen los alimentos para realizar sus funciones.

Existen alimentos que, para conservarse por más tiempo, pueden mantenerse en refrigeración, a temperaturas bajo cero.

Shutterstock, 511792000.

Preguntas generadoras

- ¿Qué números expresan temperaturas bajo cero?
- ¿Qué clase de alimentos necesitan refrigeración?
- ¿Qué prácticas realizas diariamente para tener una alimentación balanceada?

Lo que vamos a aprender

- **Álgebra y funciones**
  - Números enteros
    - Valor absoluto
    - Recta numérica
    - Números opuestos
    - Orden
  - Números enteros (operaciones)
    - Adición
    - Sustracción
    - Multiplicación
    - División
    - Operaciones combinadas
- **Estadística y probabilidad**
  - Población
  - Muestra
  - Variables

Objetivos
O.M.4.1. / O.M.4.2. / O.M.4.4. / O.M.4.7.

Tema 1 Conjunto de números enteros

Shutterstock. 657387067.

Al momento de resolver un problema, apunta los datos esenciales.

Recuerda que...

Para representar el conjunto de los números enteros, utilizamos la letra $\mathbb{Z}$.

¿Sabías que?

Cuando un número entero positivo y un número entero negativo están a la misma distancia del cero, se los denomina **números opuestos**.

Competencia socioemocional

Es importante que realices todos los ejercicios que te propongan resolver. Conforme avances con los contenidos, irás adquiriendo destrezas que te permitirán resolver ejercicios más complejos y tendrás mayor seguridad.

Desequilibrio cognitivo

¿Cómo escribes los números para diferenciar la altura de una montaña y la profundidad en la que se encuentra un submarino respecto al nivel del mar?

Martha revisa la tabla del peso ideal de cuatro pacientes, para tomar medidas preventivas en su nutrición. ¿Qué recomendaciones les puede dar a sus pacientes?

Paciente	Peso real (*kg*)	Peso recomendado (*kg*)	Observaciones (kilogramos que faltan o sobran)
Rosa	62	60	+2
Daniel	67	69	−2
Julia	58	58	0
Pedro	62	59	+3

Si el paciente tiene más peso que el recomendado, lo representa con +2 y +3.

Si el paciente tiene menos peso que el recomendado, lo representa con −2.

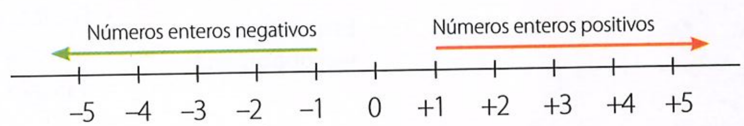
Si el paciente está en el peso recomendado, lo representa con el 0 (este no es negativo ni positivo).

El conjunto de números enteros positivos con el conjunto de números enteros negativos y el cero forman el conjunto de los números enteros.

$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \; U \; \{0\} \; U \; \mathbb{Z}^+$ $\qquad$ $\mathbb{Z} = \{..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4,...\}$

Ubicación en la semirrecta numérica

Para representar números enteros, se utiliza la recta numérica. En ella se colocan los números de forma ordenada, de la siguiente manera: a la derecha del cero, los números enteros positivos; a la izquierda del cero, los números enteros negativos.

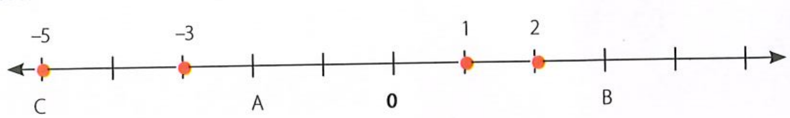


Ejemplo

a) Ubicamos los siguientes números en la recta numérica: −5, 2, −3, 1.

b) Colocamos los números que corresponden a cada letra señalada.

Solución

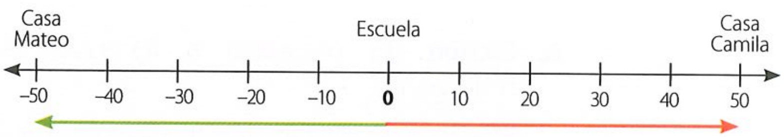


$A = -2$ $\qquad$ $B = 3$ $\qquad$ $C = -5$

M.4.1.1. Reconocer los elementos del conjunto de números enteros, ejemplificando situaciones reales en las que se utilizan los números enteros negativos.
M.4.1.2. Establecer relaciones de orden en un conjunto de números enteros, utilizando la recta numérica y la simbología matemática (=, <, ≤, >, ≥).

Valor absoluto y orden de números enteros

Camila y Mateo caminan diariamente a su escuela. Ambos viven a 50 m de la escuela, pero en sentido contrario. ¿Cuántos metros de distancia existen entre la casa de Camila y la de Mateo?



Como la distancia a la que viven Mateo y Camila con respecto a la escuela es de 50 *m*, entonces: 50 *m* + 50 *m* = 100 *m*. Esta es la distancia que los separa.

Valor absoluto

El valor absoluto de un número es la distancia que existe entre el número y el cero en una recta numérica. Para representar el valor absoluto de un número, se utilizan barras verticales.

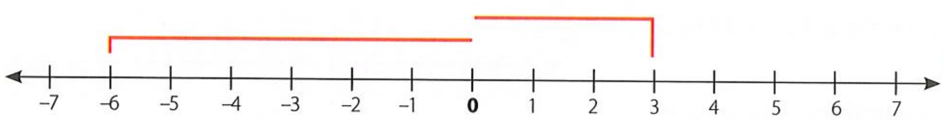
$$|a| = a \text{ si } a \geq 0 \text{ y } |a| = -a \text{ si } a < 0.$$

Ejemplo 2

Encontramos el valor absoluto de los siguientes números: –6, 3.

Solución

Primero ubicamos los números en la recta numérica.



Determinamos la distancia de cada número respecto a cero; luego definimos el valor absoluto.

$$|-6| = 6 \qquad |3| = 3$$

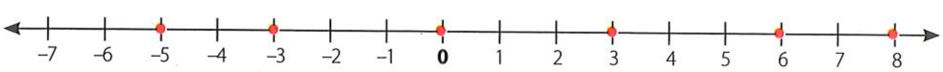
Relación de orden de números enteros

Para comparar números enteros es necesario ubicarlos en la recta numérica y observar la posición de cada uno. El número que está a la derecha del otro es el mayor.

Ejemplo 3

Ordenamos en forma ascendente los siguientes números: –3, 8, –5, 6, 0, 3.

Solución



$-5 < -3 < 0 < 3 < 6 < 8$

DFA

Cuando una persona tiene dificultades o problemas de motricidad, es importante tener en cuenta que los desplazamientos y ritmos no siempre se ajustarán a los de los demás.

Competencia matemática

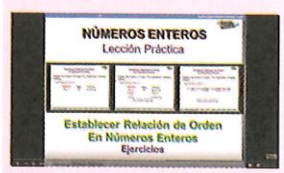
Para escribir enteros positivos, no es necesario escribir el signo + antes del número.

Responde: ¿qué números enteros son mayores que –6 y menores que 3?

Competencia digital

Si quieres profundizar el tema de relación de orden con números enteros, **visita** el siguiente enlace web:

lynk.ec/8m01



Resume en el cuaderno el contenido del audiovisual.

Taller Evaluación formativa

I.M.4.1.1.

1. **Completa** la siguiente tabla en tu cuaderno, con el número correspondiente.

Situación	Número entero
Estoy a 200 m bajo el nivel del mar.	
Luis depositó $ 450.	
Carlos retiró $ 35 dólares de la cuenta.	
El ascensor está en el subsuelo 3.	
El avión ascendió 2 000 m.	
La temperatura de la nevera marca 15 grados bajo cero.	
El estacionamiento está en el subsuelo 2.	

En tu cuaderno

2. **Escribe** el número entero asociado a cada situación.
   a) La temperatura ambiente es de 7 °C bajo cero.
   b) Quito está a 2 800 m sobre el nivel del mar.
   c) Pedro tiene ahorrado $ 300.
   d) Arquímedes nació en el año 287 a. C.
   e) Ana está en el quinto piso del edificio.
   f) La buceadora se encuentra a 45 m de profundidad.

3. **Identifica** los elementos y **escribe** en el conjunto correspondiente en tu cuaderno.

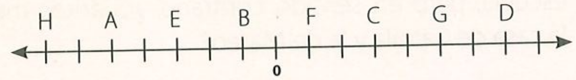
   −23, 34, −67, 12, 17, −100, 56, 89, −80, 75, −9, −12

   $^+ = \{3.$ $;\}$

   $^- = \{-23, -6$

4. **Escribe** el número que corresponde en cada caso.
   a) ¿Qué número se encuentra 3 unidades a la izquierda de −5?
   b) ¿Qué número se encuentra 6 unidades a la izquierda de −6?
   c) ¿Qué número se encuentra 2 unidades a la derecha de −1?
   d) ¿Qué número se encuentra 5 unidades a la derecha de −9?

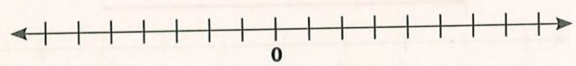
5. **Escribe** los números que se encuentran en la recta numérica.



6. **Escribe** (V) verdadero o (F) falso, según corresponda.
   a) Cualquier número positivo es mayor que un número negativo.
   b) Entre dos números positivos es menor el que tiene mayor valor absoluto.
   c) El cero es mayor que cualquier número positivo.
   d) El cero es mayor que cualquier número negativo.

7. **Ubica** en la recta numérica las letras de los números solicitados.

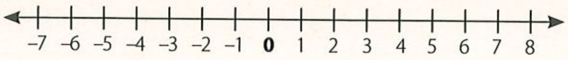
   A = 5 B = 2 C = −3
   D = −1 E = 6 F = −6



8. **Responde** las siguientes preguntas.
   a) ¿Qué números enteros tienen como valor absoluto 209?
   b) ¿Qué número entero es mayor que −6 y menor que −4?

9. **Escribe** cuatro números enteros que estén entre:
   a) −5 y 9
   b) −15 y −3
   c) −10 y 0
   d) −12 y 5
   e) −22 y −11

10. Observa la recta numérica y **responde**.



a) ¿Cuántos números enteros se encuentran entre el 4 y −4?

b) ¿Cuántos números enteros se encuentran entre el 0 y −7?

c) ¿Cuántos números enteros se encuentran entre el 0 y −1?

d) ¿Cuántos números existen entre −5 y 2?

e) ¿Cuántos números hay entre −7 y 4?

11. Compara los pares de números y **escribe** en tu cuaderno los signos < o >, según corresponda.

a)	+8	−8	i)	−5	+3
b)	+8	−9	j)	+9	−2
c)	−2	+8	k)	+30	−21
d)	0	+7	l)	−23	+70
e)	−5	−1	m)	−25	+32
f)	−17	−59	n)	−120	−14
g)	−5	−2	o)	−12	−26
h)	+6	+8	p)	−1	−14

12. Ordena en forma ascendente los números.

a) 4, −6, 9, 0, −8, 23, −50, 12, −12

b) 17, −34, −15, 9, 5, 23, 12, −5, 20

c) 37, −4, −45, −9, −5, 3, −2, −15, 0

d) − 3, 35, 12, 74, − 13, 19, − 63, 15, − 1

Trabajo colaborativo

13. Trabajen en equipos.

Escriban en tarjetas 10 números positivos y 10 negativos. Cada participante **escoge** al azar cuatro números y los **ubica** en una recta numérica.

14. Escribe el número que se encuentra antes y después de cada número dado.

Antes	Número	Después
En tu cuaderno	7	En tu cuaderno
	−8	
	12	
	0	

15. Halla el valor absoluto de cada número.

$|-5| =$ $|+7| =$ $|-20| =$

$-|-2| =$ $|-|-3|| =$ $-|-|-15|| =$

16. Escribe los números enteros que tengan por valor absoluto cada uno de los siguientes números:

a) 9

b) 15

c) 10

d) 235

17. Escribe los cuatro siguientes términos de cada sucesión.

a) −10, −5, 0, 5, 10, 15,

b) −20, −17, −14, −11, −8, −5,

c) 25, 20, 15, 10, 5, 0,

d) 6, −1, −8, −15, −22, −29,

Actividad indagatoria

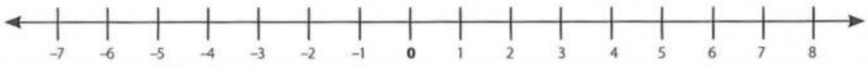
18. Acude a la biblioteca e **investiga** las fechas de nacimiento de los siguientes personajes: Euclides, Pitágoras, Aspasia de Mileto, Hiparquía de Maronea, Galileo Galilei, Pablo Neruda, Gabriela Mistral, Aristóteles, René Descartes, Isaac Newton. **Elabora** una línea de tiempo en una recta numérica y **representa** los años de nacimiento de cada uno.
Visita el siguiente enlace web
lynk.ec/8m02

19. Investiguen sobre las temperaturas más altas y más bajas sobre la Tierra; luego, **expongan** en clases los lugares con temperaturas extremas que encontraron.

Tema 2 Adición con números enteros

Saberes previos

¿Qué distancia existe entre –7 y 4?

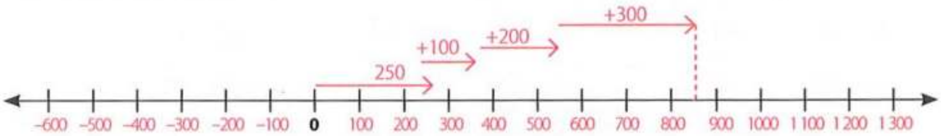


Adición con números enteros de signos iguales

Luisa tiene $ 250 en su cuenta de ahorros. Si deposita $ 100 el lunes, $ 200 el martes y le acreditan $ 300 el miércoles, ¿cuánto dinero tiene en su cuenta hasta ese día?

Para saber cuánto dinero tiene Luisa, suma las cantidades; todas estas representan números enteros positivos.

(+250) + (+100) + (+200) + (+300)

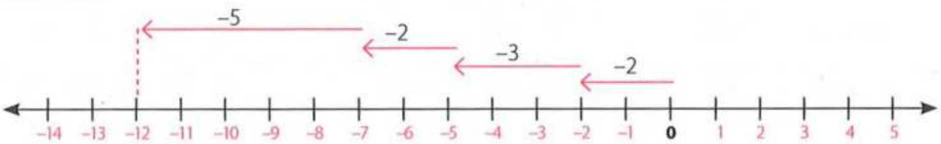


250 + 100 + 200 + 300 = 850

Ejemplo 1

Sumar (–2) + (–3) + (–2) + (–5)

Solución



–2 – 3 – 2 – 5 = –12

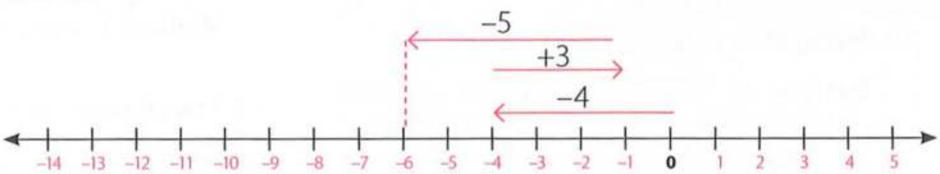
Para sumar números enteros de igual signo, se suman sus valores absolutos y el signo del resultado es el mismo que el de los sumandos.

Adición con signos diferentes

Ejemplo 2

Efectuar la siguiente adición: –4 + (+ 3) + (–5)

Solución



–4 + 3 –5 = –6

Para sumar dos números enteros de signos diferentes, se restan sus valores absolutos y se conserva el signo del número que tiene mayor valor absoluto.

Competencia comunicacional

El ser humano creó otro conjunto, el de los números negativos, los cuales se conocían antiguamente como "números deudos" o "números absurdos".

Fuente: http://www.aprende-matematicas.com/enteros/HISTORIA.html

Responde: ¿qué número se encuentra 7 unidades a la derecha de –11?

Glosario

absurdo. Que es contrario a la lógica o a la razón.

Competencia socioemocional

Cuando trabajes en grupo, toma la iniciativa y manifiesta tus puntos de vista en la resolución de problemas para llegar a soluciones efectivas.

Comenta tu opinión en clase.

Interculturalidad

Nuestros ancestros indígenas utilizaban varias herramientas para realizar cálculos matemáticos; una de ellas es la taptana, una tabla similar a un ábaco.

Mira el video del enlace para que conozcas su utilización. *lynk.ec/8m03*

M.4.1.3. Operar en $\mathbb{Z}$ (adición, sustracción, multiplicación) de forma numérica, aplicando el orden de operación.
M.4.1.4. Deducir y aplicar las propiedades algebraicas (adición y multiplicación) de los números enteros en operaciones numéricas.

Opuesto aditivo de un número entero

El opuesto de un número entero es el número que al ser sumado con él da de resultado el número 0.
Cada número entero tiene su opuesto.
El opuesto de un número tiene el mismo valor absoluto, pero signo contrario.
El opuesto del número 0 es 0.

Ejemplo 3 Resolvamos las siguientes adiciones:

a) $(+2) + (-2) =$ **b)** $(+8) + (-8) =$ **c)** $(+12) + (-12) =$

Solución

a) $2 - 2 = 0$ **b)** $8 - 8 = 0$ **c)** $12 - 12 = 0$

Todas las adiciones dan como resultados cero. Se puede observar que dos números son opuestos sí tienen el mismo valor absoluto.

Glosario

Elemento neutro. Número que, operado con cualquier otro, no altera el resultado.

Opuesto del opuesto

El opuesto del opuesto de un número es igual al mismo número.

Simbología matemática

$\forall$: para todo

$\in$: pertenece a, o es elemento de

Ejemplo 4 Hallamos el opuesto del opuesto de -8.

Solución

Primero se halla el opuesto de $-\{[-(-8)]\}$.

$-(-8) = +8$. Después se obtiene el opuesto de este: $-(+8) = -8$ $\qquad -\{[-(-8)]\} = -8$

Propiedades de la adición

La adición de números enteros, cumple con las siguientes propiedades:

Propiedad	Enunciado	Expresión algebraica	Ejemplos
Conmutativa	El orden de los sumandos no altera el resultado.	$\forall a, b \in \mathbb{Z}$; $a + b = b + a$	$(-7) + (+4) = (+4) + (-7)$
Asociativa	Si se agrupan tres o más sumandos de distintas formas, su resultado no cambia.	$\forall a, b, c \in \mathbb{Z}$; $(a + b) + c = a + (b + c)$	$[(+4) + (-2)] + (-3) = (+4) + [(-2) + (-3)]$
Clausurativa	La suma de dos números enteros es otro número entero.	$\forall a, b \in \mathbb{Z}$; $a + b = c$; $c \in \mathbb{Z}$	$(-5) + (+4) = -1$
Del elemento neutro	La suma de un número entero y cero da como resultado el mismo número entero.	$\forall a \in \mathbb{Z}, 0 \in \mathbb{Z}$; $a + 0 = 0 + a = a$	$(-2) + 0 = 0 + (-2) = -2$
Del opuesto aditivo	La suma de un número con su opuesto es igual a cero.	$\forall a \in \mathbb{Z}, (-a) \in \mathbb{Z}$; $a + (-a) = 0$	$(+3) + (-3) = 3 - 3 = 0$

Taller

Evaluación formativa

I.M.4.1.1.

1. **Resuelve** las adiciones; **emplea** la recta numérica.

a) $+3 + (-4) =$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 **0** 1 2 3 4 5 6 7 8

b) $-5 + (-2) =$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 **0** 1 2 3 4 5 6 7 8

c) $-4 + (4) =$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 **0** 1 2 3 4 5 6 7 8

d) $-6 + (+11) =$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 **0** 1 2 3 4 5 6 7 8

e) $-2 + (+6) =$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 **0** 1 2 3 4 5 6 7 8

f) $-1 + (-6) =$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 **0** 1 2 3 4 5 6 7 8

g) $-7 + (+3) =$

−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 **0** 1 2 3 4 5 6 7 8

2. **Resuelve** las siguientes operaciones.

a) $+5 + (+5) =$
b) $-4 + (-4) =$
c) $-3 + (-3) =$
d) $+2 + (+7) =$
e) $+1 + (+8) =$
f) $-8 + (-9) =$
g) $+8 + (+12) =$
h) $-6 + (-12) =$
i) $+7 + (+10) =$
j) $-5 + (-10) =$
k) $+9 + (-15) =$
l) $+15 + (-15) =$
m) $-1 + (+7) =$
n) $0 + (+3) =$
o) $-16 + (+5) =$
p) $-7 + 0 =$
q) $-4 + (+13) =$
r) $-17 + (+8) =$
s) $-20 + (+3) =$
t) $6 + (-21) =$
u) $-5 + (+2) =$
v) $9 + (-2) =$
w) $-5 + (+2) =$
x) $-8 + (-2) =$
y) $-23 + (+16) =$
z) $+19 + (-32) =$

3. **Completa** las adiciones en tu cuaderno con el término que falta.

a) $+2 + \quad = +29$
b) $\quad + (+81) = +75$
c) $-8 + \quad = -57$
d) $+4 + \quad = +14$
e) $\quad + (+25) = +13$
f) $-7 + \quad = 33$
g) $\quad + (-13) = -17$
h) $-17 + \quad = -38$
i) $\quad + (+32) = +27$
j) $-6 + \quad = -20$
k) $\quad + (+11) = -2$
l) $\quad + (-10) = -30$
m) $+18 + \quad = +9$
n) $-16 + \quad = -31$
o) $-25 + \quad = -50$
p) $\quad + (-21) = 21$
q) $\quad + (-13) = -32$
r) $\quad + (-24) = 30$

4. Problema-decisión. **Aplica** lo aprendido y **decide** cuáles afirmaciones son verdaderas (V) y cuáles falsas (F).

a) La suma de un número y su opuesto da como resultado cero.
b) De la suma de dos números enteros positivos siempre se obtiene un entero positivo.
c) De la suma de dos números enteros negativos siempre se obtiene un entero positivo.
d) De la suma de un entero positivo y un negativo se obtiene un entero negativo.

5. **Completa** la siguiente tabla en tu cuaderno.

Operación	$a+b+c$	$b+c$	$a+c$	$a+b$
$a=-4, b=-7, c=8$				
$a=5, b=-2, c=4$				
$a=-8, b=-3, c=9$				
$a=6, b=-9, c=12$				

En tu cuaderno

6. **Selecciona** las operaciones equivalentes.

a) $-6 + (-4) + (-3) + 9$
b) $(-8 + 9) + 7$
c) $(-6) + 7 + 5$
d) $0 + 8$

1) $8 + 0$
2) $8 + 0$
3) $(7 - 8) + 9$
4) $-3 + (-6) + 9 + (-4)$

7. Escribe en tu cuaderno lo que se solicita en cada caso.

a) Las tarjetas cuyos sumandos den como resultado −56.

A) −67 B) +9 C) −72
D) −20 E) +16 F) −24

b) Las tarjetas cuyos sumandos den como resultado −89.

A) −57 B) +99 C) −120
D) −10 E) +41 F) −32

c) Las tarjetas cuyos sumandos den como resultado −42.

A) −16 B) 21 C) 40
D) −21 E) −26 F) −2

d) Las tarjetas cuyos sumandos den como resultado 39.

A) 78 B) 64 C) 29
D) −39 E) −10 F) 103

e) Las tarjetas cuyos sumandos den como resultado −23.

A) 35 B) −12 C) −58
D) 11 E) −11 F) 12

8. Determina las operaciones que están incorrectas.

a) $+8+(-18)=+10$
b) $-7+(+10)=+3$
c) $-15+(-8)=-7$
d) $16+(-21)=-37$
e) $-25+(-25)=0$
f) $-12+(+8)=-4$
g) $-8+(-20)=-12$
h) $-2+(-18)=-20$
i) $+16+(-15)=-31$
j) $-19+(-19)=-38$

9. Escribe el opuesto de cada número.

a) 45 opuesto
b) −7 opuesto
c) 21 opuesto
d) −13 opuesto
e) −2 opuesto
f) 20 opuesto
g) −(−6) opuesto
h) |−10| opuesto

Trabajo colaborativo

10. Resuelvan en parejas la siguiente situación y **represéntenla** en la recta numérica.

Luis tenía $ 45, ganó $ 15 en un juego y luego gastó $ 8 en comida. ¿Cuánto dinero tiene ahora Luis?

11. Completa los espacios en blanco.

a) $+6+\quad=0$
b) $\quad+(+9)=0$
c) $-18+(+18)=$
d) $-7+\quad=0$
e) $-15+(\quad)=0$
f) $-11+(\quad)=0$
g) $+26+(-26)=$
h) $-(\quad)+(-13)=0$

12. Aplica las propiedades solicitadas.

Conmutativa

$-6+(-5)+(+4)+(-2)=$

Asociativa

$-7+(-8)+(+5)+(-4)=$

Clausurativa

$-10+(-2)+(+3)+(-15)=$

Del elemento neutro

$(-2)+0=$ $\quad 0+(-5)=$

$8+0=$ $\quad 0+(-17)=$

Del opuesto aditivo

$-10+\quad=0$

$-\quad+(15)=0$

Conmutativa

$+14+(-4)+(+1)+(-6)=$

Asociativa

$+11+(-7)+(-5)+(-3)=$

Clausurativa

$-10+(-2)+(+3)+(-15)=$

13. Resuelve la siguiente situación.
Un submarino inicialmente está a −83 m con respecto al nivel del mar. Luego, cambia su posición y asciende hasta llegar a una profundidad de −15 m. ¿Cuántos metros recorrió para llegar hasta la nueva profundidad?

14. Problema-decisión. Fabián tiene en su cuenta $ 780 y realiza los siguientes movimientos:

- Retira $ 220 y $ 310.
- Deposita $ 800 y $ 250.

¿Cuánto dinero tiene Fabián en su cuenta?

Si fueras Fabián y te proponen participar de un negocio en el que debes aportar todo el saldo que tienes en la cuenta, ¿qué análisis harías y cuál sería tu decisión? **Justifica.**

Actividad indagatoria

14. Averigua cuál es el número que tiene como valor absoluto 9 y es menor que −2.

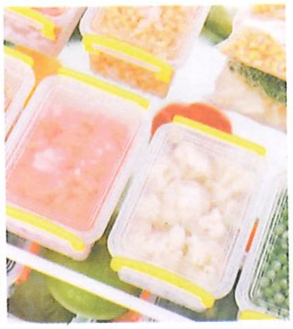
15. Indaga una aplicación de los números enteros en la vida cotidiana.

Tema 3

Sustracción de números enteros y operaciones combinadas

Desequilibrio cognitivo

¿Crees que se puede aplicar la propiedad conmutativa en la resta con números enteros?



Shutterstock, 522227719.

El congelamiento de materiales puede registrarse en números negativos.

Un alimento se congeló a –16 °C y otro se congeló a –12 °C. ¿Cuántos grados de diferencia en la congelación existe entre los dos alimentos?

Para conocer la diferencia de grados de congelación entre los dos alimentos, se realiza una sustracción.

$$(-16) - (-12)$$

La sustracción se puede expresar como la adición del minuendo con el opuesto del sustraendo.

El opuesto de –12 es 12.

Entonces, $(-16) - (-12) = -16 + 12 = -4$.

La diferencia de grados de congelación entre los dos alimentos es de –4 °C.

La sustracción de dos números enteros equivale a la adición del minuendo con el opuesto del sustraendo, es decir, si a y b son números enteros, entonces, $a - b = a + (-b)$.

Recuerda que...

Los términos de la sustracción son: minuendo (m), sustraendo (n) y diferencia (d).

Si $m - n = d$,

entonces $d + n = m$.

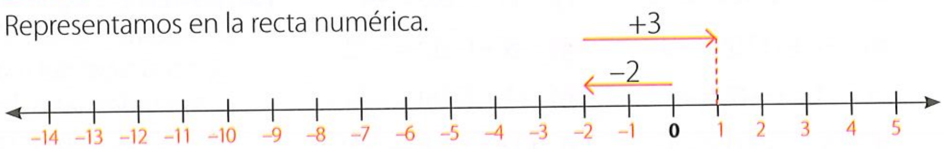
La sustracción con números enteros no cumple con la propiedad conmutativa ni asociativa.

Ejemplo 1

Resolver la siguiente sustracción $(-2) - (-3) =$

Solución

Representamos en la recta numérica.



$-2 + 3 = +1$

Ejemplo 2

Juan debe en la tienda \$ 50 y paga \$ 30. ¿Cuánto dinero debe ahora?

Solución

Planteamos la sustracción así:

$$\underbrace{-50}_{\text{Debe}} - \underbrace{(-30)}_{\text{paga}} = \underbrace{-50 + (+30)}_{\text{adición del opuesto}} = -50 + 30 = -20$$

Ahora debe \$20.

Interculturalidad

La etnomatemática es el área de la educación que busca reflexionar sobre el conocimiento matemático que se genera a partir de la interacción en un grupo cultural en particular.

Ejemplo 3

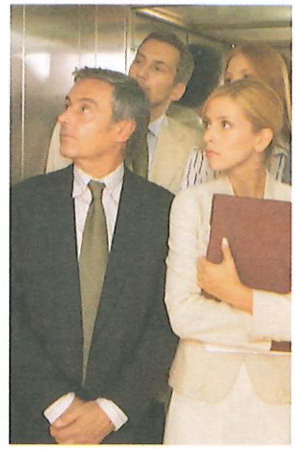
Encontremos la diferencia.

a) $+5 - 9 = -4$; b) $-12 - (-12) = 0$; c) $20 - (+8) = 12$

M.4.1.3. Operar en $\mathbb{Z}$ (adición, sustracción, multiplicación) de forma numérica, aplicando el orden de operación.

Operaciones combinadas con adición y sustracción de números enteros

En el ascensor de un edificio de 5 pisos, se registró el número de personas que subieron y bajaron en cada uno de los pisos. ¿Cuántos pasajeros llegaron al quinto piso?


Shutterstock, 217350661.

Piso	Personas que suben	Personas que bajan
Primer piso	+10	0
Segundo piso	+2	–3
Tercer piso	0	–8
Cuarto piso	+4	–4
Quinto piso	+3	–2

Para conocer cuántos pasajeros llegaron al quinto piso, se plantea la siguiente operación:

$(+10) + (+2) + (-3) + (-8) + (+4) + (-4) + (+3) + (-2)$

Adicionamos los números con signo positivo y se conserva el signo:

$10 + 2 + 4 + 3 = +19$

Adicionamos los números con signo negativo y se conserva el signo:

$(-3) + (-8) + (-4) + (-2) = -17$

Se sustraen los valores absolutos de los números (el mayor del menor) y se escribe en el resultado el signo del número que tenga mayor valor absoluto:

$+19 - 17 = +2$

En una operación combinada de adición y sustracción **sin signos de agrupación**, se empieza a operar de izquierda a derecha, según aparecen las operaciones.
En una operación de adición y sustracción **con signos de agrupación**, como paréntesis ( ), corchetes [ ] o llaves { }, se resuelven primero las operaciones internas de los signos de agrupación, es decir, de adentro hacia afuera.

Competencia matemática

En la mayoría de sistemas numéricos antiguos no existía el cero. Se cree que los hindúes fueron quienes lo utilizaron por primera vez por el año 650 d. C.

Indaga y **confecciona** un párrafo sobre este tema.

Ejemplo 4

$-10 - [7 + 11 - (6 - 4)] + \{4 - [4 + (8 - 10)]\} + 3 - (8 - 3)$

Solución

Resolvamos primero los paréntesis:
$-10 - [7 + 11 - (2)] + \{4 - [4 + (-2)]\} + 3 - (5)$

Resolvamos las operaciones dentro de los corchetes: $-10 - [16] + \{4 - [2]\} + 3 - (5)$

Resolvamos las operaciones que están dentro de las llaves: $-10 - (16) + (2) + 3 - (5)$

Resolvamos las adiciones y sustracciones de izquierda a derecha: $-10 - 16 + 2 + 3 - 5 = -26$

Competencia digital

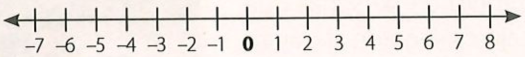
Ingresa al siguiente enlace web, *lynk.ec/8m04*

Imprime las páginas 6, 7 y 8 para reforzar tu aprendizaje.

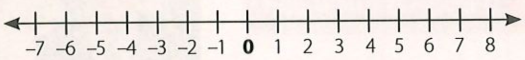
I.M.4.1.1.

1. Resuelve las sustracciones utilizando la recta numérica.

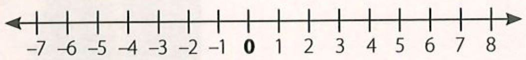
a) +8 – (3) =



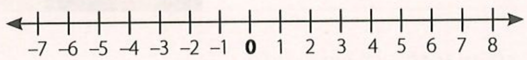
b) –2 – (–2) =



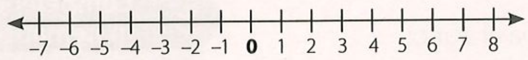
c) –5 – (–6) =



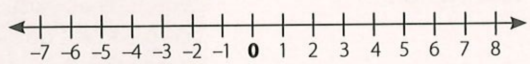
d) 8 – (10) =



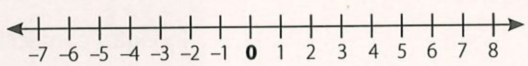
e) +7 –(+4) =



f) +5 – (+6) =



g) –7 – (–7) =



2. Plantea la sustracción y **resuelve**.

a) De 48 sustrae 20.

b) De 4 sustrae 19.

c) De –28 sustrae 40.

d) De –52 sustrae –30.

e) Sustrae –6 de 75.

f) Sustrae –5 de –25.

g) De –23 sustrae 11.

h) De –31 sustrae –15.

i) Sustrae –19 de –22.

j) Sustrae –41 de 17.

3. Resuelve las siguientes operaciones.

a) +8 – (+8) =

b) –7 – (–2) =

c) –9 – (–7) =

d) +3 – (+9) =

e) +2 – (+2) =

f) –9 – (–5) =

g) +6 – (+10) =

h) –4 – (–11) =

i) –8 – (+6) =

j) 9 – (+2) =

k) –12 – (+8) =

l) –6 – 0 =

m) –3 – (+8) =

n) –20 – (+12) =

o) –8 – (+4) =

p) 12 – (–20) =

q) –18 –(–16) =

r) –24 –(–12) =

s) 46 –(–26) =

t) –61 – (+27) =

4. Cambia cada resta por una suma equivalente y **halla** el resultado. **Observa** el ejemplo.

a) +6 – (–3) = 9 +6 + (+3) = + 9

b) +9 – (–5) =

c) –4 – (+2) =

d) –9 – (+6) =

e) +10 – (–5) =

f) –10 – (+8) =

5. Identifica el signo correcto en cada ejercicio.

a) +8 – (+12) = 4

b) +20 – (+6) = 14

c) +14 – (–3) = 17

d) +8 – (–24) = 32

e) –12–(–18) = 6

f) –9 – (–2) = 7

g) –2 – (+4) = 6

h) –8–(+12) = 20

6. Determina (V) verdadero o (F) falso en cada caso.

a) La diferencia de un número y su opuesto da como resultado cero.

b) De la diferencia de dos números enteros positivos siempre se obtiene un entero positivo.

c) La diferencia de –7 y 24 es igual a 17.

7. **Copia** y **completa** la siguiente tabla en tu cuaderno.

a	b	c	a + b − c	a − b + c	a − b − c
5	−7	9			
−6	2	−10			
−3	−6	−12			
2	6	8			
−7	−4	5			
8	−12	3			
−9	−10	10			
15	−15	4			

En tu cuaderno

8. **Resuelve** las siguientes situaciones.

a) En cierto momento, la temperatura de la ciudad es de −5 °C. Si disminuye 2 °C, ¿cuál es la temperatura final?

b) En una sustracción de dos números enteros, uno de ellos es +12, y la diferencia es −4. ¿Cuál es el otro número?

c) En una sustracción de dos números enteros, uno de ellos es −2, y la diferencia es 8. ¿Cuál es el otro número?

d) Si $a - b = c$, entonces $a =$ ¿?

9. **Resuelve** las siguientes operaciones.

a) $-12 + 26 - 8 + 15 + 23 - 20 - 25 + 10 =$

b) $-5+(-6)-(-5)+(-9)-(+7)+(-10)+7-12=$

c) $\left[-6+(4+2)-(-9)\right]-\left[(-4)-(+7-5)+(-12)\right]+7-15=$

d) $4+\left\{\left[-7+(3+2)-(-2)\right]+\left[(-3)-(+8-8)+(-10)\right]\right\}+10-3=$

e) $2-\{8-[10-(-5+12-6)-3+(-9+7-13]]\}$

f) $-(-15+6)-\{14-[-9+6+16)-22]-(-4+7+17)\}$

10. **Relaciona** cada operación con su respuesta.

1. (+102) − (+150)
2. (−113) − (101)
3. (+150) − (−123)
4. (+90) − (−138)

a) 228

a) +273

c) −214

d) −48

Trabajo colaborativo

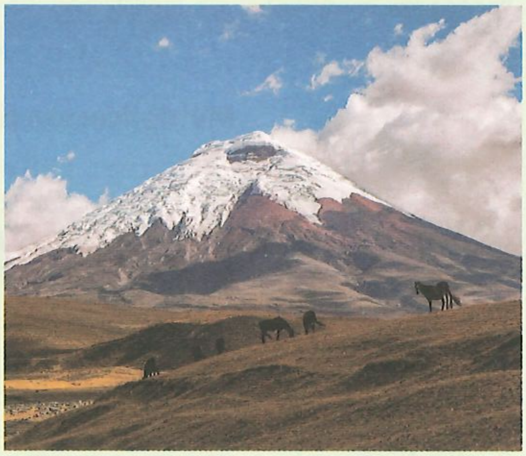
11. **Trabajen** en parejas.

Cada integrante **elaborará** tres ejercicios que tengan operaciones combinadas.

Intercambien los ejercicios y **resuélvanlos** en sus cuadernos.

Actividad indagatoria

12. **Investiga** cuáles son las alturas de cinco nevados de nuestro país y **plantea** cuatro sustracciones para encontrar la diferencia de las alturas entre ellos.



Shutterstock, 1338104486.

El volcán activo Cotopaxi, al atardecer.

13. **Indaga** dos formas diferentes de resolver este ejercicio.

$$3+\left\{4-8-\left[5-(-8+2-7+5)-6\right]+(-9-7)+8\right\}=$$

Tema 4 Multiplicación de números enteros

¿Sabías que?

Hay diferentes formas de representar una multiplicación:

$a \times b$

$a \cdot b$

ab

Saberes previos

Resuelve las siguientes operaciones en tu cuaderno.

a) $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 =$ **b)** $(-5) + (-5) + (-5) + (-5) =$

Multiplicación de dos números enteros positivos

Lorena ahorra semanalmente $ 45 dólares. ¿Cuánto ahorrará en cuatro semanas?

Ahorra $ 45	4 semanas	
+45	+4	Lorena ahorró $ 180. El ahorro se representa como +180.
$(+45) \times (+4) = +180$		

Multiplicación de un entero negativo y un positivo

Lorena gasta $ 60 dólares semanales. ¿Cuánto gastará en cuatro semanas?

Gasta $ 60	4 semanas	
−60	+4	Lorena gastó $ 240. El gasto se representa como −240.
$(-60) \times (+4) = -240$		

Shutterstock, 369962027.

Multiplicación de un entero positivo y un negativo

Lorena ahorra $ 45 dólares semanales. ¿Cuánto dinero tenía hace cuatro semanas en comparación de lo que tiene ahora?

Ahorra $ 45	Hace 4 semanas	
+45	−4	Lorena tenía hace 4 semanas $ −180 de lo que tiene ahora.
$(+45) \times (-4) = -180$		

Recuerda que...

Ley de signos

$\forall a, b \in \mathbb{Z}$

$(+a)(+b) = +ab$

$(-a)(-b) = +ab$

$\forall a, b \in \mathbb{Z}$

$(+a)\,(-b) = -ab$

$(-a)\,(+b) = -ab$

- Si la multiplicación tiene un número par de factores negativos, el producto es positivo.
- Si la multiplicación tiene un número impar de factores negativos, el producto es negativo.

Multiplicación de dos números enteros negativos

Lorena gasta $ 60 dólares semanales. ¿Cuánto dinero de más tenía hace cuatro semanas, en comparación de lo que tiene ahora?

Gasta $ 60	Hace 4 semanas	
−60	−4	Lorena tenía hace 4 semanas $ +240 más de lo que tiene ahora.
$(-60) \times (-4) = +240$		

Para multiplicar dos números enteros, se multiplican sus valores absolutos. Si los números tienen igual signo, el resultado es positivo; si tienen signos diferentes, el resultado es negativo.

Ejemplo 1

a) $(+2)(-3)(-5) = +30$ **b)** $(+5)(-3)(-2)(-2) = -60$

M.4.1.3. Operar en Z (adición, sustracción, multiplicación) de forma numérica, aplicando el orden de operación.
M.4.1.4. Deducir y aplicar las propiedades algebraicas (adición y multiplicación) de los números enteros en operaciones numéricas.

Propiedades de la multiplicación de números enteros

La multiplicación de números enteros cumple con las siguientes propiedades:

Propiedad	Enunciado	Expresión algebraica	Ejemplos
Clausurativa	Al multiplicar dos números enteros, se obtiene como resultado otro número entero.	$\forall a,b \in \mathbb{Z}; a \times b = c; \quad c \in \mathbb{Z}$	$(-3)\ (+4) = -12$
Conmutativa	El orden de los factores no altera el producto.	$\forall a,b \in \ ; a \times b = b \times a$	$(-3)\ (4) = (4)\ (-3) = -12$
Asociativa	Al agrupar de diferente forma los factores en una multiplicación, el producto no se altera.	$\forall a,b,c \in ;$ $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$	$\left[(+4)(-2)\right](-3) = (+4)\left[(-2)(-3)\right] = +24$
Elemento neutro	La multiplicación de un número entero con 1 da como producto el mismo número entero. **1 es el elemento neutro.**	$\forall a \in , 1 \in \ ;$ $a \times 1 = 1 \times a = a$	$(-2) \times 1 = 1 \times (-2) = -2$
Elemento absorbente	Todo número entero multiplicado por 0 da como resultado 0.	$\forall a \in \mathbb{Z}, 0 \notin \mathbb{Z};$ $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$	$(-2) \times 0 = 0 \times (-2) = 0$
La multiplicación se relaciona con la adición y sustracción mediante la propiedad distributiva.			
Distributiva	Un número entero multiplicado por una adición o sustracción es igual a la suma o resta de los productos del número por cada elemento.	$\forall a,b,c \in ;$ $a(b \pm c) = a \times b \pm a \times c$	$-2\ (3 + 4) = -6 + (-8) =$ $-6 - 8 = -14$

Ejemplo 2

Completamos la siguiente expresión y escribimos la propiedad que cumple.

$(\quad \times -3) + (\quad \times 5) = 6 \times (-3 + \quad) = 12$

Solución

$(6 \times -3) + (6 \times 5) = 6 \times (-3 + 5) = 12$ Se está aplicando la propiedad distributiva.

Ejemplo 3

Aplicamos la propiedad asociativa de dos maneras diferentes.

$-3 \times 7 \times (-5) \times (-4) =$

Solución

$(-3 \times 7) \times \left[(-5) \times (-4)\right] = -21 \times 20 = -420$; $-3 \times \left[7 \times (-5)\right] \times (-4) = -3 \times (-35) \times (-4) = -420$

Ejemplo 4

Resolvemos la operación aplicando dos propiedades. $-5 \times 7 \times (-2) =$

Solución

Asociativa $(-5 \times 7) \times (-2) = -35 \times (-2) = 70$ $-5 \times \left(7 \times (-2)\right) = -5 \times (-14) = 70$

Conmutativa $(-2) \times (-5) \times 7 = 70$ $(-2) \times 7 \times (-5) = 70$

DFA

Cuando hay dificultades en la expresión oral, es importante buscar métodos alternativos de comunicación.

Competencia socioemocional

En economía y finanzas, los números negativos expresan pérdidas o saldos en contra. Mantener el control de los gastos ayuda a tener una economía sana.

¿Qué opinas? **Debate** con tus compañeros de clase.

Taller

Evaluación formativa

I.M.4.1.1.

1. **Determina** el producto de cada ejercicio.

a) $-6 \times (-5) =$

b) $-5 \times (-3) =$

c) $5 \times (-7) =$

d $2 \times (-9) =$

e) $-5 \times (8) =$

f) $-4 \times (6) =$

g) $11 \times (2) =$

h) $9 \times (5) =$

i) $-14 \times (8) =$

j) $2 \times (-5) =$

k) $-6 \times 9 =$

l) $-16 \times -2 =$

m) $11 \times (-7) =$

n) $-15 \times (-8) =$

2. **Escribe** el producto de cada ejercicio.

a) $-4 \times (-4) =$

b) $-6 \times (-8) =$

c) $9 \times (-5) =$

d) $3 \times (-7) =$

e) $-2 \times (9) =$

f) $-8 \times (7) =$

g) $11 \times (8) =$

h) $10 \times (4) =$

i) $-12 \times (9) =$

j) $4 \times (-9) =$

3. **Encuentra** el factor que completa el producto.

a) $-10 \times (\quad) = -90$

b) $-4 \times (\quad) = 28$

c) $\quad \times (-4) = -48$

d) $7 \times (-12) =$

e) $-4 \times (\quad) = -100$

f) $\quad \times (17) = -51$

g) $15 \times (\quad) = -75$

h) $12 \times (\quad) = -96$

i) $\quad \times (-3) = 69$

j) $-7 \times (\quad) = 63$

4. **Resuelve** las siguientes situaciones.

a) ¿Qué número multiplicado por -6 es igual a -60?

b) ¿Qué número multiplicado por -8 da como resultado 72?

c) ¿Qué número multiplicado por 11 da -55?

5. **Resuelve** los siguientes ejercicios.

a) $(-6)(5)(-3)(-8) =$

b) $(-8)(8)(9) =$

c) $(-6)(-5)(6)(-2)(4) =$

d) $(-5)(2)(-3)(-4) =$

e) $(8)(10)(-6) =$

f) $(9)(-6)(5)(-4)(0) =$

g) $(-2)(9)(8)(-4) =$

h) $-9(3)(5) =$

i) $(8)(5)(2)(-9)(-4) =$

j) $(3)(-8)(2)(-3) =$

6. **Copia** en tu cuaderno y **completa** la tabla.

x	−8	−9	6	20
4				
−7				
11				
−3				
15				
12				
−8				
10				

En tu cuaderno

7. **Responde** y **justifica** en tu cuaderno las respuestas.

a) ¿Cuál es el signo del producto de siete enteros negativos?

b) ¿Por qué número debe multiplicarse un número entero para obtener su opuesto?

c) ¿Por qué número se multiplica −9 para obtener 81?

d) ¿Por qué número se multiplica −11 para obtener −66?

e) ¿Por qué número se multiplica a la suma de −13 con −6 para obtener −152?

f) ¿Cuál es el resultado de multiplicar (−6+7−11) con (−5 − 10 + 3)?

8. **Resuelve** la siguiente situación.

Luis toma el refrigerio en su trabajo por 5 días en la semana. Cada refrigerio cuesta $ 3.

Si en un mes toma el refrigerio por 4 semanas seguidas:

a) ¿Cuánto le descuentan cada mes a Luis?

b) Al cabo de un año, ¿cuál es el valor del descuento de Luis por concepto de refrigerio?

Trabajo colaborativo

9. **Trabajen** en parejas.

Elaboren un cartel con el proceso que se debe realizar para encontrar productos con números enteros. **Escriban** ejemplos de los diferentes casos para aplicar la ley de signos.

10. **Escribe** la propiedad que cumple cada ejercicio.

a) $9 \cdot 7 = 7 \cdot 9$

b) $(2 \cdot 12) \cdot (-6) = 2 \cdot (12 \cdot (-6))$

c) $(7+2) \cdot (-5) = 7 \cdot (-5) + 2 \cdot (-5)$

d) $-15 \times 1 = 1 \times -15 = -15$

e) $-27 \times 0 = 0 \times -27 = 0$

11. **Resuelve** y **aplica** en cada ejercicio la propiedad solicitada.

Propiedad conmutativa

a) $(6)(-5)(3)(-2) =$

Propiedad asociativa

b) $(3)(-4)(5)(7) =$

Propiedad distributiva

c) $(-5)[-5 + 6] =$

12. **Reemplaza** los valores y **resuelve**.

$a = -7, b = 5, c = -8$

a) $c\,(a + b) =$

b) $b\,(c - a) =$

c) $(a + b)\,(c + b) =$

d) $(a + b)\,(a - b) =$

e) $b(a + b) + c(c + b) =$

f) $(a + b + c)\,(a + b - c) =$

Actividad indagatoria

13. **Averigua** qué proceso se aplica para multiplicar fracciones y números con expresión decimal con signos negativos y positivos. **Escribe** una conclusión y **practica**. Para ayudarte, ingresa al siguiente enlace web:
lynk.ec/8m05

14. Gottfried W. Leibnitz (1646-1716), inventó el sistema binario (base 2), utilizado hoy en las computadoras, en el cual solo se necesitan dos símbolos, el 0 y el 1; todas las operaciones quedan simplificadas al máximo. **Averigua**, cómo se realiza la suma y el producto en este sistema.

Tema 5

División exacta de números enteros y operaciones combinadas


Shutterstock, 523950889.

Desequilibrio cognitivo

¿Qué números, cuyo cociente sea entero, pueden tener como divisor a 8?

300 | –32 | 76 | –53 | –78 | 98

Un avión asciende 32 000 pies en 400 segundos. ¿Cuántos pies asciende en cada segundo?

Para conocer cuántos pies asciende por segundo, se realiza una división.

$$32\,000 \div 400 = 80$$

El avión asciende 80 pies cada segundo.

En la división se denomina dividendo el número que se va a dividir. El número por el cual se divide se llama divisor. El resultado se llama cociente. Una división es exacta cuando su residuo es cero.

Para dividir dos números enteros, se dividen sus valores absolutos. Si los números tienen igual signo, el resultado es positivo; si tienen signos diferentes, el resultado es negativo.

Si a y $0 \in \mathbb{Z}$, expresiones como $a \div 0$ no están definidas.

Para resolver divisiones exactas con números enteros se debe tomar en cuenta la ley de signos.

El cociente de la división entre dos enteros de igual signo es positivo.

$(-27) \div (-9) = 3$ $\qquad (-) \div (-) = (+)$

$81 \div 9 = 9$ $\qquad (+) \div (+) = (+)$

El cociente de la división entre dos enteros de diferente signo es negativo.

$(-42) \div 7 = -6$ $\qquad (-) \div (+) = (-)$

$120 \div (-10) = -12$ $\qquad (+) \div (-) = (-)$

Interdisciplinariedad

Matemática y Meteorología

En la meteorología se utiliza la división de números enteros para identificar los cambios de temperatura y conocer cuántos grados ha bajado o subido por minuto.

Por ejemplo, si la temperatura baja de 0 °C a –28 °C en 7 minutos, se puede determinar que en cada minuto bajó 4 °C.

$-28 \div 7 = -4$ °C


Shutterstock, 732447763.

Otras propiedades del producto de números enteros

Para todo $x, y \in \mathbb{Z}$ se cumplen las siguientes propiedades:

a) Todo número entero multiplicado por cero da como resultado cero.

$0 \cdot x = 0$ **Ejemplo** $0 \cdot (-8) = 0$

b) Un número entero negativo por un número entero positivo se puede expresar de varias formas. Así:

$(-x)y = x(-y) = -(xy)$ **Ejemplo** $(-3)(5) = (3)(-5) = -(3)(5) = -15$

c) El producto de dos números enteros negativos es un entero positivo y se puede expresar así:

$(-x)(-y) = xy$ **Ejemplo** $(-4)(-5) = 20$

d) El producto de dos números enteros x, y es cero, si y solo si x o y son cero.

$xy = 0 \Leftrightarrow x = 0 \quad \vee \quad y = 0$

Simbología matemática

$\Leftrightarrow$: si y solo si

$\vee$: o

M.4.1.4. Deducir y aplicar las propiedades algebraicas (adición y multiplicación) de los números enteros en operaciones numéricas.
M.4.1.7. Realizar operaciones combinadas en Z aplicando el orden de operación, y verificar resultados utilizando la tecnología.

Operaciones combinadas sin signos de agrupación

Para resolver este tipo de ejercicios se aplica la jerarquía de operaciones; se resuelven primero divisiones y multiplicaciones, luego sumas y restas de izquierda a derecha.

Resolvamos el siguiente ejercicio. Para ello, primero identificamos multiplicaciones y divisiones.

$-5+56\div(-7)+8-6-72\div(-9)+3-6\times2+7$

Resolvemos multiplicaciones y divisiones, aplicando ley de signos.

$-5-8+8-6+8+3-12+7$

Resolvemos sumas y restas de izquierda a derecha.

$-31+26=-5$

Ejemplo 1

Resolvemos la siguiente operación combinada.

$-14\times2+25\div5-2(-4)+5=$

Solución

$-28+5+8+5=-10$

Operaciones combinadas con signos de agrupación

Para efectuar operaciones combinadas, se resuelve en orden jerárquico desde adentro hacia afuera. Primero se resuelve lo que está dentro de los paréntesis; luego, lo que queda dentro de los corchetes; y finalmente, lo que queda dentro de las llaves.

$15\div(-3)+7(-5)+\left\{3+4\left[8-(-1+4)+16\div(-7+3)\right]\right\}$

Resolvemos las operaciones de los paréntesis de adentro hacia afuera.

$15\div(-3)+7(-5)+\left\{3+4\left[8-(+3)+16\div(-4)\right]\right\}$

Resolvemos la división que está dentro del corchete y suprimimos el paréntesis.

$15\div(-3)+7(-5)+\left\{3+4\left[8-3-4\right]\right\}$

Resolvemos la operación dentro de los corchetes.

$15\div(-3)+7(-5)+\left\{3+4\left[+1\right]\right\}$

Resolvemos la operación dentro de las llaves.

$15\div(-3)+7(-5)+\left\{3+4\right\}=15\div(-3)+7(-5)+\left\{7\right\}$

Resolvemos multiplicaciones y divisiones.

$-5-35+7=$

Resolver sumas y restas de izquierda a derecha. $-40+7=-33$

¿Sabías que?

Los signos de agrupación más utilizados en las operaciones combinadas son:

( ) paréntesis

[ ] corchetes

{ } llaves

Además existe otro signo de agrupación, llamado vínculo.

$-3-\overline{5+7}=$

$-3+2=-1$

Competencia digital

Ingresa al siguiente enlace web: *lynk.ec/8m06*

y **refuerza** tu conocimiento.

DFA

Cuando una persona tiene dificultades o problemas de motricidad, es importante tener en cuenta que sus desplazamientos y ritmos no siempre se ajustarán a los de los demás.

Taller

Evaluación formativa

I.M.4.1.1.

1. **Responde** en tu cuaderno con verdadero (V) o falso (F).
   a) El cociente de dos números enteros negativos es negativo.
   b) La división de enteros cumple con la propiedad conmutativa.
   c) El elemento neutro de la división de enteros es 1.
   d) El cociente de un número entero dividido para su opuesto es negativo.

2. **Identifica** el signo que debe tener cada cociente.
   a) $-56 \div (-8) =$ 7
   b) $-81 \div (-9) =$ 9
   c) $-35 \div (5) =$ 7
   d) $54 \div (9) =$ 6
   e) $-25 \div (-5) =$ 5

3. **Resuelve** las siguientes operaciones.
   a) $-24 \div (-4) =$
   b) $-36 \div (-4) =$
   c) $40 \div (-5) =$
   d) $30 \div (-6) =$
   e) $-27 \div (9) =$
   f) $-18 \div (3) =$
   g) $121 \div (11) =$
   h) $120 \div (10) =$
   i) $-72 \times (8) =$
   j) $35 \times (-7) =$
   k) $-26 \div (2) =$
   l) $-42 \div (-6) =$
   m) $130 \div (-5) =$
   n) $-186 \div (31) =$
   o) $-108 \div (12) =$
   p) $209 \div (-19) =$
   p) $80 \div (-20) =$

4. **Resuelve** lo solicitado.
   a) El opuesto de $(27 \div 9) + (-7 \times 8)$ es:
   b) El opuesto de $(42 \div (-7)) - (-5 \times 4)$.

5. **Copia** la tabla en tu cuaderno y **complétala**.

÷	−2	−5	−10	−15	−30
30					
60					
−90					
−120					
180					

En tu cuaderno

6. **Encuentra** la respuesta en cada caso.
   a) $[-35 \times (2)] \div (5) =$
   b) $[-30 \times (-6)] \div (3) =$
   c) $[40 \times (4)] \div (-20) =$
   d) $[12 \times (-8)] \div (-3) =$
   e) $[-8 \times (2)] \div (4) =$
   f) $[-30 \times (2)] \div (4) =$
   g) $[-8 \times (-5)] \div (-20) =$
   h $[-7 \times (9) \times 2] \div (-6) =$
   i) $[-12 \times (-4)] \div (6) =$
   j) $[8 \times (-8) \times (-8)] \div (-16) =$

7. **Lee** atentamente y **responde**.
   a) En una división exacta, el dividendo es 120 y el cociente −15. ¿Cuál es el divisor?
   b) En una división exacta, el dividendo es −220 y el divisor −11. ¿Cuál es el cociente?
   c) En una división exacta, el divisor es −20 y el cociente 25. ¿Cuál es el dividendo?

d) En una división exacta, el dividendo es 480 y el cociente –30. ¿Cuál es el divisor?

e) En una división exacta, el dividendo es 600 y el cociente –12. ¿Cuál es el cociente?

8. **Resuelve** las siguientes situaciones.

a) Un edificio tiene 12 pisos. Si la distancia entre piso y piso es de 3 metros:

- ¿Cuántos metros mide el edificio?
- Si tiene 2 pisos subterráneos, ¿cuántos metros medirán estos dos?
- ¿Cuál es la medida del edificio incluido los pisos subterráneos?

b) En un cuarto frío, la temperatura desciende 2 °C cada hora. ¿Cuántas horas se tendrá que esperar para que la temperatura baje 12 °C?

9. **Realiza** las siguientes divisiones.

a) $(+20) \div (+10) =$

b) $(+121) / (+11) =$

c) $(+36) \div (+3) =$

d) $(+21) / (-7) =$

e) $(+15) \div (+5) =$

f) $(+65) \div (+13) =$

g) $(-90) \div (+9) =$

h) $\dfrac{+182}{-14} =$

i) $(+54) / (-9) =$

j) $(+2) / (-1) =$

k) $(+361) \div (-19) =$

l) $(+38) \div (-2) =$

m) $(-22) \div (+11) =$

n) $\dfrac{-500}{+25} =$

o) $(-260) \div (+13) =$

p) $\dfrac{(-40)}{(-8)} =$

q) $(-42) / (-6) =$

r) $(-49) \div (-7) =$

s) $(-120) \div (+15) =$

t) $(-270) \div (+15) =$

u) $(-1\,500) \div (+60) =$

v) $\dfrac{-360}{-72} =$

w) $\dfrac{1\,024}{64} =$

x) $\dfrac{1\,440}{16} =$

10. **Resuelve** las operaciones combinadas.

a) $45 \div (-9) + 24 - 81 \div 9 - 24 + 12 - 6 \div (-2) =$

b) $13 + 36 \div (-4) + 2 - 16 \div 4 - 25 + 10 + 24 \div (-4 - 2) =$

c) $12 + 3 - 15 \div (-2 - 1) + 30 - 64 \div 8 - 2 + 10 - 72 \div (-8) =$

11. **Resuelve** paso a paso aplicando la jerarquía de solución.

$(5-3) \times [(-6) \div (5+1) - (-5)] - [(5+6) - (-7+9) - (-2)] =$

$(-5+7-3) - [(-5+13) \div (-3-1) + (4-5) + 9 \times (-5)] =$

$(-7-8)[(-4) \div (-4+2) - (+9)] - [(3+10) - (-18+9) \div (-3)] =$

$-7\{5 - [(-10+2) \div 4 - (-7)] - (5-8) + 8\} =$

$[(-6+8) - (-15) \div 3] \times \{-8 - [-2 + (8+2) \div$

$(-3-2)] + (-4+8-5)\} =$

Trabajo colaborativo

12. **Trabajen** en parejas.

Propongan dos ejercicios de operaciones combinadas de números enteros donde se encuentre la operación de división exacta de números enteros.

Actividad indagatoria

13. **Indaga** y **escribe** dos operaciones combinadas en las que el resultado sea –8.

14. La multiplicación y división era considerada muy difícil y hasta el siglo XVI solo se enseñaba en las universidades. Los árabes utilizaban para multiplicar una cuadrícula con diagonales. **Averigua** el proceso que ellos empleaban para el producto.

Tema 6 Introducción a la estadística

¿Sabías que?

Una encuesta es un instrumento que sirve para recoger datos determinados mediante un cuestionario.

La encuesta puede tener preguntas abiertas o cerradas.

Shutterstock, 409946485.

Los supermercados utilizan la estadística para mejorar sus ventas.

Saberes previos

¿Qué deberías tomar en cuenta para realizar una encuesta?

Un día sábado asistieron al supermercado 600 personas. Un analista de *marketing* quiso conocer acerca de la acogida de una nueva marca de yogur. Para ello, averiguó entre 200 amas de casa sobre la marca que más consumen. ¿Qué tipo de variable se está analizando en el caso presentado? ¿Qué marca de yogur es la más comprada?

Para conocer la clase de variable que se está analizando, es importante conocer algunos términos estadísticos que intervienen en este caso.

Población. Es el grupo completo para realizar una investigación y obtener conclusiones.

Muestra. Es un subconjunto de la población, del cual se obtienen conclusiones generales para aplicarlas a toda la población.

Variable. Es un conjunto de datos que permiten medir la investigación de forma cualitativa o cuantitativa.

Entonces, de acuerdo con el problema planteado, podemos decir que:

Población: 600 personas que asistieron al supermercado.

Muestra: 200 amas de casa a las que se les preguntó sobre la marca de yogur que consumen.

Variable: marca del yogur que consumen.

Variable cuantitativa → Es un conjunto de datos numéricos que resultan de mediciones. Estos pueden ser contados o medidos.

La variable cuantitativa es discreta si no se puede tomar cualquier valor situado entre dos valores dados, y es continua si se puede tomar cualquier valor situado entre dos valores dados.

Variable cualitativa → Es un conjunto de datos que no tiene valores numéricos porque solo describe una característica del individuo.

Interdisciplinariedad

Matemática y Economía

Cuando se realizan análisis estadísticos sobre la economía de una empresa, es necesario organizar datos para obtener conclusiones y tomar decisiones importantes.

Shutterstock, 328883171.

En el ejemplo, para analizar la clase de variable, debemos tomar en cuenta lo siguiente:

Las marcas de yogur son:

Yogur San Marcos   Yogur de casa   Yogur-más

Las marcas de los yogures no son variables cuantitativas, sino variables cualitativas, pues no son valores numéricos.

M.4.3.5. Definir y utilizar variables cualitativas y cuantitativas.

Luego de la encuesta realizada a las 200 amas de casa, se organizaron los siguientes datos.

Marca de yogurt	Conteo	Cantidad
Yogur San Marcos	IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII III	63
Yogur de casa	IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII II	72
Yogur-más	IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII IIII	44
Otra marca	IIIII IIIII IIIII IIIII I	21
Total		200

Yogur de casa es la marca de yogur más comprada en el supermercado.

Ejemplo 1

Determinemos la población y muestra de la siguiente situación.

Una empresa quiere contratar el servicio de comisariato para sus empleados. Para esto, realiza una encuesta al área de administración sobre los supermercados más visitados. Según los resultados que se obtengan, se tomará una decisión.

Solución

La población corresponde a todos los empleados de la empresa y la muestra corresponde a los empleados de administración.

Ejemplo 2

Determinamos la clase de variable y organizamos los datos de los resultados obtenidos para la aprobación de la asignatura de Estudios Sociales.

Para aprobar la materia, la nota debe ser igual o mayor a 7. ¿Cuántos estudiantes aprobaron la materia?

Notas obtenidas por 30 estudiantes de la clase:

6	8	9	10	6	8	10	10	9	7
5	6	8	6	8	9	8	9	7	9
7	6	6	8	5	10	9	7	10	10

Solución

La variable es cuantitativa, ya que tiene datos numéricos.

Nota	Conteo	Total
5	II	2
6	IIIII I	6
7	IIII	4
8	IIIII I	6
9	IIIII I	6
10	IIIII I	6

Interdisciplinariedad

Matemática y Turismo

Un guía turístico organiza mediante conteo de datos cuántos visitantes acudieron a un determinado lugar.

Shutterstock, 224420251.

Indaga y responde: ¿qué son los datos estadísticos?

DFA

En caso de que exista una discapacidad o una dificultad auditiva, es recomendable ayudar en el conteo de datos con material concreto y asociarlo a un pictograma.

Taller

Evaluación formativa

I.M.4.8.1.

1. **Responde** verdadero (V) o falso (F).
   a) La estadística solo recopila datos.
   b) Una variable puede tomar diversos valores.
   c) Una variable continua puede tomar cualquier valor de un intervalo.
   d) En un censo se estudia a la población entera.
   e) Una variable cualitativa es una cualidad que tienen los individuos de la población.
   f) La población es un subconjunto de la muestra.
   g) Para realizar una investigación siempre se debe estudiar a cada individuo de la población.

2. **Copia** la tabla en tu cuaderno y **determina** si cada una de las variables es cualitativa o cuantitativa.

Color de camiseta	
Estatura	
Edad	
Nivel de estudios	
Frecuencia con que visita al odontólogo	
Estado civil	
Deporte favorito	
Nota obtenida en un examen	
Talla de pantalón	
Peso	
Música preferida	
Número de hijos en un hogar	

En tu cuaderno

3. **Escribe** en tu cuaderno ejemplos de cuatro variables cualitativas y de tres variables cuantitativas.

4. **Identifica** cada situación e **identifica** las variables para cada caso.
   a) Registro de los goles obtenidos por un equipo de fútbol.
   b) Lista de empleados de una empresa, su edad, su instrucción, y la cantidad de hijos que tienen.
   Edad
   Instrucción
   Cantidad de hijos

5. **Escribe** cuatro situaciones en las cuales tengas que aplicar una encuesta.

6. **Escribe** la población y la muestra que utilizarías para realizar una encuesta.
   a) Estudiantes que asistieron a una función de teatro.
   Población
   Muestra
   b) Personas que consumen gaseosas durante un partido de fútbol.
   Población
   Muestra
   c) Personas que visitan un determinado local comercial.
   Población
   Muestra
   d) Alumnos que en matemáticas tienen nota menor a 10.
   Población
   Muestra
   e) Hogares que tienen internet en casa.
   Población
   Muestra

7. **Completa** en tu cuaderno el siguiente mapa conceptual.

Variables

- Cualitativas
  - Ejemplos:
    1.
    2.
    3.
- Cuantitativas
  - Ejemplos:
    1.
    2.
    3.

En tu cuaderno

8. **Escribe** en tu cuaderno la información de cada situación.

a) En un hospital se aplicó una encuesta para determinar la edad, el peso y el género de los pacientes atendidos durante el fin de semana. ¿Cuáles son los elementos considerados en este estudio?

b) Se quiere averiguar acerca de los deportes preferidos de los estudiantes de EGB superior de un colegio, y la frecuencia con que lo practican. Fueron encuestados ocho estudiantes de cada curso.

9. **Encuentra** ocho palabras relacionadas con la estadística en la sopa de letras y **escríbelas** en tu cuaderno.

A	D	P	O	B	L	A	C	I	Ó	N	C	I
R	E	E	T	U	D	I	O	P	S	R	U	N
T	I	S	A	S	R	E	A	O	S	F	A	V
M	S	I	T	V	C	O	T	E	N	G	N	A
A	G	N	C	A	L	A	E	M	I	I	T	S
D	J	O	U	R	D	B	R	R	O	P	I	F
M	O	L	A	I	O	I	C	A	M	B	T	H
U	P	T	V	A	P	T	S	N	O	S	A	I
E	L	E	I	B	L	S	I	T	D	U	T	L
S	A	R	P	L	A	E	D	T	I	E	I	M
T	S	F	L	E	C	U	O	A	R	C	V	A
R	U	O	O	V	I	L	R	D	U	E	A	S
A	V	I	T	A	T	I	L	A	U	C	S	E

En tu cuaderno

10. **Construye** una tabla en tu cuaderno, como la del modelo, y **realiza** el conteo en cada caso.

Deporte preferido

Fútbol	Básquet	Fútbol	Básquet
Fútbol	Fútbol	Natación	Fútbol
Vóley	Fútbol	Natación	Fútbol
Básquet	Fútbol	Fútbol	Básquet
Vóley	Natación	Básquet	Vóley

Deporte	Conteo	Total

En tu cuaderno

Talla de los estudiantes de octavo grado de EGB

135	137	140	140	137	140
139	135	137	137	143	139
139	139	135	137	139	140
143	137	139	135	137	143
137	140	140	139	135	137

Talla	Conteo	Total

En tu cuaderno

Trabajo colaborativo

11. **Trabajen** en parejas.

Elaboren una encuesta con un tema de su interés. **Determinen** la población, la muestra y el tipo de variables. Luego, **armen** una tabla de datos con los resultados obtenidos.

Actividad indagatoria

12. **Averigua** cuál es la diferencia entre datos discretos y datos continuos. Puedes usar de referencia el siguiente enlace web: *lynk.ec/8m07*

13. **Plantea** una encuesta dirigida a tus compañeros sobre un tema de interés; por ejemplo, puede ser sobre el uso de las redes sociales, cuáles son las empleadas. **Elabora** un listado de ellas, luego **aplica** la encuesta y **organiza** la información en una tabla.

Estrategias: dividir en etapas

Problema resuelto

Julio está encargado de limpiar un edificio. Primero limpió el piso 4, bajó 3 pisos, y luego subió 8 pisos. Bajó nuevamente 4 pisos, volvió a subir 5 pisos. Finalmente bajó 11 pisos. ¿En qué piso Julio terminó de limpiar?

1. **Comprender el problema**

¿Cuáles son las preguntas del problema?

¿En qué piso se encuentra la persona de limpieza?

2. **Plantear la estrategia**

¿Cuál es la estrategia de solución?

Para resolver, vamos a dividir el problema en etapas.

3. **Aplicar la estrategia**

¿Cómo se aplica la estrategia?

1. Expresamos los datos que tenemos.
   a) Subió 4 pisos
   b) Bajó 3 pisos
   c) Subió 8 pisos
   d) Bajó 4 pisos
   e) Subió 5 pisos
   f) Bajó 11 pisos
2. Planteamos la operación que nos ayudará a encontrar el resultado:
   $+4 - 3 + 8 - 4 + 5 - 11 =$
3. Sumamos valores absolutos de enteros positivos:
   $4 + 8 + 5 = +17$
4. Sumamos valores absolutos de enteros negativos:
   $-3 - 4 - 11 = -18$
5. Resolvemos la operación:
   $+17 + (-18) = 17 - 18 = -1$

4. **Responder**

¿Llegaste a la solución del problema?

Sí, Julio terminó de limpiar en el subsuelo 1 o piso −1.

Problema resuelto

Luisa vende empanadas en un edificio. Hizo su primera venta en el quinto piso. Bajó 2 pisos, subió 7 pisos, bajó 3 pisos, subió 8 pisos, bajó 10 pisos y finalmente subió 4 pisos. ¿En qué piso se encuentra Luisa?

Shutterstock, 184459472.

1. **Comprender el problema**

¿Cuáles son las preguntas del problema?

¿En qué piso se encuentra Luisa?

2. **Plantear la estrategia**

¿Cuál es la estrategia de solución?

Para resolver, vamos a dividir el problema en etapas.

3. **Aplicar la estrategia**

¿Cómo se aplica la estrategia?

1. Expresamos los datos que tenemos.
   a) Subió 5 pisos
   b) Bajó 2 pisos
   c) Subió 7 pisos
   d) Bajó 3 pisos
   e) Subió 8 pisos
   f) Bajó 10 pisos
   g) Subió 4 pisos
2. Planteamos la operación que nos ayudará a encontrar el resultado:
   $+5 - 2 + 7 - 3 + 8 - 10 + 4 =$
3. Sumamos valores absolutos positivos:
   $+5 + 7 + 8 + 4 = +24$
4. Sumamos los valores absolutos negativos:
   $-2 - 3 - 10 = -15$
5. Resolvemos la operación
   $+24 + (-15) = 24 - 15 = 9$

4. **Responder**

¿Llegaste a la solución del problema?

Luisa se encuentra en el noveno piso.

Problemas propuestos

1. Un avión vuela a 7 500 m de altura; luego asciende 1 500 m para evitar una tormenta. Finalmente, antes de aterrizar, desciende 2 800 m. ¿A qué altura se encuentra ahora el avión?

   a) Comprender el problema.

   b) Plantear la estrategia.

   c) Aplicar la estrategia.

   d) Responder.

2. Durante un partido de fútbol, se tienen los siguientes registros: ingresaron al estadio 3 200 personas; durante el primer tiempo abandonaron el estadio 1 200 personas; y al inicio del segundo tiempo, ingresaron 800 personas. ¿Cuántas personas terminaron de ver el partido de fútbol?

   a) Comprender el problema.

   b) Plantear la estrategia.

   c) Aplicar la estrategia.

   d) Responder.

3. Gabriela tiene en su cuenta bancaria $ 1 300 y realiza los siguientes movimientos: retira $ 800, deposita $ 400, le debitan de un préstamo $ 350, su hermana le deposita $ 70. ¿Cuánto dinero tiene ahora en su cuenta?

   a) Comprender el problema.

   b) Plantear la estrategia.

   c) Aplicar la estrategia.

   d) Responder.

4. El termómetro de una ciudad ha marcado las siguientes temperaturas mínimas y máximas.

   Día 1. 21 °C y 6 °C   Día 2. 17 °C y 4 °C

   Día 3. 20 °C y –2 °C   Día 4. 19 °C y 0 °C

   ¿Cuál es la amplitud de temperatura cada día?

   ¿Cuál es la diferencia de amplitud entre el día uno y el día cuatro?

   a) Comprender el problema.

   b) Plantear la estrategia.

   c) Aplicar la estrategia.

   d) Responder.

5. En una ciudad del hemisferio norte, a las 5 de la mañana el termómetro marca una temperatura de –3 ºC. Suponiendo que cada hora la temperatura sube 2 ºC. ¿Qué temperatura marcará el termómetro al mediodía?

   a) Comprender el problema.

   b) Plantear la estrategia.

   c) Aplicar la estrategia.

   d) Responder.

6. En el siguiente cuadro se registran las maniobras de un submarino que, partiendo del nivel del mar, explora la fosa de las Marianas. ¿A qué profundidad se encuentra el submarino luego de la última maniobra?

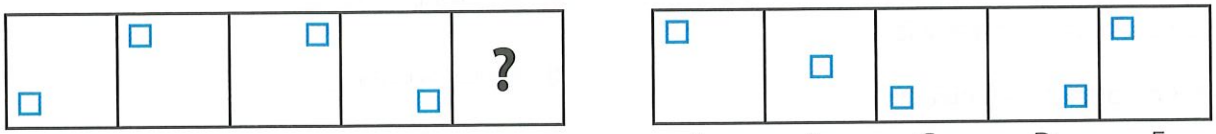
Shutterstock, 1892711413.

Maniobra	Baja	Sube
1	8 km	2 km
2	3 km	4 km
3	1 km	0 km
4	5 km	6 km
5	0 km	1 km

Competencia matemática

Secuencias gráficas

Observa el patrón y **escoge** la letra que muestra el gráfico que continúa la secuencia.



A B C D E

A B C D E

A B C D E

A B C D E

Cálculo mental

Multiplicar un número por 5.

Para multiplicar un número por 5, se utiliza la siguiente estrategia:

Multiplicar el número por 10 y luego obtener la mitad.

Por ejemplo:

$$28 \times 5 = \frac{28 \times 10}{2} = \frac{280}{2} = 140$$

Ahora, hazlo tú.

a) $56 \times 5 =$

b) $47 \times 5 =$

c) $27 \times 5 =$

d) $34 \times 5 =$

e) $48 \times 5 =$

f) $72 \times 5 =$

g) $122 \times 5 =$

h) $190 \times 5 =$

i) $325 \times 5 =$

j) $405 \times 5 =$

Presupuesto familiar

Áreas asociadas al proyecto: Matemática y Estudios Sociales

Justificación / problemática

La alimentación de los miembros del hogar es importante y es por eso que se deben elaborar presupuestos antes de la ejecución de los gastos. Al comienzo, la elaboración de un presupuesto puede verse como una tarea difícil; sin embargo, a medida que vamos desarrollando el hábito de su elaboración, nos damos cuenta de lo sencilla que es y de los grandes beneficios que nos trae saber con anticipación cómo vamos a gastar e invertir nuestro dinero.

Objetivos

- Identificar ingresos y egresos de los gastos familiares a fin de mejorar el presupuesto familiar.
- Identificar el monto de ingresos familiares.
- Identificar el monto de egresos en alimentación, medicina, vivienda, servicios básicos.
- Identificar la cantidad de dinero que se ahorra cada mes.

Recursos

- Facturas
- Rol de pagos
- Papel
- Lápiz
- Pliegos de papel bond
- Marcadores

Shutterstock, 562181419.


Shutterstock, 538414810.


Shutterstock, 215289025.


Shutterstock, 163058723.

Actividades

- **Realiza** una lista de ingresos familiares, como salarios, arriendos u otras actividades.
- **Realiza** una lista de egresos familiares, tomando nota de las facturas de gastos.
- **Realiza** un análisis de los datos obtenidos mediante operaciones matemáticas.

Evaluación

1. **Presenta** en un cartel los ingresos y egresos de los gastos familiares.
2. **Analiza** los gastos y **verifica** si es posible que exista ahorro familiar o si es indispensable eliminar gastos innecesarios.

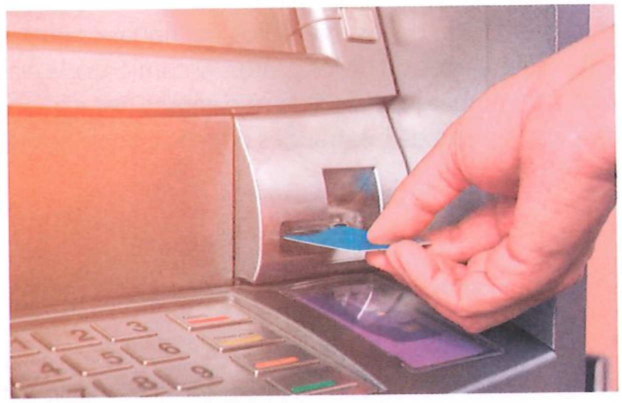
Aplico en la vida cotidiana

Tema: Mi cuenta bancaria

Operaciones con números enteros

Situación cotidiana

Los padres y las madres de familia, en la actualidad, manejan cuentas bancarias, en las que se reflejan depósitos y retiros de dinero. Estas transacciones se pueden realizar a través de un cajero automático, mediante retiro en una agencia bancaria o transferencias electrónicas. Por eso, es importante para la economía familiar tener claros los movimientos en una cuenta bancaria.



Shutterstock, 363549257.

Un comerciante tiene en un banco $ 8 560. El día lunes por la mañana retira $ 1 320 y por la tarde realiza un depósito de $ 960. El día martes le debitan de su cuenta $ 850 de un préstamo. El miércoles retira del cajero automático $ 300. El jueves en la mañana realiza una transferencia a un proveedor por una deuda pendiente de $ 1 200. Si por la tarde consulta su saldo, ¿cuánto dinero tiene aún en su cuenta del banco?

Reflexiona

- ¿Qué sucede si gastas más dinero del que tienes en el banco?

Ahora tiene en el banco $ 5 800.

- **Comprueba** la respuesta.
- En el caso de estar errada la respuesta, ¿cuál es la solución?
- Si desea que su cuenta tenga un saldo de $ 8 000 al día viernes, ¿qué movimientos puede realizar?

Resuelve la situación

- El Banco Ecuador evalúa los movimientos económicos de cuatro clientes, con el fin de premiar con un viaje al que haya ahorrado más hasta el mes de junio. Si cada cliente tiene en su cuenta $ 500. ¿Qué cliente ganará el viaje?

Cliente	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio
Cliente 1	Depositó $ 300	Retiró $ 100	Retiró $ 320	Depositó $ 510	Depositó $ 300	Retiró $ 520
Cliente 2	Retiró $ 400	Depositó $ 650	Retiró $ 330	Depositó $ 200	Retiró $ 240	Depositó $ 520
Cliente 3	Depositó $ 540	Retiró $ 340	Depositó $ 530	Retiró $ 580	Depositó $ 400	Retiró $ 410
Cliente 4	Depositó $ 250	Retiró $ 320	Depositó $ 650	Retiró $ 430	Retiró $ 510	Depositó $ 530

Tema: Equipo ganador

Operaciones con números enteros

Situación cotidiana

Generalmente, hacemos operaciones con números enteros para conocer las posibilidades de ganancia de un equipo de fútbol, tomando en cuenta los partidos ganados y perdidos.

Shutterstock, 1189395199.

Luego de la cuarta fecha de un torneo de fútbol, realizado en la provincia de Imbabura, un equipo lleva, en la tabla de posiciones, 3 goles a favor y 4 en contra, por lo que su diferencia de goles es –1. En la quinta fecha convirtió 2 goles, pero recibió 5 en contra. ¿Cuál será su nueva diferencia de goles?

Reflexiona

- ¿Sabes cómo se calculan los goles diferencia?
- **Comprueba** la respuesta.
- ¿Qué marcador debería tener en la quinta fecha para que tenga una diferencia de goles –5?
- ¿Cómo podrías resolver el problema si no conocieras las cantidades iniciales de goles a favor y en contra, pero sí la diferencia de goles?

Resuelve la situación

- La tabla de resultados de un campeonato de fútbol es la siguiente:

Equipo	Partidos jugados	Ganado	Empate	Perdido	Gol a favor	Gol en contra	Gol diferencia	Puntos
A	8	3	4	1	6	5		
B	8	4	2	2	7	8		
C	8	4	3	1	5	6		
D	8	3	3	2	7	5		

Se sabe que por cada partido ganado se suman 3 puntos; por uno empatado, 1 punto; y por uno perdido, 0 puntos.

Calcula los goles diferencia y los puntos obtenidos.

Si en la novena fecha, se obtienen los siguientes resultados, ¿cuál es el nuevo resultado de gol diferencia?

Equipo A	Equipo D
2	0

Equipo B	Equipo C
3	1

Eq. A Eq. B Eq. C Eq. D

¿Qué equipo será el ganador al final de la novena fecha?

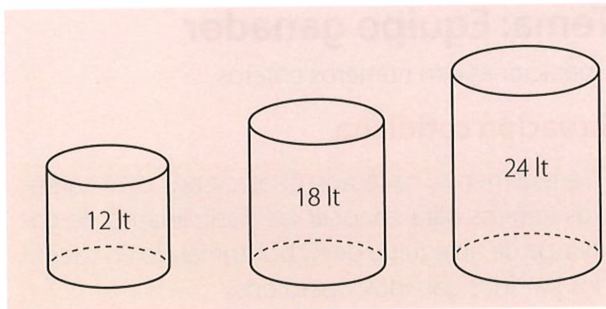
¿Qué sucedería si se jugara una fecha más. El equipo A empata con el D 3 - 3 y en el otro partido, los equipos B y C empatan a cero goles? Selecciona la respuesta correcta.

a) Se mantiene el mismo gol diferencia y gana el torneo el equipo B.

b) El equipo A gana el torneo porque en la última fecha marcó más goles.

Olimpiadas matemáticas

1. Un recipiente saca todo el líquido de cada balde. En cada extracción, el recipiente ocupa el máximo volumen. ¿Cuál es la capacidad máxima que debe tener el recipiente para obtener el menor número de extracciones?



2. La edad de Érika es el triple de la edad de su hermana Helen, y Helen tiene dos años más que su hermana menor Karla. Si la suma de las edades de las tres hermanas es 23 años, ¿cuántos años tiene cada hermana?

3. Un número multiplicado por doce y sumado el mismo número multiplicado por 5, da 680. ¿Cuál es el número?

4. Una botella contiene 3,125 litros de refresco. ¿Cuántos vasos de $\frac{3}{16}$ litros se puede llenar con el refresco contenido en tres botellas?

www.freepik.es.

5. Luis y Carlos viven en el mismo edificio. El apartamento de Carlos está catorce pisos por encima del apartamento de Luis. Un día, Luis subía por las escaleras para visitar a Carlos y en la mitad de su camino se encontraba en el décimo piso. ¿En cuál piso vive Carlos?

6. La suma de tres números consecutivos es 192. ¿Cuáles son los números?

7. Alfonso tiene 28 años menos que su madre y esta tiene 5 veces la edad de Alfonso. ¿Cuáles son las edades de Alfonso y su madre?

8. La suma de cuatro números es 240. El segundo número es el triple del primero, el tercero es el cuádruplo del segundo y el cuarto es el doble del tercero. ¿Cuáles son los números?

9. ¿Cuál de los siguientes no es un divisor de 2004?

   a) 3
   b) 4
   c) 6
   d) 8

10. Los tres miembros de la familia de conejos se han comido en total 73 zanahorias. El padre se ha comido cinco zanahorias más que la madre. El hijo se ha comido 12 zanahorias. ¿Cuántas se ha comido la madre?

    a) 27
    b) 28
    c) 31
    d) 33

Refuerza tus aprendizajes

1. Lee y **analiza**.

¿Qué número continúa en la serie?

1; 2,5; 5,5; 11,5;

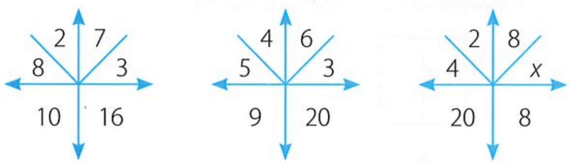
Escoge la respuesta correcta.

a) 13,5 **c)** 23,5

b) 12 **d)** 20,5

2. Lee y **analiza**. **Encuentra** el valor de x.

Escoge la respuesta correcta.

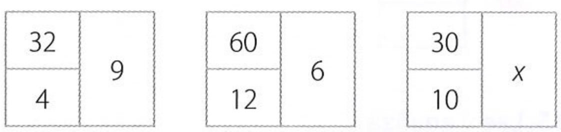


a) 16 **c)** 15

b) 12 **d)** 14

3. Lee y **analiza**.

¿Cuál es el valor de *x*?



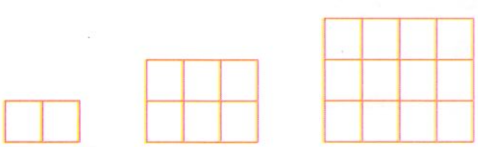
Escoge la respuesta correcta.

a) 9 **c)** 4

b) 3 **d)** 5

4. Lee y **analiza**.

¿Cuántos cuadrados se pueden contar en la figura número 10?



Escoge la respuesta correcta.

a) 100 **c)** 120

b) 110 **d)** 130

5. Lee y **analiza**.

En una bodega hay 200 sillas. Si cada silla cuesta \$ 15, ¿cuánto se obtiene al vender las $\frac{3}{4}$ partes?

Escoge la respuesta correcta.

a) \$ 2 150 **c)** \$ 2 250

b) \$ 2 225 **d)** \$ 2 500

6. Lee y **analiza**.

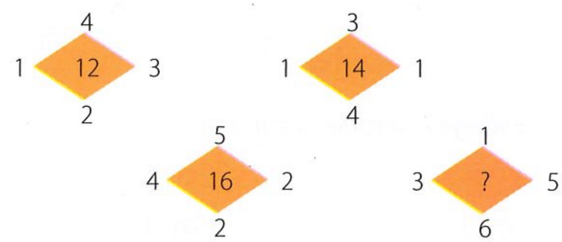
Eduardo es más alto que Pedro y Raúl es más alto que Eduardo. ¿Quién tiene menor estatura?

Escoge la respuesta correcta.

a) Pedro **c)** Raúl

b) Eduardo **d)** Ricardo

7. Lee y **analiza**.



Escoge la respuesta correcta.

a) 10 **c)** 16

b) 14 **d)** 18

8. Lee y **analiza**.

¿Qué números completan la secuencia?

–5, –4, –2, 0, 3, 6, 9, 13, 17, …

Escoge la respuesta correcta.

a) 20 y 25 **c)** 21 y 25

b) 21 y 26 **d)** 22 y 28

9. Lee y **analiza**.

Dividir un número para dos es lo mismo que multiplicar por:

Escoge la respuesta correcta.

a) $\frac{1}{4}$ **c)** 0,2

b) $\frac{1}{2}$ **d)** 0,25

10. **Lee** y **analiza**.

¿Qué número debe ir en el espacio vacío?

8	2	15
5	7	34
8	5	?

Escoge la respuesta correcta.

a) 53
b) 39
c) 47
d) 33

11. **Lee** y **analiza**.

¿Qué letra debe ir en el espacio vacío?

A	M	J
E	P	N
I	T	?

Escoge la respuesta correcta.

a) R
b) Q
c) S
d) T

12. **Lee** y **analiza**.

¿Qué letras continúan la serie?

AZ BY CX DW ¿?

Escoge la respuesta correcta.

a) FG
b) ET
c) GV
d) EV

13. **Lee** y **analiza**.

¿Qué número debe ir en el espacio vacío?

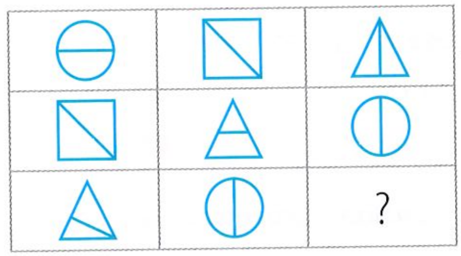
8	11	–3
5	7	–2
3	9	?

Escoge la respuesta correcta.

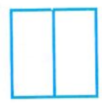
a) –1
b) –5
c) –6
d) –4

14. **Lee** y **analiza**.

¿Qué figura debe ir en el espacio vacío?

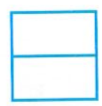


Escoge la respuesta correcta.

a) 

b) 

c) 

d) 

15. **Lee** y **analiza**.

Paula utiliza 0,275 kg de fideos para hacer el almuerzo para dos personas. Si tuviera que hacer la comida para 18 personas, ¿cuántos kilos de fideo necesitaría?

Escoge la respuesta correcta.

a) 2,475 kg
b) 2,5 kg
c) 2,75 kg
d) 1,475 kg

16. **Lee** y **analiza**.

El número 12,4267, redondeado a las centésimas es:

Escoge la respuesta correcta.

a) 12,4
b) 12,43
c) 12,427
d) 12,42

17. **Lee** y **analiza**.

Marina pagó por una caja con 35 chocolates $ 25,87. Si los chocolates valen 22,05 más que la caja, ¿cuál es el valor de un chocolate?

Escoge la respuesta correcta.

a) $ 0,58 **c)** $ 1,68

b) $ 0,98 **d)** $ 0,68

18. **Lee** y **analiza**.

En un parque de diversiones, una rueda moscovita gira 40 veces al día, con 36 cabinas con capacidad para 6 personas cada una, y tiene una montaña rusa en la que en cada vuelta se suben 1,5 veces más personas que en la rueda moscovita. ¿Cuántas personas se subieron en la montaña rusa en un día?

Escoge la respuesta correcta.

a) 12 960 personas

b) 1 296 personas

c) 15 900 personas

d) 10 800 personas

19. **Lee** y **analiza**.

Se llena un tanque de agua hasta la mitad. Al cabo de un día se le añade 2/5 partes de agua.

Si luego se utiliza 1/3 del agua del tanque, ¿cuánto quedaría en el tanque?

Escoge la respuesta correcta.

a) 1/2 **c)** 17/30

b) 3/5 **d)** 2/3

20. **Lee** y **analiza**.

Las dimensiones de un rectángulo son 40 cm de largo por 12 cm de ancho. ¿Cuánto debe medir el largo si se conserva la misma área y el ancho se disminuye en 7 cm?

Escoge la respuesta correcta.

a) 68,6 cm

b) 96 cm

c) 48 cm

d) 52 cm

Luego de desarrollar y resolver los ejercicios anteriores, debes pintar la opción que consideres correcta, de acuerdo a las instrucciones.

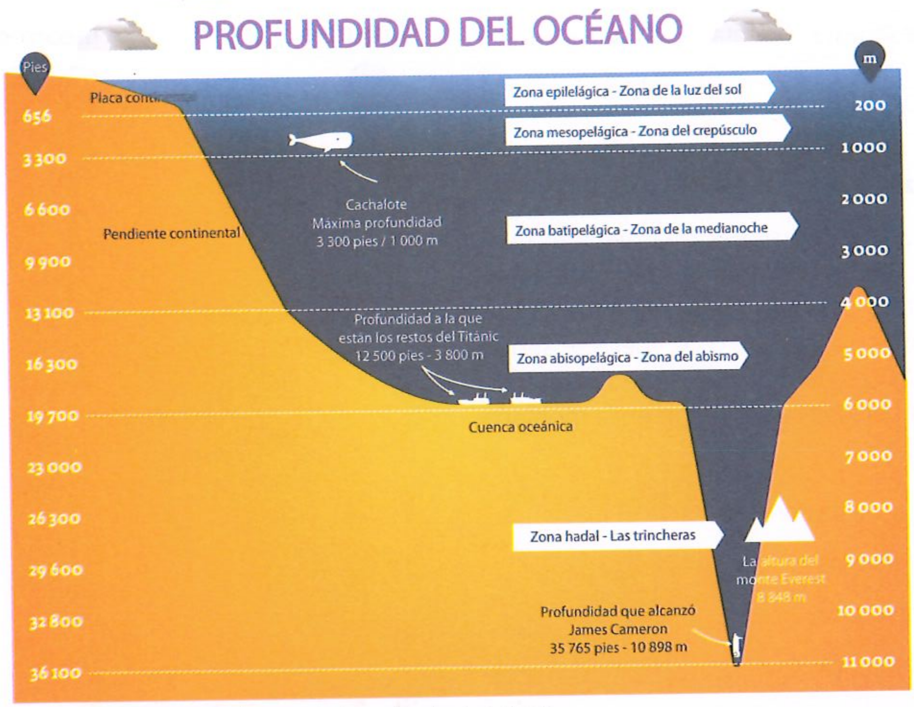
Instrucciones

Correcto **Incorrecto**

1)	A	B	C	D
2)	A	B	C	D
3)	A	B	C	D
4)	A	B	C	D
5)	A	B	C	D
6)	A	B	C	D
7)	A	B	C	D
8)	A	B	C	D
9)	A	B	C	D
10)	A	B	C	D
11)	A	B	C	D
12)	A	B	C	D
13)	A	B	C	D
14)	A	B	C	D
15)	A	B	C	D
16)	A	B	C	D
17)	A	B	C	D
18)	A	B	C	D
19)	A	B	C	D
20)	A	B	C	D

En tu cuaderno

La fosa de las Marianas



Shutterstock. 1640168446.

Fosa de las Marianas, el punto más profundo de la tierra.

"Dentro del relieve de la Tierra, las fosas oceánicas son sectores deprimidos que se encuentran bajo el mar, donde la profundidad de las aguas es mucho mayor. La fosa de las Marianas es de todas ellas la gran desconocida. Está ubicada en el océano Pacífico, muy cerca de Japón. Según los expertos, la fosa se originó por un proceso de subducción, por el cual una placa de la corteza terrestre se hunde bajo el borde de otra placa.

La fosa de las Marianas tiene más de 70 kilómetros de ancho. Posee una profundidad que, en su zona más honda, el abismo Challenger, llega a los 11 kilómetros. Es, por tanto, el punto más profundo del planeta. Para hacernos una idea, si colocáramos en esta fosa al monte Everest, este quedaría totalmente sumergido, y su punta aún más de 2 000 metros bajo el agua.

La luz solar no llega a este lugar. La oscuridad es total y las temperaturas pueden llegar a 1 grado bajo cero. En el fondo de la fosa, la presión es mil veces mayor que la presión atmosférica normal a nivel del mar. Existen respiraderos hidrotérmicos en el fondo de las Marianas y, aunque parezca increíble, también hay vida. Cerca de 200 especies unicelulares y decenas de especies de animales desconocidas para el hombre habitan en la fosa. Una de las más espectaculares es el calamar gigante del género *Architeuthis*.

Las imágenes más impresionantes de la fosa de las Marianas se deben al submarino no tripulado Kaiko. Este vehículo recolectó muestras ubicadas a 10 896 metros de profundidad. Gran parte de los organismos descubiertos se formaron hace seis millones de años, por lo que es muy probable que se trate de restos de la vida prehistórica del planeta".

Fuente: https://www.astromia.com/fotostierra/fosamarianas.htm

Ficha de comprensión lectora

1. Según la lectura, ¿cuántos metros de profundidad alcanza aproximadamente la fosa de las Marianas?

4. ¿Cuántos metros de ancho tiene la fosa de las Marianas?

a) 7 000 m   **c)** 700 m

b) 70 000 m   **d)** 70 m

3. Según los expertos, ¿cuál es el proceso que originó la fosa?

4. Si se colocara al monte Everest en la fosa, aún habría 2 000 metros de agua sobre él. Entonces, ¿cuál es la altura aproximada del monte Everest?

5. **Observa** la imagen que acompaña al texto. ¿Hacia qué sentido desde el nivel del mar se cuentan los metros de profundidad de la fosa?

6. ¿Por qué crees que nadie ha logrado llegar al fondo de la fosa?

Ficha de escritura académica

Actividad personal

Shutterstock, 1125574206.

1. **Investiga** sobre los submarinos que se han sumergido en la fosa de las Marianas. **Elabora** una línea del tiempo y **presenta** tu trabajo en una hoja A4.

2. **Ingresa** a Internet, busca imágenes sobre la fosa de las Marianas y **prepara** un *collage*.

3. En la lectura encontraste ejemplos sobre números bajo cero, como la temperatura y las profundidades en el océano. **Haz** una redacción sobre otras situaciones que necesitan cantidades bajo un nivel de referencia.

4. **Indaga** sobre otras fosas marinas, su localización y su profundidad. **Elabora** cuadros comparativos.

5. **Investiga** sobre la máxima presión que puede soportar el ser humano. **Haz** un pequeño resumen.

Actividad colaborativa

Shutterstock, 1508727182.

6. **Formen** grupos y **utilicen** las TIC de su preferencia para desarrollar la siguiente labor: crear una infografía digital que resuma la lectura anterior.

Presenten su trabajo ante el resto de la clase. **Tomen** en cuenta las siguientes recomendaciones:

- Debe haber un organizador gráfico.
- Hay que incluir imágenes.
- Los textos deben ser sintéticos y precisos.
- Se deben citar las fuentes de donde se obtuvieron textos e imágenes.

Compruebo mis aprendizajes
Evaluación sumativa

I.M.4.1.1. / I.M.4.7.1.

1. **Determina** el grupo de números mayores a −5.
   - a) 0, −8, −9, −12, −21
   - b) −10, −11, 15, 10
   - c) 0, −4, −3, −2, −1
   - d) −6, −7, −8, −9

2. **Compara** y **relaciona** con los signos < y >, según corresponda.
   - a) −8   +14
   - b) −5   0
   - c) −20   −15
   - d) −4   −12
   - e) 0   −14

   $<$

   $>$

3. **Completa** la tabla.

Número	Opuesto	Valor absoluto
−5		
10		
−56		
34		

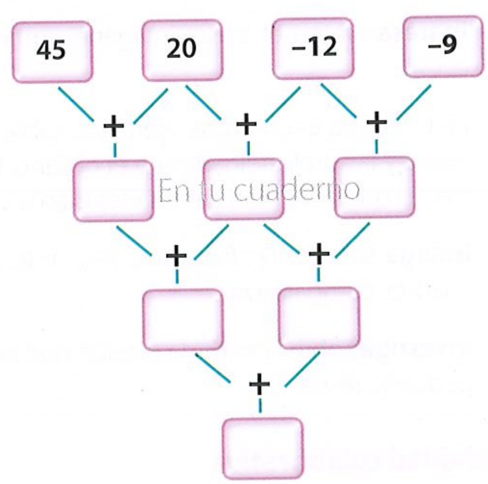
En tu cuaderno

4. **Responde** las siguientes preguntas.
   - a) ¿Cuántos números hay entre 3 y −3?
   - b) ¿Qué números están entre 2 y −4?
   - c) ¿Cuál es el opuesto del opuesto de +8?
   - d) Juan cobra $ 1 200, gasta $ 600 dólares en educación, $ 400 en alimentación, luego cobra un cheque de $ 200. ¿Cuánto dinero le queda a Juan?

5. **Indica** si es (V) verdadero o (F) falso, según corresponda.
   - a) La diferencia de dos enteros negativos es negativa.
   - b) La diferencia de dos enteros negativos siempre es positiva.
   - c) La suma de dos números opuestos siempre da como resultado 1.
   - d) La suma de dos números enteros positivos siempre es un entero positivo.
   - e) La suma de dos números enteros negativos siempre es positiva.
   - f) Si un factor es cero en una multiplicación, entonces el producto es cero.
   - g) Si un factor es −1 en una multiplicación con un entero positivo, el producto es un entero positivo.

6. **Lee** y **encuentra** los resultados.
   - a) ¿Qué número se debe sumar a −18 para obtener 50?
   - b) ¿Qué número debe restarse a −25 para obtener −15?
   - c) ¿Qué número debe multiplicarse a −3 para obtener −18?
   - d) ¿Para qué número se debe dividir −80 para obtener 10?

7. **Completa** el siguiente esquema.



8. (10 x 100) (20 x 80) =
   - a) 20 000 x 80 000
   - b) 2 000 x 8 000
   - c) 2 000 x 80 000
   - d) 20 000 x 800

9. **Resuelve** los ejercicios y **escoge** la respuesta correcta.

$$-8+\left\{15-\left[(-15+3)\div 4-(8)\right]-(4-7)+8\right\}=$$

a) −20

b) 160

c) 178

d) 296

$$\left\{7-\left[(-20+2)\div 6-(+4)\right]-(10-4)\div 2\right\}=$$

a) 60

b) −120

c) 88

d) 11

$$-2\times 3+2\left\{7-\left[(-5+2)\div 3-(-9)\right]-(10-8)+8\right\}=$$

a) 4

b) 8

c) 12

d) 16

10. La temperatura de una ciudad es de −8 °C. ¿Cuántos grados debe variar para tener una temperatura de +4 °C?

a) +10 °C

b) +12 °C

c) +14 °C

d) +16 °C

Coevaluación

11. **Trabajen** en parejas.

Para determinar las preferencias acerca de las emisoras de radio en una ciudad, fueron entrevistados 400 habitantes, de entre 20 y 40 años, de diferentes barrios.

Determinen la población, la muestra y la variable.

12. **Expreso mis emociones. Reflexiona** sobre la solidaridad. **Indica** alguna actividad en la que hayas sido solidario con un compañero de clase.

Autoevaluación

13. **Pinta** según la clave.

Puedo ayudar a otros | **Resuelvo por mí mismo** | **Necesito ayuda** | **Estoy en proceso**

Contenidos	Identifico números enteros, sus opuestos y su valor absoluto.	
	Identifico el orden de números enteros y los represento en la recta numérica.	
	Resuelvo las operaciones básicas con números enteros.	
	Resuelvo situaciones mediante la aplicación de operaciones con números enteros.	
	Identifico población, muestra y variables de situaciones cotidianas.	

Metacognición

- ¿Aclaraste dudas y necesidades con los temas aprendidos?
- ¿En qué momento de tu vida puedes utilizar algunos de los temas aprendidos?
- ¿Para qué te servirá lo aprendido?

unidad 2

Potenciación y radicación con enteros. Tecnicismo algebraico y tabla de frecuencia

La salud es uno de los aspectos más relevantes para el desarrollo de una vida larga y de calidad. En este sentido, la importancia de la salud reside en permitir que el organismo de una persona, o de un animal, mantenga buenos estándares de funcionamiento y pueda, realizar las diferentes actividades de su rutina diaria.

Podemos definir a la salud como el estado en el cual un organismo no presenta enfermedades, condiciones virales o complicaciones. Para que una persona tenga una buena salud, debe combinar ciertas acciones o actitudes; por ejemplo: tener una buena alimentación, realizar ejercicios de manera regular, no consumir sustancias tóxicas y realizar chequeos médicos de forma habitual, para prevenir o controlar posibles complicaciones.

(Fuente: https://www.importancia.org/importancia-de-la-salud.php)

Shutterstock, 111868610.

Preguntas generadoras

- ¿Cómo defines a una persona saludable?
- ¿Cuántas horas dedicas a hacer deporte?
- **Investiga:** ¿cómo se reproducen las bacterias que afectan nuestra salud?

Lo que vamos a aprender

Álgebra y funciones

- Operaciones con números enteros
  - Potenciación
  - Radicación
  - Propiedades
  - Operaciones combinadas
- Introducción algebraica
  - Lenguaje algebraico
  - Variables
  - Ecuaciones e inecuaciones
  - Situaciones aditivas y multiplicativas

Estadística y probabilidad

- Frecuencias absolutas y relativas, datos agrupados en tabla de frecuencias
- Diagrama de barras

Objetivos
O.M.4.2. / O.M.4.3. / O.M.4.4. / O.M.4.7.

Tema 1 Potenciación de números enteros

Shutterstock, 773282413.

Saberes previos

Expresa el número 125 como el producto de tres factores iguales.

Susana le propone a su madre que le dé diariamente $ 30 dólares durante 5 días consecutivos. Carlos prefiere que su madre le dé 1 dólar, y cada día le triplique la cantidad del día anterior; le pide que solo le entregue la cantidad de dinero correspondiente al quinto día. ¿Cuál de los dos recibirá más dinero por parte de su madre? Para saber quién de los dos recibirá más dinero se analiza cada caso.

Camila recibirá $ 30 dólares diarios por 5 días, es decir:

$30 \times 5 = 150$ → Recibirá $ 150 dólares por 5 días.

Carlos recibirá lo acumulado el quinto día, si le triplican el dinero del día anterior. Para saber cuánto recibe, es necesario analizar la siguiente tabla.

Día	Inicia	1.er día	2.° día	3.er día	4.° día	5.° día
Dólares	$ 1	$3 \times 1 = 3$	$3 \times 3 = 9$	$9 \times 3 = 27$	$27 \times 3 = 81$	$81 \times 3 = 243$
Expresado en potencia	$3^0 = 1$	$3^1 = 3$	$3^2 = 9$ 3×3	$3^3 = 27$ $3 \times 3 \times 3$	$3^4 = 81$ $3 \times 3 \times 3 \times 3$	$3^5 = 243$ $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

La tabla muestra que el quinto día Carlos tendrá $ 243.

Entonces, podemos concluir que Carlos recibirá más dinero.

A la operación que define este resultado se la conoce como potenciación.

La potenciación es la operación que consiste en multiplicar un mismo número *a*, llamado base, tantas veces como lo indique otro número *n*, llamado exponente, para obtener como resultado un tercer número *P* llamado potencia denotado; simbólicamente se expresa así: .

$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times ... = P}_{\text{n veces}}$ $\quad a =$ base, $n =$ exponente

Interdisciplinariedad

Matemática y Medicina

La potenciación se aplica en el campo de la medicina cuando se realiza el cultivo de alguna bacteria, con el fin de conocer acerca de su reproducción.

Recuerda que...

En la potenciación, cuando la base es un número negativo, es necesario analizar su exponente.

Si el exponente es un número par, la potencia es positiva.

Si el exponente es impar, la potencia es negativa.

Ejemplo 1

Encontramos la potencia de:

a) 7^3

b) 5^4

c) $(-8)^3$

d) $(-4)^4$

Solución

a) $7 \times 7 \times 7 = 343$

b) $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$

c) $(-8) \times (-8) \times (-8) = -512$

d) $(-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4) = 256$

M.4.1.5. Calcular la potencia de números enteros con exponentes naturales.

Propiedades de la potenciación de números enteros

Si *a* y *b* son números enteros distintos de cero, y *m*, *n* números naturales, se aplican las siguientes propiedades:

Propiedad	Enunciado	Expresión algebraica	Ejemplos
Producto de potencias de bases iguales	Es una potencia en la que se conserva la base y se suman sus exponentes.	$a^m \times a^m = a^{m+n}$	$(-2)\,(-2)^2\,(-2)^3 = (-2)^{1+2+3} = (-2)^6 = 64$
Cociente de potencias de bases iguales	Es una potencia en la que se conserva la base y se restan sus exponentes.	$\left(\dfrac{a^m}{a^n}\right) = a^{m-n}$	$\dfrac{(-2)^4}{(-2)^2} = (-2)^{4-2} = (-2)^2$
Potencia de una potencia	Es una potencia en la que se conserva la base y se multiplican sus exponentes.	$(a^m)^n = a^{m \times n}$	$(4^2)^3 = 4^{2 \times 3} = 4^6$
Potencia de un producto	Es igual al producto de las potencias de sus factores.	$(a \times b)^m = a^m \times b^n$	$(-5 \times 4)^3 = (-5)^3 \times 4^3$
Potencia de un cociente	Es igual al cociente entre la potencia del dividendo y la del divisor.	$\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$	$\left(\dfrac{-8}{2}\right)^4 = \dfrac{(-8)^4}{2^4}$
Potencia a la 0	Todo número elevado a 0 es igual a 1, excepto cuando la base es 0.	$a^0 = 1$ $a \neq 0$	$(-4)^0 = 1$
Potencia a la 1	Todo número elevado a 1 es igual al mismo número.	$a^1 = a$	$(-4)^1 = -4$

Ejemplo 1

Aplicamos las propiedades de la potenciación.

a) $\left[(-4)^4\right]^3 =$

b) $\dfrac{m^6 \cdot m^4 \cdot m^{-3}}{m^3 \cdot m^2}$

c) $(-3)^5(-3)^4(-3)^{-3}(-3)^0$

d) $\left(\dfrac{5}{3}\right)^2$

Solución

a) $\left[(-4)^4\right]^3 = (-4)^{4\times3} = (-4)^{12}$

b) $\dfrac{m^6 \cdot m^4 \cdot m^{-3}}{m^3 \cdot m^2} = \dfrac{m^{6+4-3}}{m^{3+2}} = \dfrac{m^7}{m^5} = m^{7-5} = m^2$

c) $(-3)^5(-3)^4(-3)^{-3}(-3)^0 = (-3)^{5+4-3+0} = (-3)^6$

d) $\left(\dfrac{6}{3}\right)^2 = \dfrac{6^2}{3^2} = \dfrac{36}{9} = 4$

DFA

Ponerse en los zapatos de la otra persona nos ayuda a comprender las posibles situaciones por las que aquella persona atraviesa.

Competencia digital

Ingresa al siguiente enlace web: *lynk.ec/8m08*

Imprime la página 7 y **refuerza** propiedades de la potenciación.

Taller Evaluación formativa

I.M.4.1.1.

1. **Expresa** como potencia cada producto.

   a) $5\times5\times5\times5=$

   b) $(-8)\times(-8)\times(-8)=$

   c) $(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)=$

   d) $4\times4\times4\times4\times(-3)\times(-3)=$

   e) $m\times m\times m\times m\times m\times m=$

   f) $a\times a\times a\times b\times b=$

   g) $(x+4)\times(x+4)\times(x+4)\times(x+4)=$

   h) $(-2+p)\times(-2+p)\times(-2+p)=$

2. **Indica** como productos las siguientes potencias:

   a) $(2)^4=$

   b) $(-7)^5=$

   c) $(a+b)^2=$

   d) $(-x)^4=$

   e) $m^5=$

   f) $p^3q^5=$

   g) $(-4+p)^3=$

   h) $m^2(n+p)^3=$

3. **Calcula** la potencia en cada ejercicio.

   a) $5^4=$

   b) $3^2=$

   c) $(-2)^4$

   d) $-5^3=$

   e) $-3^3=$

   f) $4^2=$

   g) $-2^5=$

   h) $(-3)^4$

   i) $(-1)^3$

   j) $(-2)^4$

   k) $(-3)^3$

4. **Encuentra** en la sopa de letras las siguientes palabras y luego **escríbelas** en tu cuaderno:

   base, exponente, factores, potencia, potenciación, producto, número, enteros, iguales.

N	M	P	Z	P	W	I	I	B	P	V	Q	E	P	S	J
U	V	R	E	D	V	A	G	Z	O	O	O	P	O	G	C
S	B	O	D	Y	F	R	U	A	T	V	I	L	T	F	L
I	E	D	L	O	C	B	A	S	E	E	M	I	E	J	I
U	B	U	U	M	Y	Y	L	M	N	D	E	E	N	K	Y
Z	A	C	U	K	B	O	E	E	C	O	I	A	C	E	Y
P	S	T	K	C	E	P	S	E	I	W	T	Q	I	Z	F
Z	U	O	B	G	Y	E	U	I	A	Y	F	M	A	Y	A
N	Ú	M	E	R	O	S	K	E	J	G	O	V	C	I	M
F	A	C	T	O	R	E	S	R	S	K	I	T	I	W	G
E	N	Z	Z	E	X	P	O	N	E	N	T	E	Ó	D	O
X	Z	Q	S	U	A	E	N	T	E	R	O	S	N	M	P
I	N	F	M	U	E	N	D	G	G	L	F	E	Y	A	K

En tu cuaderno

5. **Completa** en tu cuaderno las siguientes tablas.

Exponente / Base	2	3	4
4			
5			
(−7)			
(−3)			
(−2)			
8			

En tu cuaderno

6. **Determina** los números que correspondan en cada caso.

a)

Número	Doble	Cuadrado
2		
3		
4		
5		
6		
12		

En tu cuaderno

b)

Número	Triple	Cubo
3		
5		
7		
9		
11		
20		

En tu cuaderno

c)

Número	Cubo	Cuarta
2		
3		
(–2)	En tu cuaderno	
(–3)		
4		
(–4)		

7. **Halla** el resultado de los siguientes enunciados.

a) El cuadrado del doble de tres

b) El cubo del triple de cuatro

c) El cuadrado del cuádruplo de dos

8. **Resuelve** las siguientes situaciones:

a) ¿Cuál es el área de un terreno cuadrangular que mide 18 m por lado?

b) ¿Cuáles son las potencias de 5 que se encuentran entre el número 1 y el número 200?

c) ¿Cuáles son los cuadrados perfectos que se encuentran entre el 30 y el 200?

9. **Resuelve** las siguientes operaciones:

a) $5+(6+5)^2+3-8+9=$

b) $-4+(-8+4)^3+6-3^2+4^3=$

c) $12+6^2+(-3)^4-8+9^2=$

d) $(8+2)^2+6^3-2^4+(-5)^3=$

e) $7+2(3+2)^3+3(4^2-20)-8(3^2+2^3)+2=$

f) $\dfrac{12^8}{8^6}$

g) $[(-5)^{-2}]^{-3}=$

h) $\dfrac{15^{16}}{15^{12}}=$

i) $(5^2)^2=$

10. **Aplica** las propiedades de la potenciación.

a) $3^4\times3^2\times3^3=$

b) $\left[(-2)^2\right]^4=$

c) $6^{12}\times3^{12}=$

d) $9^4\div9^2=$

e) $(4+5^5+8^9)^0=$

f) $(7^4\times3^2\times7)^3=$

g) $\dfrac{2^4\times2^3\times2^3}{2^3\times2^5}=$

h) $(t^4\times t^6)\div t^7=$

11. **Encuentra** el valor de la incógnita.

a) $(3^4\times3^x)\div3^9=3^5$

b) $(4^6)^x=4^{18}$

c) $(y^4+y^7)^x=1$

d) $(8^{10}\div8^x)\times8^7=8^{12}$

e) $\left[(5^2\times5^3)^2\times(5^3)^3\right]\div5^{15}=5^x$

f) $\left[(m^2)^4\times(m^3)^x\right]\div m^{12}=m^5$

Trabajo colaborativo

12. **Trabajen** en parejas.

Elaboren una tabla con los cuadrados y cubos perfectos hasta el 20. **Escriban** la regla de exponentes para números negativos. **Usen** su tabla en la solución de ejercicios.

Actividad indagatoria

13. **Averigua** cómo se resuelve una potencia que tiene como exponente un número negativo. Puedes revisar el siguiente enlace web: *lynk.ec/8m09*

Tema 2 Radicación con números enteros

Recuerda que...

$\sqrt[n]{b} = a$

Se lee raíz n-ésima de b.

Si y solo si $a^n = b$

n = índice de la raíz

b = cantidad subradical

Shutterstock, 507200902.

Las matemáticas permiten limitar superficies agrícolas.

¿Sabías que?

No se coloca el índice en una raíz cuando es cuadrada.

Competencia socioemocional

Respeta y entiende el criterio y los puntos de vista de tus compañeros cuando trabajes en grupo.

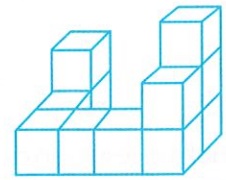
Interculturalidad

Los comerciantes de los mercados y las plazas no utilizan calculadoras para realizar sus cuentas. Si bien sus matemáticas son básicas, las manejan con mucha prolijidad y exactitud.

Desequilibrio cognitivo

Observa el gráfico. ¿Cuántos cubos más son necesarios para formar un cubo perfecto?

¿Cuántas unidades cúbicas tendrían su volumen?



Radicación

Ricardo quiere cercar con malla metálica un terreno cuadrangular que tiene 400 m^2 de superficie. ¿Cuántos metros de malla necesita para hacerlo?

Para conocer cuántos metros de malla son necesarios, es preciso conocer el valor de los lados del terreno.

Dado que se conoce la medida de su superficie y se sabe que es un terreno cuadrangular, se puede obtener la medida de cada lado con la raíz cuadrada.

$A = l^2$ $\quad 400 = l^2$ $\quad L = \sqrt{A}$ $\quad \sqrt{400} = 20$

Cada lado del terreno mide 20 m. Entonces, para saber cuánta malla necesita Ricardo para cercar el terreno, se multiplica $20 \times 4 = 80\ m$.

Se necesitan 80 m de malla metálica para cercar el terreno.

La radicación es el proceso inverso de la potenciación, que se aplica para obtener la base si se conocen la potencia y el exponente.

El resultado se llama **raíz**.

Ejemplo 1

Determinamos la raíz de cada ejercicio.

a) $\sqrt[4]{81}$ **b)** $\sqrt[3]{729}$ **c)** $\sqrt{324}$

Solución

a) $\sqrt[4]{81} = 3$ porque $3 \times 3 \times 3 \times 3 = (3)^4 = 81$

b) $\sqrt[3]{729} = 9$ porque $9 \times 9 \times 9 = (9)^3 = 729$

c) La raíz se puede obtener por medio de descomposición de factores primos.

324	2
162	2
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

$$\sqrt{2^2 \times 3^2 \times 3^2} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{3^2} = 2 \times 3 \times 3 = 18$$

M.4.1.6. Calcular raíces de números enteros no negativos que intervienen en expresiones matemáticas.

Propiedades de la radicación

Las propiedades de la radicación de números enteros son las mismas que las de números naturales con el exponente n un número natural distinto de cero.

Propiedad	Enunciado	Expresión algebraica	Ejemplos
Raíz n-ésima de la n-ésima potencia	La raíz n-ésima de la n-ésima potencia es igual a la cantidad subradical.	$\sqrt[n]{a^n} = a^{n \div n = 1} = a^1$	$\sqrt[6]{21^6} = 21^{6 \div 6 = 1} = 21^1$
Raíz de un producto	Es igual al producto de las raíces de sus factores.	$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$	$\sqrt{25 \times 36} = \sqrt{25} \times \sqrt{36} = 5 \times 6 = 30$
Raíz de una fracción	Es igual al cociente de la raíz del numerador entre la raíz del denominador.	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	$\sqrt[3]{\frac{64}{8}} = \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{4}{2}$

Ejemplo 1

Obtenemos el resultado de las siguientes raíces, aplicando las propiedades.

a) $\sqrt[3]{7^3}$ **b)** $\sqrt[4]{9^8}$ **c)** $\sqrt[3]{6^7}$

d) $\sqrt{100 \times 4}$ **e)** $\sqrt[3]{\frac{-1\,728}{27}}$

Solución

a) Simplificamos el exponente y el índice de la raíz: $\sqrt[3]{7^3} = 7^{\frac{3}{3}} = 7$

b) Simplificamos el exponente y el índice de la raíz: $\sqrt[4]{9^8} = 9^{\frac{8}{4}} = 9^2$

c) Recordamos la propiedad de la potenciación: **producto de potencias de bases iguales.**

$6^7 = 6^3 \times 6^3 \times 6$, se conserva la base y se suman exponentes.

Por lo tanto, $\sqrt[3]{6^7} = \sqrt[3]{6^3 \times 6^3 \times 6} = \sqrt[3]{6^3} \times \sqrt[3]{6^3} \times \sqrt[3]{6} = 6 \times 6 \times \sqrt[3]{6} = 36\sqrt[3]{6}$

d) $\sqrt{100} \times \sqrt{4} = 10 \times 2 = 20$

e) $\sqrt[3]{\frac{-1\,728}{27}} = \frac{\sqrt[3]{-1\,728}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{-12}{3} = -4$

¿Sabías que?

Se puede usar exponentes racionales para expresiones radicales. Para eso se utiliza la siguiente regla:
Ejemplos:

$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$; $a^{\frac{1}{2}} = 64^{\frac{1}{2}} = \sqrt{64} = 8$

$\sqrt[n]{a}^{\,m} = a^{\frac{m}{n}}$; $\sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}} = 64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = 4$

DFA

Si hay una discapacidad o dificultades visuales, es necesario ayudarnos unos a otros, ya sea con una explicación de los sucesos visuales o con un resumen de lo que sucede alrededor.

En la radicación pueden aparecer los siguientes casos:

- Cuando la cantidad subradical es positiva y el índice es par, la raíz toma doble signo ±.
  Ejemplo: $\sqrt{16} = \pm 4$ porque $4^2 = 16$ y $(-4)^2 = 16$
- Cuando la cantidad subradical es positiva y el índice es impar, la raíz es positiva.
  Ejemplo: $\sqrt[3]{8} = 2$ porque $2^3 = 8$
- Cuando la cantidad subradical es negativa y el índice es impar, la raíz es negativa.
  Ejemplo: $\sqrt[3]{-8} = -2$ porque $(-2)^3 = -8$
- Cuando la cantidad subradical es negativa y el índice es par, la raíz no está definida en el conjunto de los números enteros.
  Ejemplo: $\sqrt{-25} =$ no está definida en el conjunto de los números enteros.

Taller

Evaluación formativa

I.M.4.1.1.

1. **Determina** y **explica** el resultado para cada operación.

a) $\sqrt{225}$

b) $\sqrt{25}$

c) $\sqrt{256}$

d) $\sqrt{100}$

e) $\sqrt[3]{512}$

f) $\sqrt[5]{32}$

g) $\sqrt{196}$

h) $\sqrt[5]{243}$

i) $\sqrt[5]{1024}$

j) $\sqrt[7]{-128}$

k) $\sqrt[3]{-216}$

l) $\sqrt[4]{2041}$

m) $\sqrt[3]{-512}$

2. **Calcula** las raíces indicadas.

a) $\sqrt{169} =$

b) $\sqrt{289} =$

c) $\sqrt{361} =$

d) $\sqrt{324} =$

e) $\sqrt{81} =$

f) $\sqrt[3]{125} =$

g) $\sqrt[3]{-729} =$

h) $\sqrt[4]{81} =$

i) $\sqrt[5]{-32} =$

j) $\sqrt[6]{4\,096} =$

3. **Obtén** las raíces de las siguientes fracciones.

a) $\sqrt{\dfrac{196}{64}} =$

b) $\sqrt{\dfrac{225}{100}} =$

c) $\sqrt{\dfrac{400}{144}} =$

d) $\sqrt[3]{\dfrac{8}{27}} =$

e) $\sqrt[3]{\dfrac{125}{1\,000}} =$

f) $\sqrt[3]{\dfrac{343}{512}} =$

g) $\sqrt[4]{\dfrac{256}{625}} =$

h) $\sqrt[3]{-\dfrac{216}{343}} =$

i) $\sqrt{\dfrac{121}{169}} =$

4. **Resuelve** por medio de descomposición en factores primos.

a) $\sqrt{400}$

b) $\sqrt{900}$

c) $\sqrt{256}$

d) $\sqrt{1024}$

e) $\sqrt[3]{27\,000}$

f) $\sqrt[3]{1024}$

5. **Resuelve** las siguientes operaciones.

a) $\sqrt[4]{81 \times 16 \times 625} =$

b) $\sqrt[4]{25^2 \times 4^2 \times 3^4 \times 9^2} =$

c) $\sqrt[3]{\dfrac{2^{12} \times 7^3 \times 10^6}{5^3}} =$

d) $\sqrt[5]{-32 \times 243 \times (-100\,000)} =$

e) $\sqrt{\dfrac{100 \times 81 \times 49}{225 \times 9}} =$

f) $\sqrt[3]{(-8)\times(-27)\times(-1000)}=$

g) $\sqrt{36\times 81\times 121\times 49}=$

h) $\sqrt{\dfrac{144\times 225}{100}}=$

i) $\sqrt[3]{\dfrac{2^6\times 6^3\times 3^6}{3^9}}=$

j) $\sqrt{4}+25-4^2-34=$

k) $\sqrt[3]{-125}+20-8^2-20=$

l) $\sqrt{400}+39-9^2-94=$

m) $\sqrt{25\times 100}+36-3^3-8^2=$

n) $(4+5)^2+\sqrt{5^2}+8-(3+4)^3=$

o) $\sqrt{3^4}+(2+4)^2-\sqrt{(20\times 5)(16\times 4)}-18=$

p) $\sqrt[3]{7^6}+(5+3)^3+\sqrt[3]{\sqrt{64}}-(3\times 4)=$

q) $\sqrt[3]{-8}+\sqrt{16}-2^3=$

r) $\sqrt{49}-\sqrt[5]{-32}+\sqrt{25}-3^3=$

s) $\sqrt{20\times 5}+5^2-\sqrt{36}-(2-4)^3=$

t) $\sqrt[3]{27\times 8}+\sqrt{100\times 36}+(3-4)^5=$

u) $\sqrt[5]{10^5}+\sqrt[3]{-27}+(-2)^5+\sqrt[3]{3^6}=$

v) $\sqrt[4]{6^2}\times\sqrt{6}+\sqrt[3]{\dfrac{32}{4}}+(-2+3)^2+4^2=$

Trabajo colaborativo

6. **Trabajen** en parejas.

   Planteen un problema que deba resolverse por medio de la radicación. **Tomen en cuenta** problemas relacionados con áreas y volumen.

7. **Aplica** las propiedades de la radicación y **obtén** el valor de *x*.

   a) $\sqrt[x]{(3+6)^4}=9$

   b) $\sqrt[3]{6^x\times 27}=36\times 3=108$

   c) $\sqrt[4]{(4+2)^x}=36$

8. **Determina** verdadero (V) o falso (F), según corresponda. **Justifica** las respuestas con ejemplos.

   a) Una raíz es negativa si la cantidad subradical es negativa y su índice es impar.

   b) Si la cantidad subradical es negativa y el índice es par, se obtiene como raíz un número entero.

   c) Todo número entero tiene raíz cuadrada exacta.

   d) La raíz cuadrada de un número elevado al cuadrado es igual al mismo número.

9. **Problema-decisión. Resuelve** la siguiente situación:

   Alicia tiene un terreno cuadrangular que mide 576 m^2 y quiere colocar cerámica en dos de sus paredes. Si cada pared tiene un alto de 3 metros, ¿cuántos metros cuadrados de cerámica necesita comprar?

   Si tuvieras que elegir entre colocar cerámica o pintar la pared, ¿por cuál opción te decidirías? **Justifica.**

Actividad indagatoria

10. **Averigua** en qué momento de la vida se puede aplicar la raíz cúbica. **Menciona** ejemplos en diferentes situaciones.

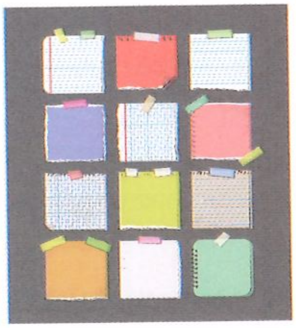
Shutterstock, 1640482210.

Operaciones combinadas

Saberes previos

Escribe en símbolos la siguiente expresión:

El producto del doble de la suma de 15 y 24 con la diferencia del triple de 4 y 10.



Decoración de cartel

Jerarquía de las operaciones combinadas

Carlos tiene una cartulina rectangular de 25 *cm* × 30 *cm* y para decorar un cartel necesita recortar 8 cuadrados cuyos lados midan 5 *cm*, y 5 cuadrados cuyos lados midan 10 *cm*. ¿Le alcanzará la cartulina?

Para saber si le alcanza o no la cartulina, se plantea una operación combinada.

$$25\times30-\left[8\times5^2+5\times10^2\right]$$

Para resolver operaciones combinadas con números enteros, se utiliza la jerarquía de las operaciones:

1. Efectuar las operaciones que se encuentran entre paréntesis, corchetes y llaves.
2. Calcular las potencias y raíces.
3. Calcular los productos y cocientes.
4. Realizar las adiciones y sustracciones.

Glosario

jerarquía. Orden que se debe tener en cuenta para resolver correctamente operaciones combinadas.

$25\times30-\left[8\times5^2+5\times10^2\right]$ Se resuelven las potencias que hay dentro del corchete.

$25\times30-\left[8\times25+5\times100\right]$ Se resuelven las multiplicaciones y divisiones del corchete.

$25\times30-\left[200+500\right]$ Se resuelven las sumas y restas de izquierda a derecha.

$25\times30-\left[700\right]$ Multiplicamos lo que está fuera del corchete y resolvemos la sustracción.

$750-700=50$

Luego de realizar la operación, podemos concluir que sí le alcanza la cartulina e, incluso, le sobra.

En una operación combinada se pueden encontrar diversas operaciones (suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación), donde pueden o no aparecer signos de agrupación.

Ejemplo 1

Encontramos la solución de: $3+5\times4+7-5-28\div7+9\times4^2+\sqrt{100}=$

Solución

Resolvemos potencias y raíces. $3+5\times4+7-5-28\div7+9\times16+10$

Resolvemos multiplicaciones y divisiones. $3+20+7-5-4+144+10$

Resolvemos sumas y restas de izquierda a derecha. 175

M.4.1.7. Realizar operaciones combinadas en Z aplicando el orden de operación, y verificar resultados utilizando la tecnología.

Ejemplo 2

Resolvemos los siguientes ejercicios.

a) $\left[-2+3\times(-2+17)\div 5\right]-\left[(-6+7-12)-2\times(-5+3)\right]=$

b) $20-\left\{24\div 4+6^2+\left(\sqrt{81}+2\times 5^2\right)\right\}-7\times 8\div(7-5)=$

c) $\sqrt[3]{-27\times 64}-(-3)^2(-3)^2+\sqrt{\sqrt{81}}+(-5)^2+\sqrt{2^3+5^0}+2^2-12\div\sqrt{45\div 5}=$

Solución

a) $\left[-2+3\times(-2+17)\div 5\right]-\left[(-6+7-12)-2\times(-5+3)\right]=$

Resolvemos operaciones en el paréntesis.

$\left[-2+3\times(+15)\div 5\right]-\left[(-11)-2\times(-2)\right]$

Resolvemos las multiplicaciones y divisiones que están dentro de los corchetes.

$\left[-2+9\right]-\left[(-11)+4\right]$

$\left[+7\right]-\left[-7\right]$ Resolvemos sumas y restas dentro de los corchetes.

$7+7=14$ Eliminamos corchetes.

b) $20-\left\{24\div 4+6^2+\left(\sqrt{81}+2\times 5^2\right)\right\}-7\times 8\div(7-5)=$

$20-\left\{24\div 4+36+(9+2\times 25)\right\}-7\times 8\div(7-5)$

Resolvemos potencias y raíces.

$20-\left\{6+36+(9+50)\right\}-28$ Resolvemos multiplicaciones y divisiones.

$20-\left\{6+36+59\right\}-28$ Resolvemos paréntesis.

$20-101-28$ Resolvemos llaves y eliminamos signos de agrupación.

-109 Resolvemos sumas de izquierda a derecha.

c) $\sqrt[3]{-27\times 64}-(-3)^2(-3)^2+\sqrt{\sqrt{81}}+(-5)^2+\sqrt{2^3+5^0}+2^2-12\div\sqrt{45\div 5}=$

Aplicamos propiedades de la potenciación y radicación.

$\sqrt[3]{-27}\times\sqrt[3]{64}-(-3)^4+\sqrt{9}+(-5)^2+\sqrt{9}+2^2-12\div\sqrt{9}$

$-3\times 4-81+3+25+3+4-12\div 3$ Resolvemos potencias y raíces.

$-12-81+3+25+3+4-4$ Resolvemos multiplicaciones y divisiones.

$-93+31=-62$ Resolvemos sumas y restas.

d) $\sqrt{25+39}+\left(3^2+8\right)\left(6-4^2\right)+4\sqrt[3]{64}-3=$ Resolvemos potencias y raíces.

$8+(9+8)(6-16)+4\times 4-3=$ Resolvemos multiplicaciones y divisiones.

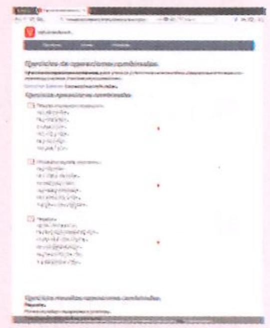
$8-170+16-3=$ Resolvemos sumas y restas.

$24-173=-149$

Competencia digital

Aprende más sobre operaciones combinadas con números enteros ingresando al siguiente enlace:

lynk.ec/8m10



Interculturalidad

La matemática es fundamental para la gente que vive en el campo. Medir sus terrenos, dividirlos en parcelas para sus plantaciones, calcular la cantidad de semillas que necesita, los productos que vende, etc.

Reflexiona acerca de cómo la matemática es esencial en la agricultura.

Taller Evaluación formativa

I.M.4.1.1.

1. **Resuelve** los siguientes ejercicios:

a) $-2\left[5+(3+4)^2+\sqrt[3]{-125}\right]=$

b) $\sqrt{25+24}+\left[\left(5^3-100\right)+\left(\sqrt{25}+\sqrt{8\times 2}\right)+6\right]=$

c) $-5\left\{\sqrt{3\times 12}+\sqrt[3]{125\times(-27)}-\left[4+3^2\right]\right\}+8=$

d) $\left[7\left(4+3^3-2^3\right)+\sqrt[3]{-216}\right]-2\left[3+(2+3)^2+\sqrt[3]{64}\right]=$

e) $6\times 3\ (7+6-5-12)+\left[4(5+3^2)+\sqrt{64}\right]=$

f) $-8+6\left[15+(4+2)^2+\sqrt[3]{512}-4^3-8+(-5)-(-4)\right]=$

g) $3\left(6+\sqrt{25}-6\right)+\sqrt[3]{125}+\left(2^4\right)^2\div 2^5+10=$

i) $4^2-100\div 5^2+8\div 2-3^2$

j) $\sqrt{100}\div 5-2^3+8\times 2^2-1$

k) $1-\sqrt{16}\times\sqrt[3]{-8}-5+2^3-4\times(-12)-36$

l) $\left\{\sqrt{81}+\left[1+(-5+6-12)-5\right]\right\}+(-2)^2+\sqrt[3]{-27}\times\sqrt[4]{16}$

m) $4^3-3\left[\sqrt[3]{64}\div\left(3-1^0\right)\right]\div(-8+7+4)-3^2$

n) $\sqrt[3]{1-7\times 4}\div\left(1-2^2\right)-5\left\{\left(-9+2^3\right)^2+3(1-3)^2\right\}+5\times 3^2$

o) $-2\left[-3^2\times 7-\left(\sqrt{49}-3\right)\div 2\right]-5(-1+8)+\sqrt[3]{-16\times 4}$

p) $\left(\sqrt{25}-\sqrt{36}\right)^3-\left(-3-7^2\right)\div\left(\sqrt[3]{8}-15\right)+\left(1-2^3\right)\sqrt{16}$

2. **Aplica** la jerarquía de solución de operaciones combinadas sin signos de agrupación.

a) $\sqrt{25}+4-5+4^2+25-\sqrt[3]{-64}=$

b) $\sqrt{36}+8-12+2^2-21-\sqrt[3]{125}=$

c) $8^2\sqrt{4}+124-6+3^2+2-9\sqrt[3]{27}=$

d) $6-8+3-\sqrt{100}+3-15+3^3+2-\sqrt[3]{4\times 2}=$

e) $4\times 3+\sqrt{16\times 4}+2-3+10^2+14=$

f) $24\div 6+8-16-50+\sqrt[3]{-58+31}+6\times 3=$

g) $\sqrt{400}\div\sqrt{25}+9\div\sqrt[4]{81}+5^2-25+12=$

h) $(40\div 5)\times 2^2-8-30\div 10$

3. **Elimina** signos de agrupación y **resuelve** las siguientes operaciones:

a) $3\times\left(\sqrt[3]{-27}+1^6+5\sqrt{36}\right)\div\left(-8+\sqrt[3]{64}\right)\times 3-\sqrt[5]{32}=$

b) $-2\left[\left(3^4-6\times 5\div\left(\sqrt[3]{64}+7^0+\sqrt{25}\right)\right.\right.$
$\left.\left.\left(-4-\sqrt[3]{\sqrt{64}}\right)\times 2-\sqrt{\sqrt{81}}\right)\right]=$

c) $\left\{\left[\left(3^4-7\times 8\div\left(8+2-4\sqrt{4}\right)+\left(-6+\sqrt[3]{8}\right)\right.\right.\right.$
$\left.\left.\left.\times 5-\sqrt[5]{32}\right)\right]+5-\sqrt{9}\right\}\times\sqrt{\sqrt[3]{729}}=$

d) $5^2-\left[7^2+\sqrt{6^4}-5\left(2-9^0\right)\right]+6\left[12\div\left(\sqrt[3]{-64}\right)\right]$
$-\left[4(9-6)^3+2\right]-8=$

4. **Reemplaza** los valores numéricos y **resuelve** los siguientes ejercicios:

a) Si $a=4, b=5, c=-2$
$-2a^2+b^3-c-7a+4b=$

b) Si $x = 5, a = 2, b = 3, c = 4$

$$\sqrt{x(x-a)(x-b)(x-c)+a+c} =$$

c) Si $x = 5, y = 2, z = 8$

$$-x^2+y^2-\ z+(x+y)^2+\sqrt[3]{z}\ =$$

d) Si $m = 8, n = -2$

$$(m-n)^2-3m+3n+(m-n+6)$$

5. **Resuelve** los siguientes ejercicios en tu cuaderno.

a) $-5^2 \times 2 + (-2 + \sqrt{100})^2 \div (5 - 8^0) - 7^2 \times (1 - \sqrt{9})$

b) $3^4 - 5[(\sqrt{144} - 2) \div (-2^2 - 1) + 2^2] + 2\sqrt{121} - 2^2 \times 5$

c) $5\left[44 \div \left(-3^2 - 2^1\right) + \sqrt{7+\sqrt[3]{8}}\,\right] - (1-13)^2 \div 2^4$

d) $-2\left[7^2 - \sqrt[5]{6^{10}}\right] + 9\sqrt{\sqrt{13\times 5+1}} - (-3+1+7)^2 \div \left(3^2 - 2^2\right)$

e) $(-1 - 2^2)\,\sqrt[4]{(-3)^3 \times (1 - 2^2)} - 10[-6^2 + 2(5 \times 2^2 - \sqrt{49})]$

f) $-\left(\sqrt{\sqrt[3]{8}+7}+5^0\right)^3 \div \left(5^2-3^2\right) - 2(3-2\times 5)$

g) $\sqrt[3]{343} + \left\{\sqrt[4]{81(16)} - (-3+4\times 2)\right\}$

h) $\sqrt{\sqrt[3]{64}} + 3(0) + \left(3-2^2\right)^{2^2} - 1^{10}$

i) $\sqrt[3]{-5\times -4+4(11)} - \left(-1-(5-3)+3\right)^8 \div 100$

6. **Realiza** las siguientes operaciones y **selecciona** la respuesta correcta.

a) $-25-3\left[(16\div(2-4)+5\times 2\right]-6(-1-5) =$

A) 43 **C)** 29

B) 5 **D)** 6

b) $3+8(\sqrt{16}-(-2)^2+8-(3^4\times 3^5)\div 3^7+\sqrt{32}\times\sqrt{2} =$

A) −61 **C)** 50

B) 55 **D)** −63

7. **Resuelve** en tu cuaderno los siguientes ejercicios.

a) $2\left(\sqrt{65-2^4}+\sqrt[3]{-5\times 25}\right)^3-3+4^2$

b) $6^2+\sqrt[4]{15+1}\times\sqrt[3]{9}\times\sqrt[3]{-3}+\left(\sqrt{-3\times 10+101}\right)^2$

c) $\left[4^3-3^4\right]^2-\left(\sqrt[4]{81}-\sqrt[3]{-1\,000}\right)\times 2+5(-15+20-19)$

d) $-10\left[\sqrt{-2^3+\sqrt[3]{8}+10}\right]-3^2\times\left[(-2)-\{-1+2\times(6-10)\}\right]$

e) $\sqrt[3]{5^2+\left[(-8)^2\div 2+(7-6-19)-4\right]^2}$

f) $\left(-1-\sqrt[3]{-27}\right)^2\times\sqrt[4]{81}\div(11-7-1)$

g) $\sqrt{-3+100+72}+3\times 2^3-\left[\sqrt{18}\times\sqrt{2}\right]$

h) $-10(-1-5\div 5)^2+\sqrt{3^2+2^2+6^2}$

Trabajo colaborativo

8. **Trabajen** en parejas.

Inés compra 7 cajas de bombones a $ 4 cada una. Cuando va a pagar, le dicen que están en oferta y que le descuentan $ 0,5 por cada caja que compre. ¿Cuánto dinero deberá pagar Inés por todas las cajas de bombones?

Shutterstock, 432089803.

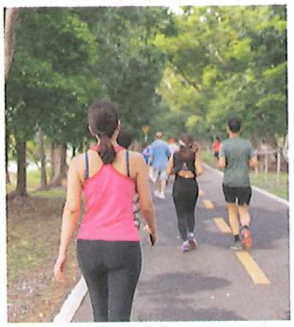
Indiquen la solución mediante una operación combinada de números enteros.

Actividad indagatoria

9. **Averigua** sobre un enlace web que permita resolver operaciones combinadas con números enteros.

Comparte el enlace con tus compañeros.

Tema 4 Lenguaje algebraico y evaluación de expresiones

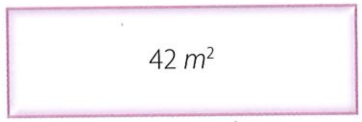


Shutterstock, 1544273348.

La caminata es la forma más sencilla de quemar calorías.

Desequilibrio cognitivo

Si un rectángulo tiene una superficie de 42 m^2, ¿cuáles son las medidas posibles de sus lados si son números enteros?



Expresión de lenguaje simple a lenguaje algebraico

Para bajar de peso, los nutricionistas piden quemar calorías. La forma más simple es caminar. Mientras más camina una persona, más calorías quemará. Sin embargo, la distancia o tiempo de caminata pueden variar.

En matemática, los datos desconocidos o que varían reciben el nombre de variables y se simbolizan con letras del alfabeto. La parte de las matemáticas que se encarga de su tratamiento se llama álgebra.

Mediante el álgebra podemos expresar situaciones cotidianas como las siguientes:

Lenguaje cotidiano	Lenguaje algebraico
Número de kilómetros que debo caminar al día.	x
El doble de esos kilómetros.	$2x$
El tiempo que camina una persona más dos minutos.	$y+2$

A través del lenguaje algebraico, las cantidades desconocidas se representan por medio de las letras, y se relacionan mediante los signos de las operaciones aritméticas. Los signos que se utilizan en este lenguaje son de tres tipos: de operación, de relación y de agrupación.

Interculturalidad

Si bien la palabra "álgebra" viene del vocablo árabe *al-Jabr*, sus orígenes se remontan a los antiguos babilonios (2000 a. C.), que tenían un avanzado sistema aritmético con el que fueron capaces de hacer cálculos en forma algebraica. Con ese sistema lograron aplicar fórmulas para calcular valores desconocidos.

(Fuente: https://n9.cl/ vz95)

Ejemplo 1

Anotamos en lenguaje algebraico las siguientes expresiones:

a) El doble de un número más el triple de otro número.

b) La diferencia entre el doble de un número y la mitad de otro número.

c) La tercera parte de la suma de un número y su cuadrado.

Solución

a) $2x+3y$

b) $2x-\frac{y}{2}$

c) $\frac{m+m^2}{3}$

Competencia digital

Busca ejercicios para practicar lenguaje alegraico. Te recomendamos el siguiente enlace web:

lynk.ec/8m11

M.4.1.8. Expresar enunciados simples en lenguaje matemático (algebraico) para resolver problemas.

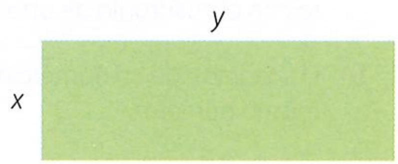
Evaluación de expresiones algebraicas

A Javier, su médico le ha dicho que tiene que bajar de peso. Para ello, decide correr todas las mañanas alrededor de un campo de fútbol cercano a su casa.

Javier desconoce las medidas de la cancha, pero da 4 vueltas seguidas.

Expresa en forma algebraica la distancia que recorre Javier.

Designamos con letras a las dimensiones de la cancha.



Una vuelta corresponde al perímetro de la cancha y cuatro veces este, será la distancia buscada.

$P = x + y + x + y = 2x + y$

$d = 4(2x + 2y) = 8x + 8y$

Cierto día, Javier decide medir la cancha y resulta que el ancho x mide 10 m; y el largo y, 20 m.

Reemplazamos estos valores en la expresión algebraica y encontramos la distancia recorrida:

$d = 8(10) + 8(20) = 240$ m

La evaluación de una expresión algebraica consiste en sustituir sus variables por los valores proporcionados para encontrar el valor numérico que se determina combinando operaciones con constantes y variables.

Ejemplo 1

Hallamos la expresión algebraica que representa la suma de dos números consecutivos y determinamos su valor para $n = 5$.

Solución

Se identifica la operación, en este caso, una suma. Determinamos la variable y los datos que nos proporciona la situación.

Lenguaje cotidiano	Lenguaje algebraico
Un número cualquiera	n
Un número consecutivo	$n + 1$
La suma de dos números consecutivos es	$n + (n + 1)$

Ahora reemplazamos $n = 5$ en la expresión

$5 + (5 + 1) = 11$

Competencia socioemocional

Si no logras llegar a la respuesta de un ejercicio o problema, no te desanimes; vuelve a intentarlo; sé perseverante y no te rindas.

Emite tus consideraciones en la clase.

Recuerda que...

Cuando se escribe la multiplicación de una variable con un número, no es necesario colocar el signo de multiplicación

$45f = 45 \times f$

DFA

La discapacidad no tiene por qué implicar actitudes de sobreprotección o condescendencia. El trato debe ser ecuánime entre todos y todas.

Competencia digital

Ingresa al siguiente enlace web: *lynk.ec/8m12*

Imprime y **refuerza** tu conocimiento.

Taller

Evaluación formativa

I.M.4.1.1.

1. **Expresa** en lenguaje algebraico los siguientes enunciados:

a) Un número cualquiera.

b) La suma de dos números diferentes.

c) La diferencia de dos números diferentes.

d) El producto de dos números.

e) El cociente de dos números.

f) El cubo de un número.

g) El triple del cuadrado de un número.

h) La suma de los cuadrados de dos números.

i) La quinta parte del cubo de un número.

j) El cubo de la quinta parte de un número.

k) La suma de dos números dividida entre su diferencia.

l) ¿Cuál es el número que agregado a 3 suma 8?

m) ¿Cuál es el número que disminuido de 20 da por diferencia 7?

n) Las dos quintas partes de un número aumentado la mitad del mismo número.

o) La diferencia entre un número y su mitad.

p) La suma de dos números consecutivos.

q) La diferencia entre un número y el triple de otro número.

r) El producto de un número y la suma de dos números diferentes.

s) El producto del cuadrado de un número y el tercio de otro número.

t) El cociente de la mitad de un número y el triple de otro.

u) La suma entre el doble de un número y la cuarta parte de su consecutivo.

v) La mitad de un número por la suma de otros números al cuadrado.

w) La suma de la raíz cuadrada de un número y su doble.

2. **Expresa** en lenguaje algebraico los siguientes enunciados:

a) El cuadrado de la suma del triple de un número con el cuádruplo de otro.

b) El cuadrado de un número menos el cubo del mismo número.

c) El doble de la suma de dos cantidades.

d) El cubo de la diferencia de dos cantidades.

e) El cuadrado de un número menos el cubo de otro.

f) La quinta parte de un número menos la mitad de otro.

g) La mitad de la suma de los cuadrados de dos números.

h) El triple de la suma de un número con el doble de otro.

i) La quinta parte de un número más el cuadrado de otro.

j) Las dos séptimas partes de la suma de dos números.

k) El cuádruplo de un número más otro número.

l) La mitad de un número más el doble del mismo número.

m) El doble del cuadrado de un número menos el triple de otro.

n) $x + 2 + (y - 3)$

o) $x^2 + (x + 1)^2$

p) $2x + (2x + 2)$

q) $3(x^2 - y^2)$

r) $\frac{x}{5}-\frac{y}{3}$

s) $x+\frac{1}{5}x$

t) $x^2+y^2+z^2$

u) $(x-5)^2$

v) $\frac{x^3-y^2}{4}$

w) $\frac{2}{3}x-\frac{4}{5}y$

x) $2x-x^2$

y) $(x^3-y^3)^2$

3. **Cambia** a lenguaje común las siguientes expresiones algebraicas:

a) x^2+7

b) $\frac{x^2+y^2}{2}$

c) x^2+3y^2

d) $\frac{x}{4}+(7-x^3)$

e) $3\frac{(x^3+y^3)}{2}$

f) $\frac{x^2}{2}-\frac{y^3}{3}$

g) $\frac{x^2-y^2}{3}$

Trabajo colaborativo

4. **Trabajen** en parejas.

Escriban en cartulinas 10 expresiones en lenguaje común y 10 expresiones en lenguaje algebraico. **Volteen** las tarjetas y **formen** parejas equivalentes. Ganará quien más parejas obtenga.

5. **Expresa** cada situación con lenguaje algebraico.

a) La diferencia del triple de un número y su cuarta parte.

b) La suma del perímetro de un cuadrado y el de un rectángulo.

c) El doble de la suma de dos números consecutivos.

d) El doble de un número menos su quinta parte.

e) El cubo de un número más el triple de otro número.

f) La edad de Luis es el doble de la de su hijo más 3 años.

6. **Expresa** en lenguaje algebraico la siguiente situación.

En una cafetería venden humitas en \$ 1 cada una y tamales a \$ 2 cada uno. ¿Cómo se expresa la venta de x personas que compraron humitas y m personas compraron tamales?

Actividad indagatoria

7. **Averigua** la edad de tus padres y, por medio de una expresión algebraica, **compáralas** con tu edad.

Plantea las situaciones al resto de la clase para que deduzcan sus edades, mediante el uso de lenguaje común.

Shutterstock, 2021900342.

Tema 5 Variables, ecuaciones e inecuaciones

Recuerda que...

Las ecuaciones que tienen una sola incógnita con exponente uno se llaman ecuaciones de primer grado.

Saberes previos

Si tuvieras el doble de la edad que tienes, ¿cuántos años tendrías?

Ecuaciones

En distintas situaciones cotidianas se presentan problemas en donde es necesario utilizar igualdades en las que se desconoce uno de los datos. Estas igualdades toman el nombre de ecuaciones.

Una ecuación es una igualdad de dos expresiones algebraicas en la que se desconoce un valor al que se llama incógnita.

Elementos de una ecuación

Una ecuación tiene dos miembros. El primero está escrito a la izquierda del signo igual, y el segundo miembro, a la derecha. Los dos lados del signo igual son equivalentes. Encontrar el valor de la incógnita significa que se encontró un valor que satisface la ecuación.

$$x+2x=5 \qquad +2+6$$

primer miembros egundo miembro

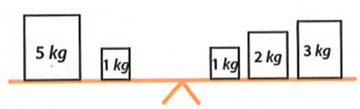
Competencia digital

Ingresa al siguiente enlace y **practica** ecuaciones de primer grado:

lynk.ec/8m13

Existen dos tipos de ecuaciones:

Numérica. Es la equivalencia entre dos cantidades y estas están separadas por el signo igual.



$$5+1=1+2+3$$
$$6=6$$

Algebraica. Es la equivalencia entre dos expresiones algebraicas. En una ecuación hay letras a las que se las denomina variables y que son las letras *x*, *y* o *z* y números que son las constantes.

Interdisciplinariedad

Matemática y Medicina

Para conocer el tamaño o la edad aproximada de una persona se puede acudir a una fotografía de sus huesos, planteando una ecuación de proporcionalidad entre estatura y longitud de sus huesos.

Resuelve aplicando propiedades	Resuelve por transposición de términos
$2x+8=9+3$ Aplicando la propiedad de la igualdad, si a ambos miembros de la igualdad se suman, restan o multiplican por un mismo número, la igualdad se mantiene. $2x+8-8=9+3-8$ $2x=4$ $\frac{2x}{2}=\frac{4}{2}$ $x=2$	$2x+8=9+3$ En forma abreviada, un término que se encuentra sumando en un miembro, pasa al otro miembro restando y viceversa. Si un número se encuentra multiplicando en un miembro, pasa al otro miembro dividiendo y viceversa. $2x=9+3-8$ $2x=4$ $x=\frac{4}{2}$ $x=2$

M.4.1.10. Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en Z en la solución de problemas.

Desigualdades e inecuaciones

Una desigualdad es una relación entre dos expresiones algebraicas que no son iguales. Se escriben con los signos <; >; ≤ o ≥. Una inecuación es una desigualdad que se verifica para ciertos valores de la variable.

Expresiones que hacen referencia a una desigualdad

Ejemplo	Expresión algebraica
El teléfono cuesta por lo menos \$ 250.	$t \geq 250$
La edad mínima para ver la película es 12 años.	$e \geq 12$
Luis tiene como máximo 5 pares de zapatos.	$z \leq 5$
La velocidad permitida es de máximo 70 *km* por hora.	$v \leq 70$

Para resolver una inecuación, se siguen los mismos pasos que para resolver una ecuación. La única diferencia radica en que la solución es un conjunto de números enteros, que pueden ser graficados en la recta numérica.

Ejemplo 1

Resolvamos las siguientes inecuaciones y graficar su resultado.

a) $m+4 \leq 8$

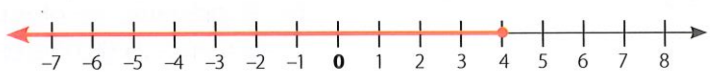
b) $n+12 > 17$

c) $-4+5-7 \leq p+6$

Solución

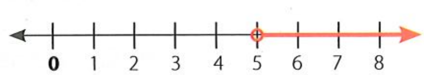
Resolvemos siguiendo los mismos pasos de la ecuación y luego grafiquemos su solución. Tomamos en consideración solo los valores enteros.

a) $m+4 \leq 8$
$m \leq 8-4$
$m \leq 4$



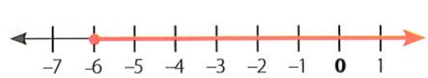
El conjunto solución en los números enteros es: M = {..., 2, 3, 4}

b) $n+12 > 17$
$n > 17-12$
$n > 5$



El conjunto solución en los números enteros es: N = {6, 7, 8,...}

c) $-4+5-7 \leq p+6$
$-4+5-7-6 \leq p$
$-11+5 \leq p$
$-6 \leq p$
$p \geq -6$



El conjunto solución en los números enteros es P = {−6, −5, −4, ...}

Interdisciplinariedad

Matemática y Economía

Algunos bancos expresan en su reglamento que los clientes deben mantener un saldo mínimo en sus cuentas.

Shutterstock, 461232349.

Emite tu criterio acerca este requisito.

Competencia digital

Practica desigualdades sencillas en línea. Te recomendamos revisar el siguiente enlace web: *lynk.ec/8m14*

Taller

Evaluación formativa

I.M.4.1.2.

1. **Identifica** el término que falta en cada igualdad.

a) $5 + 6 - \quad = 3$

b) $7 + 9 + \quad - 4 = 17$

c) $\quad + 4 - 5 + 9 = 13$

d) $3 + 9 \times \quad = 57$

e) $7 \times \quad + 9 - 4 = 47$

f) $8 + 3 - \quad \times 5 = -24$

g) $\quad + 30 \div 6 + 8 = 42$

h) $15 \div \quad + 6 - 8 \times 2 = -5$

i) $\quad + 28 - 26 \div 2 = 50$

j) $4 \quad + 25 - 10 = 31$

k) $28 - 5 + 6 \times \quad ^2 = 77$

l) $\sqrt{\quad} + 8 \times 2 - 6 = 17$

2. **Encuentra** el valor de la incógnita en cada igualdad y **comprueba**.

a) $7 + 4 + x - 6 = 5 + 4$

$x =$

b) $12 - 8 + y - 3 = 21 + 4$

$y =$

c) $3 + 2a - 8 - 5 = 25 + 3$

$a =$

d) $20 + 4 - 10 + 4p = 65 - 3\,4$

$p =$

e) $6 + 5 + 2b - 6 = 5 + 10$

$b =$

f) $32 + 8 - 4 + 5x + 9 = 20 + 5$

$x =$

g) $45 + 7 - 8 + 28 - 3 = 45 + 6m$

$m =$

h) $2w + 8 - 5 + 8 + 5 - 18 = 6 + 2$

$w =$

i) $16 - 3(x + 2) = 4(x - 1)$

$x =$

j) $-6(x + 1) = -2(x - 1) + 4$

$x =$

k) $2(-3x + 2) - 16 = 2(x - 1) - 2$

$x =$

l) $3(-x + 2) = -5(x - 1) + 1$

$x =$

m) $2x - 5(-3x + 2) = 5x - 9x + 11$

$x =$

n) $-(-3x + 2) = 5[2(x - 1)] - 13$

$x =$

o) $2x - 3 - 2(3x + 12) + 43 = 0$

$x =$

p) $2x - 5x + 11 - 13 = 5x + 3x + 20$

$x =$

q) $-[(-3x + 2) - 6] = -x$

$x =$

r) $2[-x + 10] = 5(x - 1) - 10$

$x =$

3. **Expresa** en lenguaje algebraico las siguientes expresiones que se refieren a desigualdades.

a) El tiempo de lavado es máximo 20 minutos.

b) El préstamo se otorgará si el cliente gana al menos 2 000 dólares mensuales.

c) En un almacén, el precio se considerará al por mayor si compra más de 3 artículos.

d) El paciente debe estar en cama más de 5 días.

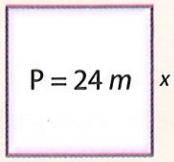
e) Haga ejercicio más de 30 minutos diarios.

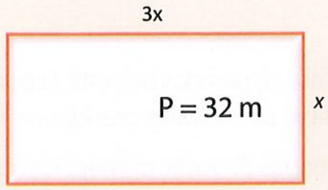
f) La deuda no es más de 400 dólares.

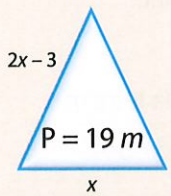
g) En el paseo no gastaré más de 100 dólares.

h) Para un viaje seguro, el bus debe llevar menos de 40 pasajeros.

4. **Plantea** una ecuación para conocer las medidas de las figuras.

a) 

b) 

c) 

5. **Analiza** si es verdadero o falso, según corresponda.

a) Si $5 + v = 36$, entonces $v = 12$

b) Si $132 \div r = 63$, entonces $r = 3$

c) Si $4m = 48$, entonces $m = 12$

d) Si $58 = 116 \div v$, entonces $v = 2$

e) Si $m + 7 = 31$, entonces $m = 6$

f) Si $7v = 49$, entonces $v = 7$

g) Si $c \div 2 = 30$, entonces $c = 106$

h) Si $11g + 9 = 154$, entonces $g = 11$

i) Si $30 = 6r$, entonces $r = 11$

j) Si $1 = 8 - 7m$, entonces $m = 1$

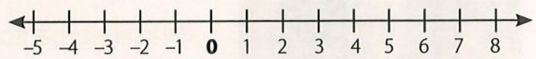
6. **Escribe** en tu cuaderno una inecuación para cada situación.

a) Para comprar en el supermercado, debo llevar mínimo \$ 20.

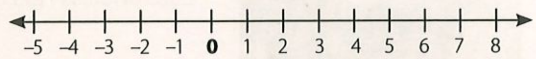
b) Los boletos para el concierto cuestan por lo menos \$ 25.

7. **Resuelve** las inecuaciones en el conjunto de los números enteros y **grafica** su solución.

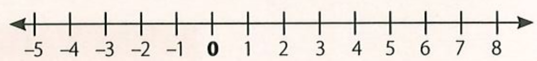
a) $5x - 6 > 4$



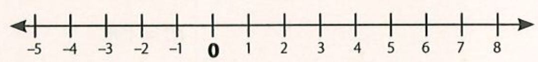
b) $2x - 6 < -4$



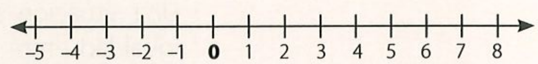
c) $4m - 4 \leq 12$



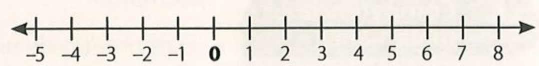
d) $n - 10 + 6 \geq 4 - 10$



e) $x + 5 \geq 6 + 3$



f) $p - 1 + 7 \geq 5 - 1$



Trabajo colaborativo

8. **Trabajen** en parejas.

Escriban situaciones cotidianas que se pueden expresar con inecuaciones.

Actividad indagatoria

9. **Averigua** qué son las inecuaciones lineales con dos incógnitas y cómo se representan en el plano cartesiano.

Situaciones aditivas y multiplicativas

Desequilibrio cognitivo

La edad de Juan es el doble la de su hermano. Si Juan tiene 34 años, ¿cuántos años tiene su hermano?

Situaciones aditivas

Shutterstock, 269323238.

Margarita recaudó en su almacén \$ 521 por la venta de prendas de vestir. Si por la venta de pantalones obtuvo \$ 325, ¿cuánto dinero recibió por las otras prendas de vestir?

Para saber cuánto dinero recibió por las otras prendas de vestir, primero identificamos la incógnita del problema con una letra del alfabeto; en este caso, con la letra m.

Analizamos la situación aditiva, la suma de m y el valor de la venta de los pantalones. Este análisis nos da el valor de la venta de las prendas de vestir.

$$m + 325 = 521$$

A esta expresión se la denomina ecuación y su incógnita es la letra m.

Para resolver una ecuación, se pueden usar los siguientes métodos:

Adicionando o sustrayendo la misma cantidad	Transposición de términos
$m + 325 - 325 = 521 - 325$ $m = 196$	$m + 325 = 521$ 325 pasa con operación inversa al otro miembro de la ecuación. $m = 521 - 325$ $m = 196$

Una situación aditiva se resuelve a través de una ecuación. Esta indica la igualdad entre dos informaciones en las que existe una incógnita. Resolver la ecuación es encontrar dicho valor.

Competencia matemática

En nuestra vida cotidiana utilizamos generalmente situaciones aditivas.

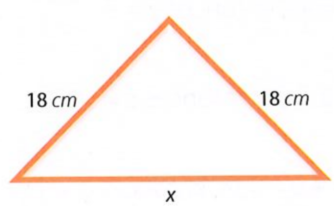
Escribe algunos ejemplos de situaciones aditivas.

Ejemplo 1

El perímetro de un triángulo isósceles es 57 cm. La medida de cada lado congruente es 18 cm. ¿Cuál es la medida del tercer lado?

Solución

Grafiquemos un triángulo isósceles.



Identificamos las medidas, planteamos la ecuación:

$P = l + l + l$

$P = 18 + x + 18$

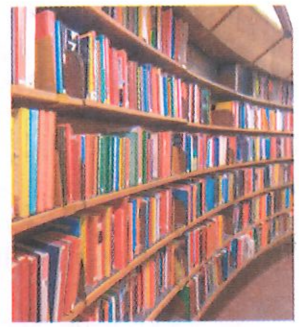
$57 = 36 + x$

$57 - 36 = x$

$x = 21$

M.4.1.12. Resolver y plantear problemas de aplicación con enunciados que involucren ecuaciones o inecuaciones de primer grado con una incógnita en Z, e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema.

Situaciones multiplicativas



En este año lectivo, la biblioteca cuenta con 3 420 libros. Si esa cantidad es el triple de los libros que había hace dos años, ¿cuántos libros había hace dos años en la biblioteca?

Para responder la pregunta, es necesario que se plantee una ecuación.

$$3 \times a = 3\,420 \quad \text{o} \quad 3a = 3\,420$$

Despejamos la incógnita, identificando la operación asociada a la incógnita; en este caso, está multiplicada por 3.

Multiplicando o dividiendo la misma cantidad	Transposición de términos
Realizamos la operación inversa en los dos miembros de la ecuación. $\frac{3a}{3} = \frac{3\,420}{3}$ $a = 1\,080$	El 3 que está multiplicando pasa al segundo miembro como división. $3a = 3\,420$ $a = \frac{3\,420}{3}$ $a = 1\,080$

Para resolver una ecuación multiplicativa, se realizan los siguientes pasos:

a) Identificar la operación respecto a la variable.

b) Aplicar la operación inversa, multiplicando o dividiendo por un mismo número (distinto de cero) en los dos miembros de la igualdad.

Competencia digital

Ingresa el siguiente enlace web y **practica** ecuaciones:

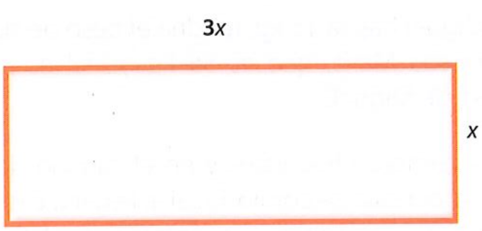
lynk.ec/8m15

Ejemplo 1

El perímetro de un terreno rectangular es 112 *m*. Si un lado del terreno mide el triple que el otro lado, ¿cuánto mide cada lado?, ¿cuál es el área del terreno?

Solución

Graficamos para identificar las medidas del terreno.



$P = l + l + l + l$	Identificamos la fórmula para calcular el perímetro.
$112 = 3x + x + 3x + x$	Reemplazamos el valor de cada lado del terreno.
$112 = 8x$	Sumamos los coeficientes de las variables.

Resolvemos la ecuación, pasando al 8 a dividir al primer miembro, dejando la incógnita en el segundo miembro.

$$\frac{112}{8} = x$$

$$14 = x$$

Evaluación formativa

I.M.4.1.2.

1. Resuelve las siguientes situaciones utilizando ecuaciones.

a) El doble de la edad de Lorena más 25 años es igual a la edad de su abuela que, es 51 años. ¿Qué edad tiene Lorena?

b) Los 3 lados de un triángulo equilátero vienen expresados en metros. Si su perímetro es 36 metros, **halla** la longitud de cada lado.

c) Carlos tiene 30 años menos que su padre y este tiene 4 veces los años de Carlos. ¿Cuál es la edad de cada uno?

d) La suma de 4 números es igual a 90. El segundo número es el doble que el primero; el tercero es el doble del segundo, y el cuarto es el doble del tercero. **Halla** el valor de los 4 números.

e) El doble de un número menos 5 es 15. ¿De qué número se trata?

f) Si al doble de un número se le resta su mitad, resulta 108. ¿Cuál es el número?

g) La base de un rectángulo mide el triple de su altura. Si el perímetro es de 60 *cm*, ¿cuáles son sus dimensiones?

h) Un número multiplicado por 5 y sumado con el mismo número multiplicado por 7 da 60. ¿Cuál es el número?

i) El doble de un número aumentado en 20 es igual a su triple disminuido en 10. ¿Cuál es el número?

j) El triple de un número menos su cuarta parte es igual a 55. ¿Cuál es dicho número?

k) Tres números enteros consecutivos suman 363. **Halla** los números.

l) **Halla** 3 números enteros pares consecutivos cuya suma sea 606.

m) Si al doble de un número se le suma la tercera parte, da como resultado 49. ¿Cuál es el número?

n) Si Rodrigo duplica la cantidad de dinero que tiene ahorrado, tendría $ 1 400. ¿Cuánto dinero tiene ahorrado Rodrigo?

2. Resuelve las siguientes situaciones aditivas o multiplicativas.

a) El doble de un número es 120. ¿Cuál es el número?

b) Si al capital que tengo en el banco le aumento 350 dólares, tendría 1 050 dólares. ¿Cuál es mi capital?

c) Pablo tiene el cuádruplo de la edad de su hija Paola. Si Pablo tiene 40 años, ¿cuántos años tiene Paola?

d) La edad de Iván aumentada en dos es igual a la edad de su hermano Javier, que tiene 54 años. ¿Cuál es la edad de Iván?

e) Si en un colegio aumentan 12 alumnos nuevos, habrá 738 alumnos en total. ¿Cuántos alumnos hay actualmente?

f) Si un auto recorre 36 km más, completará un viaje de 444 km.

¿Cuántos kilómetros ha recorrido?

g) Una empresa repartió las utilidades entre 120 trabajadores, tocándole 440 dólares a cada uno. ¿Cuál fue la utilidad de la empresa?

h) Si Miguel bajara 16 kg, tendría el peso de su hermana María, que es 55 kg. ¿Cuál es el peso de Miguel?

i) Luis compró chocolates y en el camino de regreso a casa se comió 17. Si al llegar a casa tiene 35 chocolates, ¿cuántos chocolates compró?

j) **Problema-decisión.** Si Pedro ahorrara 150 dólares más, cada mes podría reunir en un año para comprar un auto que cuesta 15 000 dólares. ¿Cuánto ahorra actualmente cada mes? Ayuda a Pedro a decidir si puede o no comprar el auto en un año y qué aspectos le sugieres analizar para ahorrar lo que necesita. **Justifica.**

k) Para un paseo se pidió 8 dólares de cuota a cada estudiante. Si en total se reunió 128 dólares, ¿cuántos estudiantes pagaron la cuota?

l) Si una herencia se reparte entre siete hijos en partes iguales y a cada uno le toca 50 000 dólares, ¿qué cantidad total se repartió de herencia?

m) Manuel gastó 50 dólares el sábado y 45 dólares el domingo. Si se quedó con 43 dólares, ¿cuánto dinero tenía al inicio?

n) Para una rifa se vendieron 450 boletos, recaudando en total 1 350 dólares. ¿Cuánto cuesta un boleto?

o) Si Carlos le diera un dólar más a cada uno de sus cuatro hijos para la colación, gastaría 24 dólares diarios. ¿Cuánto les da actualmente para la colación?

3. Plantea y **resuelve** los siguientes problemas.

a) Para pintar una casa, Marcelo trabajó el doble de horas que su compañero Javier. Si entre los dos trabajaron 42 horas, ¿cuántas horas trabajó cada uno?

b) Si al cuádruplo de la edad de Cristóbal se aumenta 3 años, resulta la edad de su tío, que es 31 años. ¿Cuántos años tiene Cristóbal?

c) La base de un terreno en forma rectangular mide el cuádruplo de la altura. Si el perímetro del terreno es 100 metros, ¿cuánto mide la base y cuánto mide la altura?

d) La suma de tres números consecutivos es 192. ¿Cuáles son los números?

e) Alfonso tiene 28 años menos que su madre y esta tiene 5 veces la edad de Alfonso. ¿Cuáles son las edades de Alfonso y su madre?

f) La suma de cuatro números es 240. El segundo número es el triple del primero, el tercero es el cuádruplo del segundo y el cuarto es el doble del tercero. ¿cuáles son los números?

4. Resuelve, **encuentra** el mensaje y **anota** en tu cuaderno.

La cuarta parte de un número es 45.	A
La edad de Paola es el triple de la edad de Pedro. Si Pedro tiene 13 años, ¿cuántos años tiene Paola?	U
El precio de 5 pizzas es de $ 110. ¿Cuánto cuesta cada pizza?	T
Un número dividido entre 7 es igual a 25. ¿Cuál es dicho número?	C
El producto de dos números es 800. Si un factor es 32, ¿cuál es el segundo factor?	S
La edad de una madre dividida entre 8 es igual a la edad de su hija. Si la hija tiene 7 años, ¿cuántos años tiene la madre?	I
El área del rectángulo es 84 cm^2. Si la base mide 14, ¿cuánto mide la altura?	D
A un cumpleaños asistieron 18 personas, es decir, la tercera parte de los invitados. ¿Cuántas personas fueron invitadas?	L

En tu cuaderno

175	39	56	6	180		22	39
	25	180	54	39	6		

Trabajo colaborativo

5. Trabajen en parejas.

Planteen una situación en la que se tenga que realizar una ecuación con multiplicación para poder resolverla.

Actividad indagatoria

6. Averigua la edad de un familiar y **plantea** una situación multiplicativa para obtener como resultado tu edad.

Tema 7

Frecuencias absoluta y relativa para datos no agrupados en tabla de frecuencias

Recuerda que...

La suma de las frecuencias absolutas es igual al total de datos. La suma de las frecuencias relativas, expresadas en porcentajes es igual a 100 %.

¿Sabías que?

En una tabla de frecuencias, el valor de la variable se asocia con la cantidad de veces que se observa ese valor.

Saberes previos

Pregunta a tus compañeros la cantidad de hermanos o hermanas que tienen. **Responde**.

¿Cuántos compañeros tienen más de dos hermanos o hermanas?

¿Cuántos compañeros son hijos únicos o hijas únicas?

Frecuencias absoluta y relativa

Se ha realizado una encuesta a los 60 empleados de una empresa para saber qué color de camisa escogen para su uniforme. Para esto deben elegir entre 4 colores. ¿Qué color de camisa será escogida para el uniforme? ¿Qué porcentaje de empleados prefiere la camisa de color blanco?

En la siguiente tabla se pueden apreciar las respuestas de todos los trabajadores.

Color de camisa	Número de votos
Gris	24
Celeste	9
Rosado	15
Blanco	12
Total	60

Según la encuesta realizada, se puede decir que "Color de camisa" es la variable que se quiere medir, los colores de camisa son las clases con las que se quiere medir la variable y el número de votos es la **frecuencia absoluta** que se repite cada clase.

Frecuencia absoluta: es el número de veces que se repite un dato.

Frecuencia relativa: da la información sobre qué parte de la población corresponde a la característica analizada. Se la puede expresar como fracción, decimal o porcentaje.

Elección de color de camisa para uniforme empresarial				
Color	Frecuencia absoluta (valor que se repite en cada color)	Frecuencia absoluta acumulada (suma de frecuencias absolutas)	Frecuencia relativa (el cociente entre la frecuencia absoluta y el total de personas encuestadas)	Frecuencia relativa acumulada (suma de frecuencias relativas)
Gris	24	24	$24 \div 60 = 0{,}40 = 40\ \%$	0,40
Celeste	9	$24 + 9 = 33$	$9 \div 60 = 0{,}15 = 15\ \%$	$0{,}40 + 0{,}15 = 0{,}55$
Rosado	15	$33 + 15 = 48$	$15 \div 60 = 0{,}25 = 25\ \%$	$0{,}55 + 0{,}25 = 0{,}80$
Blanco	12	$46 + 12 = 60$	$12 \div 60 = 0{,}20 = 20\ \%$	$0{,}80 + 0{,}20 = 1{,}00$
Total	60		$1{,}00 = 100\ \%$	

Con los datos de la tabla, entonces, podemos responder a las preguntas del problema.

El color de camisa elegido para el uniforme de la empresa es el gris.

El 20 % de los empleados prefieren la camisa de color blanco.

M.4.3.1. Organizar datos procesados en tablas de frecuencias para definir la función asociada, y representarlos gráficamente con ayuda de las TIC.

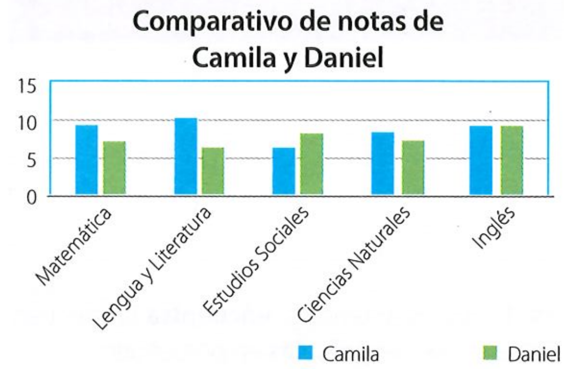
Diagrama de barras

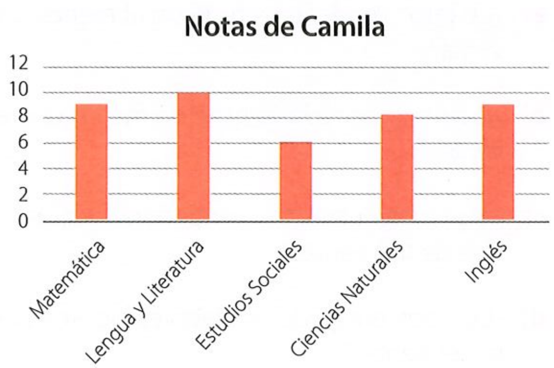
Camila y Daniel comparan las notas obtenidas en las evaluaciones de algunas materias en el segundo parcial académico. Representarán las notas en un diagrama de barras para obtener conclusiones.

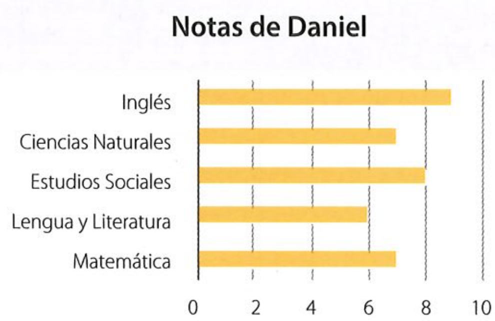
Los datos obtenidos se detallan en la tabla.

Para representar la información de la tabla en un diagrama de barras, se dibujan dos semirrectas perpendiculares. Sobre la semirrecta horizontal, escribimos las materias asignando segmentos iguales. Junto a la semirrecta vertical, colocamos las notas de cada materia.

Notas de evaluaciones del segundo parcial		
Materia	Notas de Camila	Notas de Daniel
Matemática	9	7
Lengua y Literatura	10	6
Estudios Sociales	6	8
Ciencias Naturales	8	7
Inglés	9	9







Mediante el diagrama de barras se pueden obtener conclusiones de un estudio estadístico.

Daniel tuvo mejor nota que Camila en Estudios Sociales.

En la materia de Inglés, los dos obtuvieron la misma nota.

La nota más baja de Camila es en la materia de Estudios Sociales.

La nota más alta de Daniel es en la materia de Inglés.

Los diagramas de barras son gráficas que muestran la variación de diferentes datos de estudio de una población o muestra. Los datos pueden ser representados de forma vertical, horizontal o con doble barra.

I.M.4.7.1.

1. Con los datos que se presentan a continuación, **realiza** la tabla de frecuencias absoluta y acumulada.

A los estudiantes de octavo grado se les preguntó sobre la cantidad de primos que tiene cada uno, y respondieron lo siguiente:

5	2	4	5	5	4	3	7	10	12
3	6	5	8	9	12	10	7	10	6
2	4	6	10	12	6	8	8	7	9

N.° de primos	Frecuencia absoluta	Frecuencia absoluta acumulada
En tu cuaderno		

2. Con los datos anteriores, **encuentra** las frecuencias relativas y **exprésalas** en porcentaje.

N.° de primos	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa acumulada	Frecuencia relativa en porcentaje
En tu cuaderno			

3. **Responde** las siguientes preguntas con la información de las tablas de los ejercicios 1 y 2.

a) ¿Cuántos estudiantes tienen 3 primos?

b) ¿Cuántos tienen 10 primos?

c) ¿Cuántos alumnos tienen menos de 6 primos?

d) ¿Cuántos tienen más de 9 primos?

e) ¿Qué porcentaje de alumnos tienen 8 primos?

f) ¿Qué porcentaje de estudiantes tienen 5 primos?

g) ¿Qué porcentaje tienen menos de 8 primos?

h) ¿Cuál es el porcentaje de alumnos que tienen más de 9 primos?

4. **Completa** en tu cuaderno la tabla de frecuencias del número de ventas diarias que realizaron cada uno de los 40 vendedores de una empresa y **responde** las preguntas.

Ventas	f
0	2
1	6
2	14
3	10
4	5
5	3
Total	40

a) ¿Cuántos vendedores hicieron al menos una venta?

b) ¿Cuántos vendedores hicieron menos de tres ventas?

c) ¿Qué porcentaje de vendedores realizaron más de tres ventas?

d) ¿Qué porcentaje de vendedores hicieron hasta tres ventas?

e) ¿Cuántos vendedores hicieron menos de cuatro ventas?

f) ¿Qué porcentaje de vendedores hicieron exactamente dos ventas?

g) ¿Cuántos vendedores hicieron menos de cuatro ventas?

5. **Realiza** una encuesta a 20 personas sobre un tema que sea de tu interés. Luego, **elabora** las tablas de frecuencias respectivas.

6. Una pediatra lleva el registro del peso de sus pacientes. **Completa** en tu cuaderno los datos que faltan en la tabla.

Peso *kg*	Frecuencia absoluta	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa acumulada %
25	4	4	0,114	11,4 %
27		10		28,5 %
28	3		0,086	
30		20		57,1 %
32	8		0,229	
35	2		0,057	
37		33		94,3 %
40	2		0,057	
Total	35		1,000	

En tu cuaderno

a) ¿Qué porcentaje de pacientes pesan más de 30 *kg*?

b) ¿Cuántos pacientes pesan menos de 30 *kg*?

c) ¿Qué porcentaje de pacientes pesa máximo 32 *kg*?

d) ¿Cuántos pacientes tienen un peso de hasta 35 *kg*?

Trabajo colaborativo

7. **Trabajen** en parejas.

Elaboren una tabla de frecuencias con los datos que se detallan a continuación. **Presenten** en un cartel el diagrama de barras y **expongan** un análisis de los resultados.

Color preferido de 20 estudiantes:

azul	rojo	blanco	verde	amarillo
azul	verde	azul	blanco	verde
azul	amarillo	blanco	azul	blanco
blanco	rojo	rojo	azul	azul

8. Se realizó una encuesta a 60 empleados sobre la cantidad de días que comen fuera de la empresa. Se obtuvieron los siguientes resultados:

Días	Frecuencia relativa %
1	40 %
2	20 %
3	25 %
4	10 %
5	5 %

Responde:

a) ¿Cuántos empleados comen fuera de la empresa 1 día?

b) ¿Cuántos empleados comen fuera de la empresa 4 días?

c) ¿Cuántos empleados comen fuera de la empresa 5 días?

Elabora un diagrama de barras.

Actividad indagatoria

9. **Pregunta** a 10 familiares (5 hombres y 5 mujeres) sobre el postre que más les gusta. **Haz** un diagrama de doble barra con el resultado obtenido.

10. **Plantea** una encuesta a 30 estudiantes de tu colegio sobre el deporte favorito y **realiza** un diagrama de barras con la información obtenida.

Shutterstock, 1240883284.

Estrategia: ordenar las etapas de cálculo

Problema resuelto

Un padre tiene 39 años y su hijo 3. ¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad del padre sea el triple que la del hijo?

1. Comprender el problema

¿Cuál es la pregunta del problema?

¿Cuántos años tendrán que pasar para que la edad del padre sea el triple de la edad del hijo?

2. Plantear la estrategia

¿Cuál es la estrategia de solución?

Ordenar etapas de cálculo.

3. Aplicar la estrategia

¿Cómo se aplica la estrategia?

Identificar la variable

x = años que han transcurrido.

Años que tiene y tendrá cada uno:

	Edad actual	Edad futura
Padre	39	$39 + x$
Hijo	3	$3 + x$

Plantear la ecuación

$39 + x = 3(3 + x)$

La edad del padre = al triple que la edad del hijo

Resolución

$39 + x = 9 + 3x$; $39 - 9 = 3x - x$; $30 = 2x$; $30 \div 2 = x$

$15 = x$

Comprobación

$39 + 15 = 3(3 + 15)$; $54 = 3(18)$

$54 = 54$

El padre tendrá 54 y su hijo, 18. Se conoce que 54 es el triple de 18.

4. Responder

¿Llegaste a la solución del problema?

Han de transcurrir 15 años para que el padre tenga el triple de la edad del hijo.

Problema resuelto

Vinicio tiene 35 años y su hijo Mateo tiene 11 años. ¿Al cabo de cuántos años Vinicio tendrá el doble que la edad de Mateo?

1. Comprender el problema

¿Cuál es la pregunta del problema?

¿Cuántos años tendrán que pasar para que la edad de Vinicio sea el doble que la edad de Mateo?

2. Plantear la estrategia

¿Cuál es la estrategia de solución?

Ordenar etapas de cálculo.

3. Aplicar la estrategia

¿Cómo se aplica la estrategia?

Identificar la variable

a = años que han transcurrido

Años que tiene y tendrá cada uno:

	Edad actual	Edad futura
Vinicio	35	$35 + a$
Mateo	11	$3 + x$

Plantear la ecuación

$35 + a = 2(11 + a)$

La edad de Vinicio = al doble que la edad de Mateo

Resolución

$35 + a = 22 + 2a$; $35 - 22 = 2a - a$

$13 = a$

Comprobación

$35 + a = 2(11 + a)$; $35 + 13 = 2(11 + 13)$; $48 = 2(24)$; $48 = 48$ Vinicio tendrá 48 y Mateo 24. Se sabe que 48 es el doble de 24.

4. Responder

¿Llegaste a la solución del problema?

Han de transcurrir 13 años para que Vinicio tenga el doble que la edad del Mateo.

Problemas propuestos

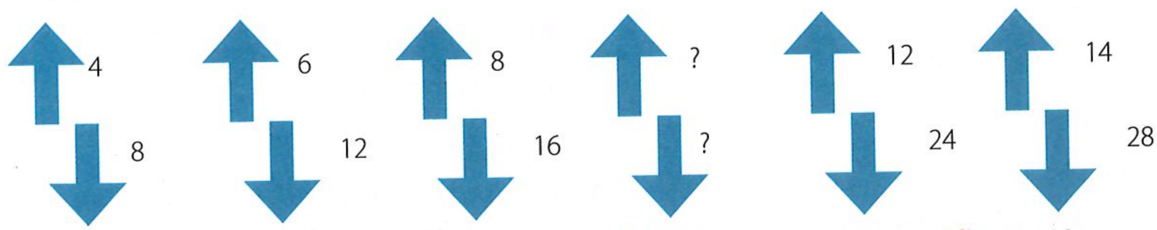
1. El padre de Julia tiene 30 años más que ella y su madre tiene 5 años menos que su padre. **Averigua** la edad actual de Julia, sabiendo que la suma de las edades de sus padres es 7 veces la edad de Julia.
   - a) Comprender el problema.
   - b) Plantear la estrategia.
   - c) Aplicar la estrategia.
   - d) Responder.
2. Si dentro de 15 años Raúl tiene el doble de edad que la que tenía hace 5 años, ¿qué edad tiene ahora?
   - a) Comprender el problema.
   - b) Plantear la estrategia.
   - c) Aplicar la estrategia.
   - d) Responder.
3. La abuela de Martina tiene 5 veces su edad y su madre tiene la mitad de edad que su abuela. Dentro de 6 años, la edad de Martina es la mitad de la de su madre. ¿Qué edad tiene cada una?
   - a) Comprender el problema.
   - b) Plantear la estrategia.
   - c) Aplicar la estrategia.
   - d) Responder.
4. Agustina es un año mayor que Felipe y, dentro de 5 años, la suma de sus edades será el triple que la edad actual de Agustina. ¿Qué edad tiene cada uno de ellos?
   - a) Comprender el problema.
   - b) Plantear la estrategia.
   - c) Aplicar la estrategia.
   - d) Responder.
5. La diferencia de edades entre dos hermanos es de 17 años. Si el doble de la edad del menor es 26 años, ¿qué edad tiene cada uno?
   - a) Comprender el problema.
   - b) Plantear la estrategia.
   - c) Aplicar la estrategia.
   - d) Responder.
6. Encuentra las longitudes de un rectángulo cuyo perímetro es 40 cm si el largo es el triple que su ancho.
   - a) Comprender el problema.
   - b) Plantear la estrategia.
   - c) Aplicar la estrategia.
   - d) Responder.
7. Lucía y Mary tienen conjuntamente $ 25. Si Lucía tiene $ 1 menos que Mary, ¿cuánto tiene cada una?
   - a) Comprender el problema.
   - b) Plantear la estrategia.
   - c) Aplicar la estrategia.
   - d) Responder.
8. Hallar dos números enteros que sumados den 35 y restados den 5.
   - a) Comprender el problema.
   - b) Plantear la estrategia.
   - c) Aplicar la estrategia.
   - d) Responder.
9. Un comerciante obtuvo una ganancia de $ 12 000 en tres años. En el primer año ganó el doble de lo que ganó en el segundo año y en el tercer año obtuvo una ganancia igual a la suma de las ganancias de los dos años iniciales. ¿Cuál fue la ganancia en cada año?
   - a) Comprender el problema.
   - b) Plantear la estrategia.
   - c) Aplicar la estrategia.
   - d) Responder.
10. Por 2 pantalones y 3 camisas, Francisco paga en un almacén de ropa la suma de $ 126. Si una camisa cuesta la mitad que un pantalón, ¿cuánto cuesta cada prenda?
   - a) Comprender el problema.
   - b) Plantear la estrategia.
   - c) Aplicar la estrategia.
   - d) Responder.

Competencia matemática

Secuencias numéricas

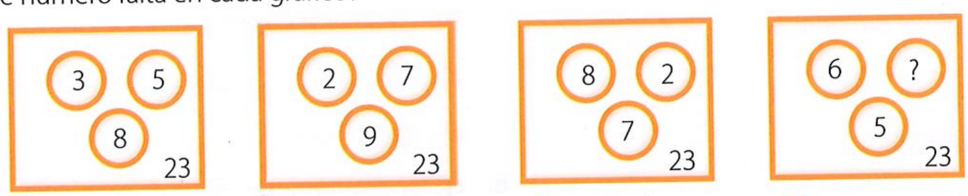
Escoge la respuesta correcta en cada ejercicio.

- ¿Qué número falta en la serie?

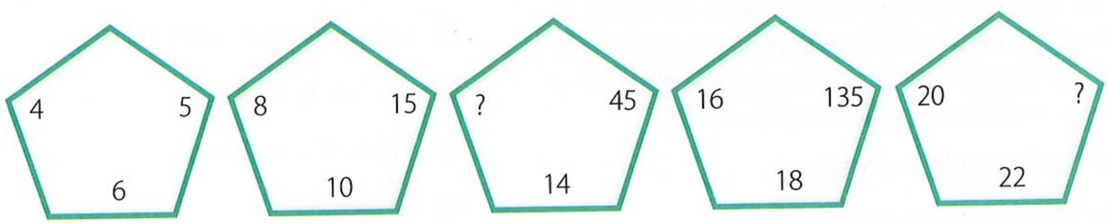


a) 10 y 12 **b)** 16 y 18 **c)** 10 y 20 **d)** 10 y 18

- ¿Qué número falta en cada gráfico?



a) 4 **b)** 5 **c)** 6 **d)** 3



a) 12 y 405 **b)** 16 y 180 **c)** 24 y 185 **d)** 12 y 270

- ¿Qué número resulta de sumar 8 con su mitad y con su doble?

a) 10 **b)** 14 **c)** 12 **d)** 28

- ¿Qué número resulta de sumar 8 con su cuarta parte y su triple?

a) 34 **b)** 26 **c)** 14 **d)** 12

Cálculo mental

Multiplicar por 6.

Al número se lo duplica y al resultado se lo triplica.

$14 \times 6 =$

$14 \times 2 = 28 \times 3 = 84$

$25 \times 6 =$

$25 \times 2 = 50 \times 3 = 150$

Ahora, hazlo tú.

a) $17 \times 6 =$

b) $11 \times 6 =$

c) $23 \times 6 =$

d) $15 \times 6 =$

e) $29 \times 6 =$

f) $35 \times 6 =$

g) $39 \times 6 =$

h) $42 \times 6 =$

i) $55 \times 6 =$

La buena alimentación es una prioridad en la adolescencia

Áreas asociadas al proyecto: Matemática y Ciencias Naturales

Justificación

Uno de los derechos de la niñez y la adolescencia es contar con salud y buena alimentación. Nuestro país debe asegurarse de que los niños, niñas y adolescentes conozcan los principios básicos de la salud y la nutrición.

Objetivo

Identificar los hábitos alimenticios que tienen los estudiantes de octavo, noveno y décimo grados de básica, mediante la realización de encuestas, a fin de emitir conclusiones y recomendaciones.

Recursos

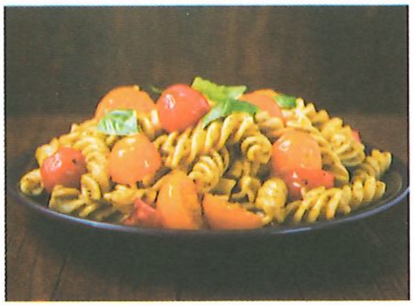
- Pliegos de papel
- Marcadores
- Encuestas impresas
- Computador con acceso a Internet
- Cartulinas de colores

Actividades

- **Dividan** a los estudiantes del curso en grupos de hasta 5 participantes.
- Cada grupo debe investigar sobre la importancia de la alimentación en los adolescentes.
- **Investiguen** sobre menús recomendados para la edad de 12 a 15 años y los hábitos alimenticios que deben tener.
- **Realicen** una encuesta con las siguientes preguntas sugeridas:
  1. ¿Desayunas todas las mañanas, antes de llegar al colegio?
  2. ¿Qué clase de alimentos consumes o comes durante tu refrigerio?
  3. ¿Qué productos compras con más frecuencia en el bar del colegio?
  4. Durante tu recreo, ¿prefieres jugar o comer tu refrigerio?
- **Realicen** una tabulación de los resultados obtenidos.
- **Elaboren** una tabla de frecuencias en un pliego de papel.
- **Preparen** un diagrama de barras de los resultados en un pliego de papel.
- **Expongan** los trabajos realizados.
- **Identifiquen** las debilidades de nutrición que tienen los adolescentes.
- **Realicen** un plan de sugerencias para alimentarse bien durante la adolescencia.


Shutterstock, 475492177.


Shutterstock, 380603521.


Shutterstock, 526854181.

Evaluación

1. Luego de realizar el análisis estadístico completo y de presentarlo en el grupo de estudiantes, **detallen**, en un tríptico, una lista de recomendaciones para la nutrición de un adolescente sano.

Aplico en la vida cotidiana

Tema: Comunicación efectiva

Potenciación

Situación cotidiana

En varias situaciones de la vida buscamos estrategias de comunicación efectiva. Generalmente, en los trabajos se realiza una cadena para comunicar alguna situación en el menor tiempo posible.

Shutterstock, 1425310112.

Luisa avisó a 3 amigos sobre una beca de estudios que ofrece un instituto de administración. Estos acordaron avisar a 3 amigos cada uno, con la firme convicción de que estos 3 amigos ahora avisen a 3 amigos cada uno, y así continuar con la cadena. Si la última vez avisaron a 243 personas, ¿cuántas veces se realizó este procedimiento?

Reflexiona

- ¿Has realizado esta actividad algún momento de tu vida?
- **Comprueba** la respuesta.
- ¿Cómo resolviste?
- ¿A cuántas personas se habrá comunicado si se realiza esta actividad 7 veces?
- Si x es un entero positivo mayor que 2, ¿qué resulta mayor: 2^x o x^2?

Resuelve las situaciones

Shutterstock, 1473150377.

- Dos hermanos inician una campaña de alimentación para perros de la calle. Esta consiste en donar cada uno de ellos un kilo de comida de perro. Luego, buscan dos amigos más cada uno y los comprometen a realizar la misma donación para el segundo día. Les piden que continúen esta dinámica para los días sucesivos y así no se rompa la cadena. Esta campaña pretende ayudar a las fundaciones de cuidado de animales. **Elabora** una tabla que muestre los kilos de comida donados cada día durante una semana. ¿Cuántos kilos podrán reunir en total?

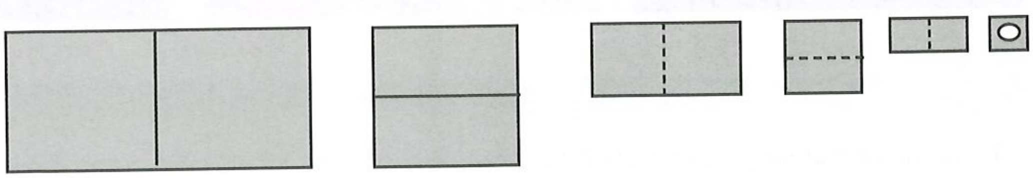
- Hugo dobla una hoja de papel cinco veces. Luego hace un agujero en el papel doblado, como se muestra en la figura, y desdobla el papel. ¿Cuántos agujeros aparecen en el papel desdoblado?

  a) 8

  b) 16

  c) 32

  d) 64

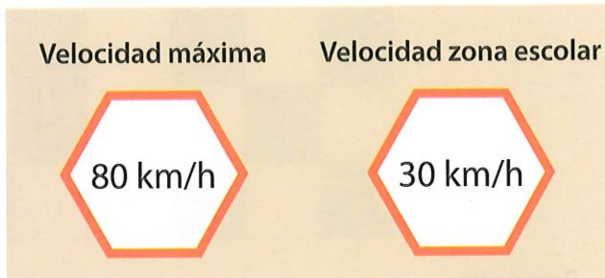


Tema: Velocidades máximas

Inecuaciones o desigualdades

Situación cotidiana

El exceso de velocidad es la primera causa de los accidentes de tránsito. Por eso, debemos respetar los límites de velocidad establecidos en nuestro país. Los conductores y peatones, en general, debemos informarnos para evitar cometer alguna imprudencia que resulte fatal.



Alberto conduce su auto y se da cuenta que está yendo muy despacio. Él decide duplicar su velocidad y aumentarla luego en 10 km/h y, aun así, estaría dentro del límite de la velocidad permitida. ¿Cuál es la velocidad máxima a la que se encontraba manejando Alberto?

Reflexiona

- ¿Qué sucede si Alberto aumenta la velocidad?
- **Comprueba** la respuesta.
- ¿Cómo resolviste?
- Tomando en cuenta la velocidad permitida en zona escolar y la velocidad a la que viajaba Alberto, ¿cuánto es lo mínimo que debería reducir su velocidad para cumplir con los límites establecidos?

Resuelve las situaciones

- María llega a su casa para corregir los exámenes que tomó a sus estudiantes. Sus hijos le hacen las siguientes afirmaciones:
  - Si tuvieras 7 veces la cantidad de exámenes que tienes, sobrepasarían los 1 000.
  - Si tuvieras solo la mitad y 28 exámenes más, no llegarían a 100.
- ¿Cuántos exámenes tenía para corregir María?

- Si al doble de la edad de Carlos se le resta 15 años, entonces resulta menos de 41; pero si a la mitad de su edad se le suma 3 años, el resultado es mayor que 18. ¿Cuál es la edad de Carlos?

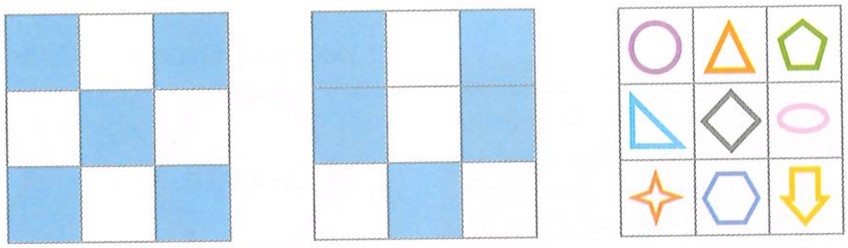
  a) 24 años
  b) 26 años
  c) 29 años
  d) 30 años

- De su mesada, Alfredo ahorra $ 5 por semana para comprar videojuegos; si cada uno cuesta $ 20, ¿cuántos videojuegos como máximo podrá comprar luego de 16 semanas?

  a) 4 videojuegos
  b) 2 videojuegos
  c) 6 videojuegos
  d) 5 videojuegos

Olimpiadas matemáticas

1. Dos láminas cuadradas transparentes tienen algunos cuadrados sombreados como se muestra en la figura. Se sobreponen en la cuadrícula de la derecha. ¿Cuál de las figuras queda visible?



Respuesta:

2. En una florería se pueden cambiar 3 cartuchos por un ramo de flores. Un cartucho se puede cambiar por 2 girasoles. ¿Cuántos girasoles pueden cambiarse por 2 ramos de flores?

3. La figura muestra una tabla de sumas a la que se le cayó tinta encima. ¿Qué número debe ir en el lugar donde está la estrella?

Respuesta:

+	12	10	8
5	17	15	13
		★	12

Adaptado: http://www.ommenlinea.org/

4. Jorge y Rodrigo coleccionan carritos a escala. Si Jorge tiene 4 carritos más que Rodrigo y si la suma de los carritos que tienen entre ambos es como máximo 16, ¿cuántos carritos tiene Rodrigo como máximo?

Respuesta:

Shutterstock, 1448483114.

5. Un terreno en forma de rectángulo tiene de largo 10 metros más que de ancho. Si su perímetro es de 100 m, **halla** las dimensiones del terreno.

Respuesta:

6. Nueve paradas de autobús están igualmente espaciadas a lo largo del trayecto. La distancia de la primera parada a la tercera es 600 m. ¿Qué distancia hay desde la primera hasta la última? **Selecciona** la respuesta.

a) 1200 m

b) 1500 m

c) 1800 m

d) 2400 m

7. El peso de 3 manzanas y dos naranjas es 255 g. El de 2 manzanas y 3 naranjas es 285 g. Todas las manzanas pesan lo mismo, y todas las naranjas pesan lo mismo. ¿Cuál es el peso de una naranja y una manzana juntas? **Selecciona** la respuesta.

a) 110 g

b) 108 g

c) 105 g

d) 104 g

https://www.canguromat.org.es/

Refuerza tus aprendizajes

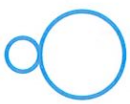
1. **Lee** y **analiza**.

¿Qué figura continúa?

Escoge la respuesta correcta.

a) 

c) 

b) 

d) 

2. **Lee** y **analiza**.

Hallar dos números consecutivos de manera que el que el triple del menor más el doble del mayor sea 226.

Escoge la respuesta correcta.

a) 54 y 55 c) 57 y 58

b) 56 y 57 d) 58 y 59

3. **Lee** y **analiza**.

¿Qué número continúa la secuencia?

1 4 2 5 3 6 4

Escoge la respuesta correcta.

a) 7 y 5 c) 3 y 6

b) 5 y 4 d) 6 y 3

4. **Lee** y **analiza**.

Una secretaria puede hacer 5 trabajos del mismo tamaño en 8 horas. ¿Qué tiempo le llevará a la misma secretaria realizar 9 trabajos de la misma longitud?

Escoge la respuesta correcta.

a) 12h 30 min c) 14h 48 min

b) 12h 24 min d) 14h 24 min

5. **Lee** y **analiza**.

Determina un número mayor a 30 que, al dividirlo entre 3 y 6, da residuo 1.

Escoge la respuesta correcta.

a) 35 c) 37

b) 36 d) 38

6. **Lee** y **analiza**.

En el bosque se pueden observar algunos monos caminando: un mono estaba delante de dos monos; un mono entre dos monos, y un mono detrás de dos monos. ¿Cuántos monos había, como mínimo, en el bosque?

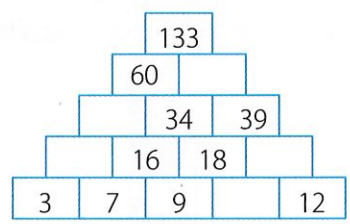
Escoge la respuesta correcta.

a) 3 monos c) 5 monos

b) 4 monos d) 6 monos

7. **Lee** y **analiza**.

¿Qué números van en los espacios en blanco de arriba hacia abajo?



Escoge la respuesta correcta.

a) 73 - 21- 26 - 10 - 5 c) 77 - 26 - 21 - 10 - 6

b) 75 - 21- 36 - 10 - 8 d) 73 - 26 - 10 - 21 - 9

8. **Lee** y **analiza**.

Escoge la respuesta correcta.

6	7
6	48

5	12
4	64

7	5
¿?	43

a) 7 c) 9

b) 8 d) 10

9. **Lee** y **analiza**.

¿A qué número se aproxima $\frac{810}{216}$?

Escoge la respuesta correcta.

a) 2 c) 4

b) 3 d) 5

10. **Lee** y **analiza**.

Se vende un televisor en $ 678 y se gana el 20 %. ¿Cuánto costó el televisor?

Escoge la respuesta correcta.

a) 1 243
b) 113
c) 565
d) 658

11. **Lee** y **analiza**.

¿Qué números continúan la serie?

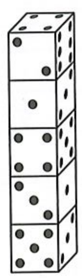
8 11 17 29 53

Escoge la respuesta correcta.

a) 106 y 190
b) 77 y 101
c) 56 y 59
d) 101 y 197

12. **Lee** y **analiza**.

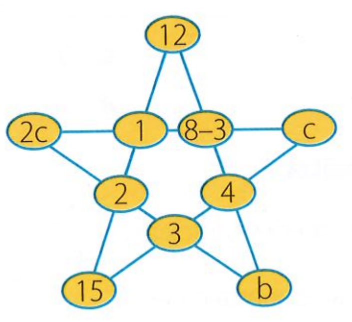
¿Cuántos puntos no se pueden visualizar en esta figura?



Escoge la respuesta correcta.

a) 29
b) 30
c) 31
d) 32

13. **Lee** y **analiza**.



En la estrella, la suma de los cuatro números de la línea es la misma. ¿Cuáles son los valores de: b y c?

Escoge la respuesta correcta.

a) b = 8 c = 6
b) b = 8 c = 9
c) b = 9 c = 8
d) b = 6 c = 4

14. **Lee** y **analiza**.

Julia es mamá de Rosa y Susana.
Rosa es la mamá de Mateo.
Susana es la mamá de Mercedes.

Completa con una palabra las siguientes afirmaciones.

Mateo es el de Mercedes.

Rosa es la de Susana.

Escoge la respuesta correcta.

a) primo - prima
b) primo - hija
c) hermano - prima
d) primo - hermana

15. **Lee** y **analiza**.

¿Cuánto es el triple de la mitad de la cuarta parte de 1 200?

Escoge la respuesta correcta.

a) 600
b) 450
c) 300
d) 150

16. **Lee** y **analiza**.

Si Carlos le diera un dólar más a cada uno de sus cuatro hijos para la colación, gastaría 24 dólares diarios. ¿Cuánto les da actualmente para la colación?

Escoge la respuesta correcta.

a) 10 dólares
b) 6 dólares
c) 5 dólares
d) 12 dólares

17. **Lee** y **analiza**.

Antonio lleva 3 años más que Eduardo en la empresa en la que trabajan. Si la suma de los años que trabajan en la empresa los dos empleados es como máximo 11 años, ¿qué tiempo como máximo lleva Eduardo en la empresa?

Escoge la respuesta correcta.

a) 4 años

b) 5 años

c) 11 años

d) 10 años

18. Encuentra el resultado de la operación:

$$\sqrt[3]{\left(\frac{\sqrt[3]{32}}{\sqrt[3]{4}}\right)^{3}} =$$

Escoge la respuesta correcta.

a) 8

b) 4

c) 2

d) 6

19. Lee y **analiza**.

María paga la factura del consumo de luz del mes de mayo. El valor es de $ 12,26, pero ella solo pagó $ 8,12 porque recibe el descuento como persona de la tercera edad. ¿Cuál es el porcentaje del descuento que recibió María?

Escoge la respuesta correcta.

a) Menos del 12 % de descuento

b) Más del 40 % de descuento

c) Menos del 25 % de descuento

d) Más del 30 % de descuento

20. Encuentra el número que sigue la secuencia 9, 16, 25, 36, 49, 64,…

Escoge la respuesta correcta.

a) 81

b) 70

c) 80

d) 75

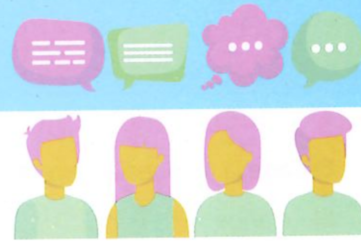
Luego de desarrollar y resolver los ejercicios anteriores, debes pintar la opción que consideres correcta, de acuerdo a las instrucciones.

Instrucciones

Correcto **Incorrecto**

1)	A	B	C	D
2)	A	B	C	D
3)	A	B	C	D
4)	A	B	C	D
5)	A	B	C	D
6)	A	B	C	D
7)	A	B	C	D
8)	A	B	C	D
9)	A	B	C	D
10)	A	B	C	D
11)	A	B	C	D
12)	A	B	C	D
13)	A	B	C	D
14)	A	B	C	D
15)	A	B	C	D
16)	A	B	C	D
17)	A	B	C	D
18)	A	B	C	D
19)	A	B	C	D
20)	A	B	C	D

En tu cuaderno



Crecimiento poblacional

Shutterstock, 278463842.

La población de la tierra crece en forma vertiginosa.

"La población mundial está en continuo crecimiento; conforme pasa el tiempo, es más numerosa. En la actualidad, se estima una población de 7 600 millones de habitantes. Se prevé que, para el año 2030, la población del planeta sea de 8 600 millones de habitantes. Sin embargo, esto no ha sido siempre así, pues la población mundial también puede reducirse o mantenerse estable durante mucho tiempo. Esto significa que hay fluctuaciones o modificaciones a lo largo de un periodo.

Hoy en día, el crecimiento poblacional se produce a un ritmo muy rápido, pero hasta principios de 1800 el ritmo se había mantenido bajo. La Revolución Industrial, las mejoras en los sistemas de salud y de transporte y otros factores han contribuido a mejorar las oportunidades de vida de las personas y aumentar las posibilidades de supervivencia.

Causas

El número de habitantes de un lugar se modifica con el paso del tiempo, la emigración o inmigración y el número de nacimientos o muertes.

Las tasas de crecimiento de población están aumentando más en los países menos desarrollados de África, Latinoamérica y Asia; por el contrario, las tasas de crecimiento de los países más desarrollados de Europa y Norteamérica, así como de Australia, Nueva Zelanda y Japón, están disminuyendo.

No obstante, el crecimiento poblacional se produce mientras la tasa de natalidad es mayor que la de mortalidad durante un periodo determinado.

Efectos

Se ha observado que en los últimos 100 años la población mundial ha estado creciendo cada vez más rápido. El ritmo acelerado se ha vuelto un asunto de preocupación, ya que mientras más personas existen, las necesidades de recursos aumentan, lo que ejerce presión sobre el medioambiente y las sociedades. Algunas consecuencias del crecimiento poblacional son: contaminación, reducción de la biodiversidad, sobrepoblación".

Fuente: https://www.geoenciclopedia.com/crecimiento-poblacional/

Ficha de comprensión lectora

1. ¿Cuál es el tema principal de la lectura?
2. ¿Cuál es la población actual del planeta?
3. **Indica** dos razones por las que se aumenten las posibilidades de vida.
4. ¿Cuántos habitantes más se prevé para los siguientes 8 años en el planeta?
5. **Indica** dos razones por las que la población puede reducirse o mantenerse estable.
6. ¿A partir de qué año la población empezó a crecer a un ritmo acelerado?
7. ¿Por qué crees que las tasas de crecimiento de población son mayores en los países menos desarrollados?
8. ¿Por qué el avance tecnológico es una causa del crecimiento de la población?

Ficha de escritura académica

Actividad personal

1. **Investiga** más acerca de las causas del crecimiento poblacional y **elabora** un mapa conceptual.
2. **Escoge** uno de los efectos del crecimiento de la población y **realiza** un *collage* con imágenes tomadas de Internet.
3. **Indaga** acerca de la tasa de mortalidad. **Indica** por qué crees que esta puede aumentar o disminuir. ¿Consideras que en los últimos años esta tasa es alta o baja comparada con la del siglo XVII?

Shutterstock, 125574206.

Actividad colaborativa

4. **Formen** grupos y **utilicen** las TIC de su preferencia para desarrollar la siguiente labor: crear una infografía digital que resuma la lectura anterior.

   Presenten su trabajo ante el resto de la clase. **Tomen en cuenta** las siguientes recomendaciones:

   - Debe haber un organizador gráfico.
   - Debe incluir imágenes.
   - Los textos deben ser sintéticos y precisos.
   - Hay que citar las fuentes de donde se obtuvieron textos e imágenes.

Shutterstock, 2022984911.

Compruebo mis aprendizajes
Evaluación sumativa

I.M.4.1.1. / I.M.4.1.2. / I.M.4.7.1.

1. **Relaciona** cada operación con su resultado.

A) $\dfrac{4^4 \times 4^{-5}}{4^{-4}}$ 1. 32

B) $\dfrac{2^6 \times \left(2^3\right)^{-2}}{2^2}$ 2. 62

C) $4+5^2-(-3)^3+6$ 3. 64

D) $\dfrac{2^2 \times 2^{-4}}{2^{-7}}$ 4. $\dfrac{1}{4}$

a) A con 4 ; B con 2; C con 1; D con 3

b) A con 3 ; B con 4; C con 2; D con 1

c) A con 2 ; B con 1; C con 3; D con 4

d) A con 1 ; B con 2; C con 4; D con 3

2. **Relaciona** cada operación con su resultado.

A) $\sqrt{\sqrt{25\times 4}+\sqrt{36}}$ 1. 21

B) $\sqrt[3]{\sqrt{64}}+\sqrt{100}+\sqrt[3]{3^6}$ 2. 4

C) $\sqrt[3]{-27}+\sqrt[4]{6^4}\times 5-\sqrt{400}$ 3. 7

D) $\sqrt{\dfrac{2^6}{2^4}}$ 4. 2

a) A con 4 ; B con 2; C con 1; D con 3

b) A con 3 ; B con 4; C con 2; D con 1

c) A con 2 ; B con 1; C con 3; D con 4

d) A con 1 ; B con 2; C con 4; D con 3

3. **Soluciona** las siguientes operaciones y **escoge** la respuesta correcta.

$$5+\left(\sqrt[3]{64}+2^2\times 2^2+3+\sqrt{25}\right)+\left(-10+\sqrt[3]{8}\right)\times 3-5=$$

a) 2 c) 6

b) 4 d) 8

$$\left(\sqrt[3]{\sqrt{64}}+3^2\times 14^0+5+\sqrt{49}\right)+\left(-12+\sqrt[3]{27}\right)\times 2+12=$$

a) 15 c) 17

b) 10 d) 19

4. **Escoge** la respuesta que corresponde a cada expresión.

La mitad de la suma de dos cuadrados.

a) $\dfrac{x+y}{3}$

b) $\dfrac{x}{2}\left(\dfrac{y}{2}\right)$

c) $\dfrac{x^2+y^2}{2}$

d) $\dfrac{x^2(y)^2}{2}$

El tercio del perímetro de un rectángulo.

a) $\dfrac{x+y}{3}$

b) $\dfrac{xy}{3}$

c) $\dfrac{2(xy)}{3}$

d) $\dfrac{2x+2y}{3}$

5. **Resuelve** la ecuación.

$4x+5-7+2x=-6+3x+8+2$

a) $x=1$

b) $x=2$

c) $x=3$

d) $x=4$

6. **Expreso mis emociones.** ¿Enfrentas con optimismo los problemas y las contrariedades que se puedan presentar en tus actividades escolares? **Explica** tu respuesta.

7. La suma de tres números consecutivos es 195. ¿Cuáles son los números?

a) 23, 24 y 25

b) 64, 65 y 66

c) 44, 45 y 46

d) 40, 80 y 160

8. El área de un rectángulo es 147 cm^2. Si un lado mide el triple que el otro, ¿cuáles son las medidas de los lados?

a) 8 *cm* y 24 *cm*

b) 4 *cm* y 12 *cm*

c) 7 *cm* y 21 *cm*

d) 3 *cm* y 49 *cm*

9. El cuadrado de la suma de dos números consecutivos es 225. ¿Cuáles son estos números?

a) 12 y 13

b) 9 y 10

c) 5 y 6

d) 8 y 7

Coevaluación

10. **Analicen** los siguientes datos y **escojan** los números que faltan en la tabla.

12	13	12	11	12	11	10
13	12	11	10	10	10	10

	F. absoluta	F. absoluta acumulada	F. relativa	F. relativa %
10	5	5	0,357	
11		8	En tu cuaderno	21,4 %
12	4		0,286	
13		14		14,3 %
Total	14		1,000	100 %

a) C1: 2 y2, C2: 13, C3: 0,212 y 0,145, C4: 35,4 y 28,4

b) C1: 2 y 3, C2: 11, C3: 0,210 y 0,144, C4: 35,4 y 28,9

c) C1: 3 y 4, C2: 14, C3: 0,209 y 0,143, C4: 37,5 y 28,7

d) C1: 3 y 2, C2: 12, C3: 0,214 y 0,143, C4: 35,7 y 28,6

Autoevaluación

11. **Pinta** según la clave.

Puedo ayudar a otros — Resuelvo por mí mismo — Necesito ayuda — Estoy en proceso

Contenidos	Resuelvo operaciones con potenciación y radicación con la aplicación de las propiedades de números enteros.	
	Resuelvo operaciones combinadas de números enteros aplicando jerarquía de solución.	
	Transformo expresiones de lenguaje común a lenguaje algebraico.	
	Resuelvo ecuaciones de primer grado en $\mathbb{Z}$ y aplico el proceso en la solución de problemas.	
	Elaboro tablas de frecuencias y represento en diagrama de barras un tema estadístico.	

Metacognición

- ¿Aclaraste dudas y necesidades con los temas aprendidos?
- ¿En qué momento de tu vida puedes utilizar algunos de los temas aprendidos?
- ¿Para qué te servirá lo aprendido?

unidad 3

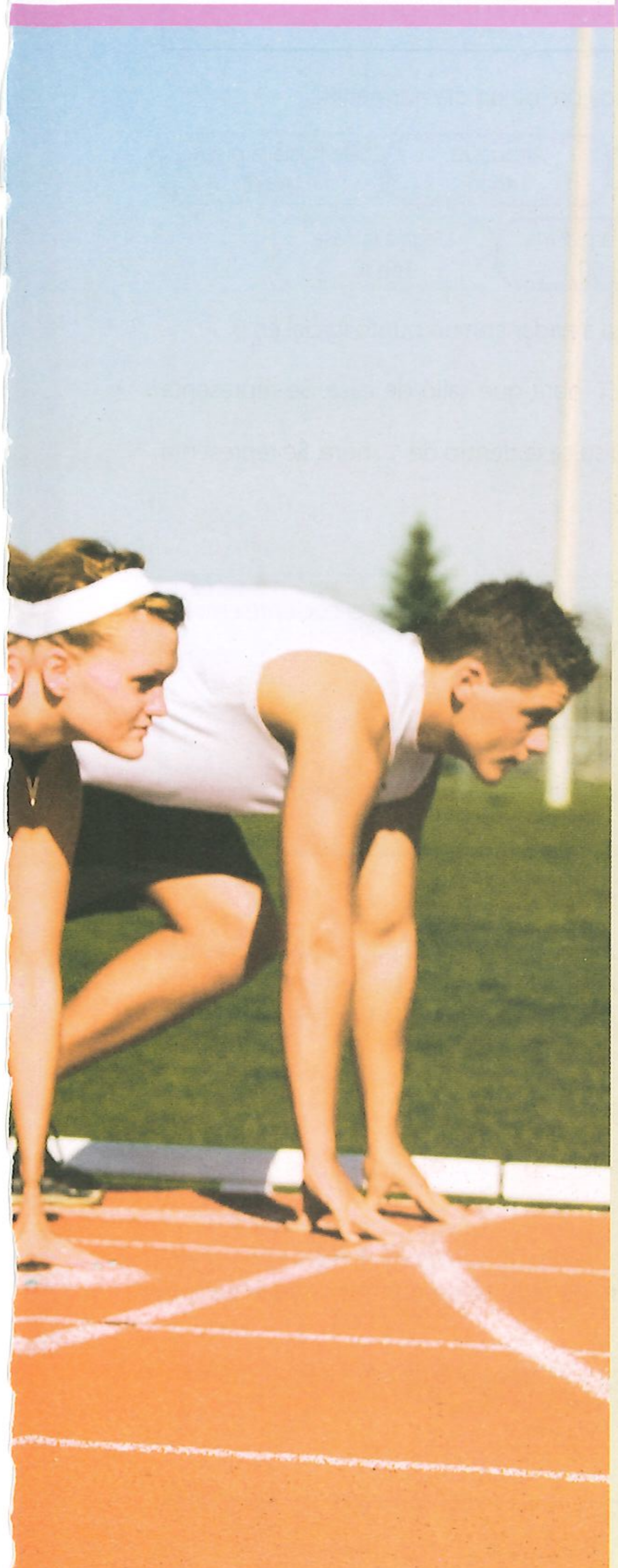
Números racionales. Diagramas estadísticos

El deporte trae grandes beneficios para el cuerpo humano y la mente: promueve el trabajo en equipo, lo cual permite superar el individualismo; incrementa o mantiene la densidad ósea y aumenta la fuerza muscular; motiva a seguir normas y reglas; favorece la relación entre las personas; enseña a ser responsable con las obligaciones; ayuda a fomentar la disciplina consigo mismo.

La meta de un deportista profesional es llegar a participar en los Juegos Olímpicos. En los Juegos Olímpicos de Tokio 2020 se presentaron 33 deportes. La delegación ecuatoriana formada por 48 atletas participó en 15 deportes.

Adaptado de: http://www.vanguardia.com/vida-y-estilo/jovenes/228621-el-deporte-vital-para-los-jovenes

Shutterstock, 22150201.



Preguntas generadoras

- ¿Qué deporte practicas para tener un adecuado desarrollo físico?
- ¿El número total de participantes es un número entero o un número natural?

Lo que vamos a aprender

Álgebra y funciones

- Números racionales
  - Representación gráfica
  - Fracciones equivalentes y números racionales
  - Relación de orden
  - Racionales decimales
  - Clase de decimales
  - Fracción generatriz
- Operaciones y propiedades
  - Adición y sustracción
  - Multiplicación y división
  - Aplicaciones: ecuaciones

Estadística y probabilidad

- Histograma
- Polígono de frecuencias
- Diagrama circular

Objetivos
O.M.4.1. / O.M.4.2. / O.M.4.7.

Tema 1 Números racionales

Shutterstock, 344304677.

Saberes previos

¿Con qué número representarías la mitad, un tercio y un cuarto?

Luis organiza las actividades en su tiempo libre de un día normal así:

Termina clases 13h00	Llega a casa 13h45	Almuerza 14h00	Sale hacia la piscina 14h30
Llega a la piscina 15h00	Sale de la piscina 16h00	Llega a la casa 16h30	

Considera el hecho de que Luis comienza a nadar con un punto inicial en 0.

Si Luis está llegando a la piscina, hace $\frac{1}{2}$ hora que salió de casa. Se representa con: $-\frac{1}{2}$. Si él sale de la piscina, llegará a su casa dentro de $\frac{1}{2}$ hora. Se representa con: $+\frac{1}{2}$

Recuerda que...

En la fracción $\frac{a}{b}$ a es el numerador e indica las partes que se toma de la unidad; y, b es el denominador e indica las partes en las que se divide la unidad. Si $|a| < |b|$, la fracción se denomina propia; caso contrario, es impropia.

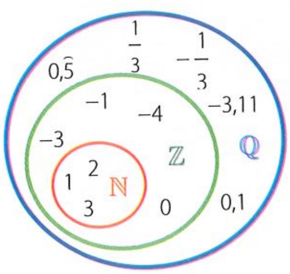
El conjunto de los números racionales $\mathbb{Q}$ está definido como el cociente entre dos números enteros de la siguiente manera:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \,/\, a, b \in \mathbb{Z} \text{ con } b \neq 0 \right\}$$

Los números racionales se pueden expresar como una fracción o como un número decimal.

Representación de fracciones en la recta numérica

Para representar fracciones en la recta numérica, se divide la parte entera en tantas veces como indica el denominador y luego se cuentan sobre la recta, las partes que indica el numerador de la fracción hacia la derecha si la fracción es positiva, o a la izquierda si es negativa.



ℕ: Números naturales

ℤ: Números enteros

ℚ: Números racionales

Figura 3.1 Diagrama de Venn

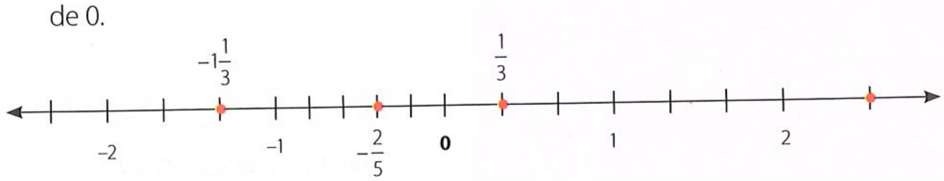
Ejemplo 1

Ubicamos en la recta numérica las fracciones **a)** $-\frac{7}{4}$; **b)** $\frac{1}{3}$

Solución

a) **Convertimos** la fracción en fracción mixta. Ubicamos en la recta la parte entera, dividimos entre –1 y –2 en cuatro partes y contamos tres de estas hacia la izquierda de –1.

b) **Dividimos** entre 0 y 1 en tres partes y contamos una de estas hacia la derecha de 0.



M.4.1.13. Reconocer el conjunto de los números racionales $\mathbb{Q}$ e identificar sus elementos.
M.4.1.15. Establecer relaciones de orden en un conjunto de números racionales utilizando la recta numérica y la simbología matemática (=, <, ≤, >, ≥).

Fracciones equivalentes e irreducibles

En el curso de Irma, 7 de cada 9 jóvenes practican fútbol. Si hay 36 estudiantes, ¿cuántos practican fútbol?

Para saber el total de estudiantes que practican fútbol, buscamos fracciones equivalentes. Son fracciones equivalentes aquellas que representan la misma parte de la unidad o un mismo punto en la semirrecta.

Shutterstock, 372782428.

$$\frac{7}{9}=\frac{7\times 4}{9\times 4}=\frac{28}{36} \longrightarrow \text{De 36 estudiantes, 28 practican fútbol.}$$

Fracciones equivalentes

Fracciones equivalentes son aquellas que representan la misma parte de la unidad.

Se obtienen fracciones equivalentes por amplificación y simplificación.

El proceso de **amplificación** consiste en multiplicar los dos términos de la fracción por un mismo número distinto de cero.

El proceso de **simplificación** consiste en dividir tanto el numerador como el denominador por un mismo número. Cuando no podemos simplificar una fracción, la llamamos fracción **irreducible** o **irreductible.**

Ejemplo 2

Encontramos dos fracciones equivalentes a $\frac{6}{9}$ por amplificación y simplificación.

Solución

Amplificación $\frac{6\times 2}{9\times 2}=\frac{12}{18}$ Simplificación $\frac{6\div 3}{9\div 3}=\frac{2}{3}$.

Orden de fracciones con el mismo denominador

Dadas dos fracciones con el mismo denominador, es menor la fracción que tiene el numerador más pequeño.

Orden de fracciones con diferente denominador

Buscamos fracciones equivalentes con igual denominador. El denominador será el mínimo común múltiplo de los denominadores. Comparamos los numeradores.

Ejemplo 3

Comparamos las fracciones:

a) $\frac{11}{8}; -\frac{5}{8}; \frac{15}{8}$ **b)** $-\frac{8}{9} y -\frac{4}{5}$

Solución

a) **Comparamos** los numeradores: –5 < 11 < 15, por lo tanto: $-\frac{5}{8}<\frac{11}{8}<\frac{15}{8}$

b) mcm = 45; $-\frac{8}{9}=-\frac{40}{45} y -\frac{4}{5}=-\frac{36}{45}$ $-\frac{40}{45}<-\frac{36}{45}$

DFA

Cuando una persona no tiene pulso firme, puede mejorarlo realizando ejercicios con sus dos manos sobre una mesa, simultáneamente, formando círculos.

¿Sabías que?

También se pueden comparar dos fracciones, comparando sus productos cruzados; así:

$-\frac{3}{7}$ y $-\frac{5}{9}$

$-(3\cdot 9)>-(7\cdot 5)$

Entonces $-\frac{3}{7}>-\frac{5}{9}$

Interdisciplinariedad

Matemática y Astronomía

Los números racionales permiten registrar con mayor exactitud los datos de la ocurrencia de un fenómeno atmosférico o el paso de algún cometa cerca del planeta Tierra.

Taller

Evaluación formativa

I.M.4.1.3.

1. **Determina** si es (V) verdadero o (F) falso, según corresponda.
   - **a)** Un número natural es racional.
   - **b)** Cualquier número racional es un entero.
   - **c)** Cero es un número racional.
   - **d)** Los racionales son números negativos.
   - **e)** Los números enteros contienen a los racionales.
   - **f)** Todo número entero es racional.
   - **g)** El conjunto de los números racionales. es finito
   - **h)** El conjunto de los números naturales es subconjunto de los racionales.
   - **i)** Si un número no es racional, entonces es un número decimal.
   - **j)** La unión de los números racionales con los irracionales son los números reales.

2. **Expresa** con una fracción cada situación.
   - **a)** La temperatura ambiente es un tercio bajo cero.
   - **b)** José entrenará tres cuartos de hora.
   - **c)** Cristina ahorra dos quintos del sueldo.
   - **d)** Sara gastó dos séptimos de sus ahorros.

3. **Copia** la tabla en tu cuaderno. **Identifica** los elementos y **escribe** un visto en el conjunto correspondiente.

Número	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$
-2			
$-\frac{7}{3}$			
0			
$\frac{3}{4}$			
8			

En tu cuaderno

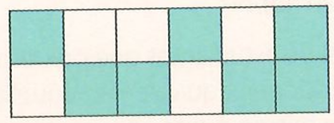
4. **Encuentra** la fracción irreducible.

a) $\frac{15}{75}=$ **b)** $\frac{30}{36}=$ **c)** $\frac{120}{48}=$ **d)** $\frac{8}{12}$ **e)** $\frac{44}{100}$

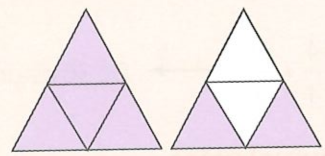
f) $-\frac{350}{126}=$ **g)** $-\frac{72}{48}=$ **h)** $-\frac{56}{90}=$ **i)** $\cdot\frac{160}{56}$

5. **Coloca** junto a cada gráfico el número racional que representa a las partes pintadas de las siguientes figuras.

a)

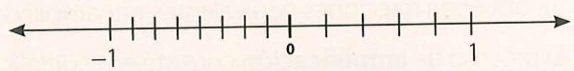


b)

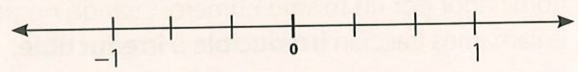


6. **Representa** sobre la recta las siguientes fracciones:

a) $\frac{3}{5}$ y $-\frac{7}{8}$



b) $-\frac{2}{3}$ y $\frac{2}{3}$



7. **Copia** en tu cuaderno y **escribe** tres fracciones equivalentes por amplificación de cada racional.

a) $\frac{3}{5}$ **c)** $\frac{4}{11}$

b) $-\frac{3}{7}$ **d)** $-\frac{3}{8}$

8. **Determina** los pares de racionales equivalentes.

a) $\frac{8}{4}$ y 2 **f)** $\frac{10}{14}$ y $\frac{15}{21}$

b) $-\frac{17}{51}$ y $-\frac{1}{3}$ **g)** $-\frac{3}{4}$ y $-\frac{36}{44}$

c) $\frac{4}{9}$ y $\frac{24}{54}$ **h)** $\frac{42}{91}$ y $\frac{6}{13}$

d) $-\frac{2}{9}$ y $-\frac{24}{108}$ **i)** $\frac{3}{5}$ y $\frac{6}{20}$

e) $\frac{4}{8}$ y $\frac{20}{64}$ **j)** $\frac{5}{4}$ y $\frac{15}{12}$

9. Encuentra los términos que faltan para formar un par de fracciones equivalentes. **Utiliza** productos cruzados.

a) $\frac{2}{8}=\frac{3}{x}$

b) $\frac{4}{x}=\frac{6}{24}$

c) $\frac{6}{9}=\frac{x}{21}$

d) $-\frac{10}{14}=\frac{x}{35}$

e) $\frac{3}{12}=\frac{x}{20}$

f) $-\frac{2}{4}=\frac{3}{x}$

10. Ordena, de mayor a menor, los números racionales.

a) $-\frac{11}{10}, \frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, \frac{6}{5}, -\frac{5}{7}$

b) $-\frac{2}{3}, \frac{5}{4}, -\frac{1}{2}, \frac{7}{3}, \frac{3}{8}$

11. Ordena, de menor a mayor, los números racionales.

a) $-\frac{3}{4};\frac{1}{2};-\frac{22}{7};\frac{12}{5};-\frac{15}{8};\frac{4}{3}$

b) $\frac{2}{5};-\frac{5}{7};-\frac{47}{6};\frac{35}{9};-\frac{21}{5};\frac{9}{4}$

c) $\frac{3}{4};-\frac{5}{6};-\frac{17}{5};\frac{12}{7};-\frac{2}{3};\frac{8}{15}$

12. Escribe en tu cuaderno en cada caso tres números racionales que sean:

a) Mayores que 4.

b) Mayores que 0 y menores a 1.

c) Menores que $-\frac{10}{3}$.

d) Mayores que -2 y menores que $-\frac{1}{2}$.

Trabajo colaborativo

13. Trabajen en parejas.

Escriban cinco fracciones y una fracción equivalente de cada una. Un participante representa la fracción y el otro participante representa la equivalente.

Utilicen gráficos de la misma medida. **Sobrepongan** los gráficos y **comparen**: si son iguales las fracciones, son equivalentes; caso contrario, hay un error.

14. Encuentra una fracción que cumpla las siguientes condiciones.

a) Sea mayor que $\frac{4}{7}$ y menor que $\frac{5}{3}$

b) Sea equivalente a $\frac{3}{4}$ y numerador 27

c) Sea equivalente a $\frac{7}{5}$ y denominador 100

d) Sea mayor que $\frac{1}{2}$ y menor que $\frac{3}{4}$

15. Compara los números y **escribe** los signos < o >, según corresponda.

a) $\frac{7}{8}$ $\quad$ $\frac{3}{8}$

b) $\frac{3}{7}$ $\quad$ $\frac{3}{11}$

c) 0 $\quad$ $\frac{1}{8}$

d) $-\frac{5}{6}$ $\quad$ $\frac{5}{8}$

e) $-\frac{9}{11}$ $\quad$ $-\frac{6}{7}$

f) $\frac{5}{17}$ $\quad$ $\frac{3}{17}$

g) $\frac{4}{15}$ $\quad$ $\frac{4}{7}$

h) 0 $\quad$ $-\frac{3}{5}$

i) $\frac{6}{5}$ $\quad$ $\frac{10}{7}$

j) $\frac{1}{25}$ $\quad$ -2

16. Uno de estos ejercicios no es correcto. **Averigua** cuál es y **corrígelo**.

a) $-\frac{5}{8}>-\frac{6}{11}$

b) $-\frac{6}{7}>-\frac{15}{8}$

17. Halla el valor absoluto de cada ejercicio.

a) $\left|-\frac{3}{5}\right|=$

b) $\left|-\frac{2}{7}\right|=$

c) $\left|-\left|-\frac{5}{9}\right|\right|=$

d) $\left|+\frac{3}{8}\right|=$

e) $-\left|-\frac{6}{11}\right|=$

f) $-\left|-\left|-\frac{9}{7}\right|\right|=$

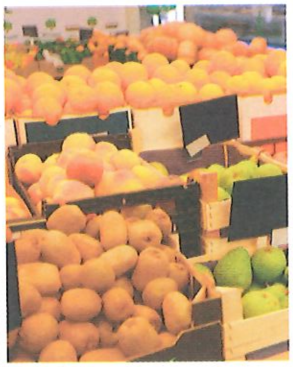
Actividad indagatoria

18. Investiga las dimensiones del trayecto del triatlón en total, y el trayecto de cada uno de sus deportes.

Indica qué fracción del trayecto corresponde a cada uno de los deportes del triatlón.

Elabora un gráfico del recorrido del triatlón con sus tres trayectos representados en fracción y con la medida de cada uno.

Expresión decimal de números racionales



Shutterstock, 527254207.

Desequilibrio cognitivo

¿Qué es una fracción decimal?

Expresión decimal

Observa los precios de la frutería. Si Carmen quiere comprar medio kilo de manzanas, ¿cuánto tiene que pagar? ¿Cómo se expresa en fracción?

Para saber cuánto dinero tiene que pagar Carmen, se toma la mitad del precio.

Por un kilo paga \$ 2,10. Por $\frac{1}{2}$ kilo, paga \$ 1,05.

Shutterstock, 88871386.

Shutterstock, 550144801.

El precio se expresa en fracción como: $1{,}05 = 1\frac{5}{100} = \frac{105}{100}$

Se lee: "uno con cinco centésimos".

> Para expresar fracciones decimales en forma decimal, se escribe el numerador y, a partir de la derecha, se separan con una coma tantas cifras como ceros tiene el denominador.

Ejemplo 1

Convertimos los números dados a notación decimal o fraccionaria, según sea el caso.

a) $\frac{4}{10} = 0{,}4$ **b)** $-\frac{175}{100} = -1{,}75$ **c)** $5{,}5 = \frac{55}{10}$

Todo número fraccionario, sea fracción decimal o fracción común, puede expresarse como número decimal, si se divide el numerador para el denominador.

Ejemplo 2

Expresamos como número decimal:

a) Fracción decimal $\frac{17}{100} = 0{,}17$

$$\begin{array}{r|l} 170 & 100 \\ \hline 700 & 0{,}17 \text{ decimal exacto} \\ 0 & \end{array}$$

residuo cero

b) Fracción común $\frac{2}{3} = 0{,}\widehat{6}$

$$\begin{array}{r|l} 20 & 3 \\ \hline 20 & 0{,}66... \text{ decimal periódico} \\ 2 & \end{array}$$

nunca llegará a cero el residuo

Por lo tanto, los números decimales pueden ser exactos o periódicos. Los decimales periódicos pueden ser puros o mixtos. Por ahora solo usaremos los números periódicos puros, que son aquellos cuyas cifras que se repiten inician luego de la coma decimal.

0,3 decimal exacto

$0{,}333\ldots$ decimal periódico puro se escribe $0{,}\widehat{3}$

¿Sabías que?

Las fracciones decimales se escriben como números decimales. Así:

$$\frac{9 \rightarrow \text{numerador}}{10 \rightarrow \text{denominador}} = 0{,}9$$

Si dos fracciones son equivalentes, entonces corresponde el mismo número decimal.

Si calculamos el cociente de la fracción $\frac{40}{33}$, obtendremos:

$$\begin{array}{r|l} 40 & 33 \\ \hline 70 & 1{,}2121\ldots \\ 40 & \\ 70 & \\ 40 & \end{array}$$

Los residuos se repiten y, por lo tanto, la división nunca termina; entonces al grupo de números decimales que se repiten los llamaremos período, y se escribe así: $1{,}\widehat{21}$

M.4.1.14. Representar y reconocer los números racionales como un número decimal y/o como una fracción.

Fracción generatriz de un número decimal

Se presentó el proceso para expresar un número decimal en fracción. Ahora se verá el proceso inverso: cómo encontrar el número fraccionario que corresponde a un número decimal dado.

La fracción que genera una expresión decimal se llama **fracción generatriz.**

Ejemplo 3

Encontramos la fracción generatriz del **decimal exacto:** 2,16.

Solución

Paso 1. Para encontrar la fracción generatriz, **escribimos** como numerador el número decimal sin coma.

$$216$$

Paso 2. En el denominador **escribimos** la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga el número.

(Dos cifras decimales, dos ceros en el denominador) $\dfrac{216}{100}$

Paso 3. Luego se simplifica hasta encontrar la fracción irreducible.

$$\frac{216}{100}=\frac{108}{50}=\frac{54}{25}$$

$$2{,}16=\frac{54}{25}$$

Ejemplo 4

Encontramos la fracción generatriz de los **decimales periódicos puros:**

a) $0{,}\widehat{7}$

Paso 1. Para encontrar la fracción generatriz cuando tiene 0 enteros, se escribe el período como numerador.

$$\frac{7}{\square}$$

Paso 2. En el denominador se colocan tantos 9 como cifras decimales tenga el período.

$\dfrac{7}{9}$ (Una cifra decimal en el período: va un nueve)

Paso 3. Simplificamos si la fracción es reducible.

b) 3,272727...

Paso 1. Para encontrar la fracción generatriz cuando tiene enteros, se escribe el entero como numerador, seguido del período, y se resta el entero.

$$\frac{327-3}{\square}$$

Paso 2. En el denominador se colocan tantos 9 como cifras decimales tenga el período.

$\dfrac{324}{99}$ (Dos cifras en el período: van dos nueves)

Paso 3. Simplificamos si la fracción es reducible.

$$\frac{324}{99}=\frac{36}{11}$$

¿Sabías que?

El número 0,9 se aproxima al número 1. En otras palabras, los símbolos "0,999..." y "1" son dos representaciones distintas del mismo número real.

Competencia digital

Profundiza sobre el tema de fracción generatriz; ingresando al siguiente enlace web:

lynk.ec/8m16

Competencia digital

Ingresa el siguiente enlace web: *lynk.ec/8m17*

Imprime la hoja 11 y **refuerza** tu aprendizaje.

Interdisciplinariedad

Matemática y Cultura física

La forma de expresión decimal en el deporte es algo muy importante; por ejemplo, para determinar el ganador de una competencia es importante conocer hasta las décimas de segundo.

I.M.4.1.3.

1. **Escribe** en tu cuaderno el número decimal correspondiente.

a) $\frac{7}{100} =$
b) $\frac{345}{100} =$
c) $\frac{873}{1\,000} =$
d) $\frac{79}{1\,000} =$
e) $\frac{7\,893}{10} =$
f) $\frac{32}{50} =$
g) $\frac{5}{33} =$
h) $\frac{196}{45} =$
i) $\frac{5}{22} =$
j) $-\frac{725}{10\,000}$

2. **Clasifica** los siguientes números decimales:

a) 0,232
b) −2,434 8
c) 5,999…
d) 16,272 7…
e) −5,373 373…
f) 3,123

Decimales exactos:

Decimales periódicos puros:

3. **Copia** la tabla y **completa** en tu cuaderno.

Se lee	Fracción decimal	Número decimal
5 décimas		
76 centésimas		
33 milésimas	En tu cuaderno	
54 décimas		

4. **Contesta** las preguntas:

a) ¿Cuántas unidades hay en 100 décimas?
b) ¿Cuántas milésimas hay en 30 décimas?
c) ¿Cuántas centésimas hay en 500 milésimas?

5. **Transforma** las siguientes fracciones en decimales y **clasifica** los decimales obtenidos.

a) $\frac{12}{5} =$
b) $\frac{45}{36} =$
c) $\frac{200}{75} =$
d) $\frac{19}{33} =$

6. **Relaciona** el decimal con su fracción decimal.

a) 2,71 — 1) $-\frac{2\,717}{1\,000}$
b) −2,717 — 2) $\frac{27}{100}$
c) 0,27 — 3) $\frac{271}{100}$
d) −0,027 — 4) $-\frac{27}{1\,000}$

7. **Transforma** los números racionales en fracciones decimales y **escribe** el número decimal correspondiente.

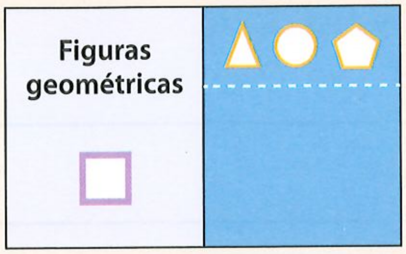
a) $\frac{9}{15} =$
b) $\frac{7}{4} =$
c) $-\frac{5}{8} =$
d) $-\frac{7}{5} =$
e) $\frac{12}{400} =$
f) $\frac{14}{35} =$

8. **Calcula** la fracción generatriz $25,\hat{3}$.

9. **Halla** la fracción generatriz de cada uno de estos números decimales:

a) $-1,\hat{3} =$
b) $8,\widehat{34} =$
c) $2,\widehat{116} =$
d) $0,\widehat{007} =$
e) −7,131 313 131…

10. Observa la cartelera y **contesta**.



a) ¿Qué fracción de la cartelera utilizó la maestra con el cartel "Figuras geométricas"?

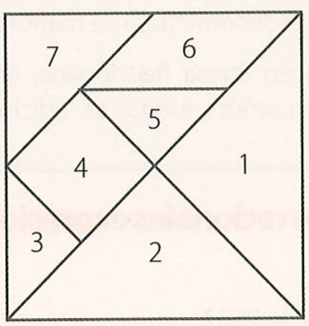
b) ¿A qué decimal equivale la fracción del cartel?

c) ¿Qué fracción de la parte que queda de la cartelera utilizó Susana para sus figuras?

d) ¿A qué decimal equivale la fracción utilizada por Susana de la parte que queda de la cartelera?

e) ¿A qué fracción del total de la cartelera equivale lo utilizado por Susana?

11. Completa la tabla en tu cuaderno con los números racionales que representa cada ficha del tangram.



Número de ficha	Fracción	Decimal
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

En tu cuaderno

12. Calcula la fracción generatriz de cada uno de estos números decimales:

a) 7,4

b) 4,562

c) $2,\overset{\frown}{14}$

d) 0,07

e) −0,443 1

f) −2,444…

13. Encuentra el número decimal correspondiente a cada fracción y **completa** en tu cuaderno la siguiente tabla.

Fracción	Decimal	Tipo de decimal
$\frac{3}{4}$		
$\frac{7}{3}$		
$\frac{127}{90}$		
$\frac{13}{45}$		
$\frac{13}{5}$		
$\frac{101}{45}$		
$\frac{133}{99}$		
$\frac{9}{25}$		
$\frac{1223}{990}$		
$\frac{247}{20}$		

En tu cuaderno

Trabajo colaborativo

14. Trabajen en parejas.

Escriban tres fracciones con denominador 3 y numerador no nulo. **Busquen** la expresión decimal de cada una. ¿Qué observan?

Escriban tres fracciones cuyos denominadores sean múltiplos de 2 y 5 únicamente.

Actividad indagatoria

15. Investiga acerca de las notas musicales básicas que se usan en el pentagrama.

Elabora un gráfico de las notas y su equivalencia en fracción en relación con la redonda.

Sabiendo estas equivalencias, **responde**:

¿qué duración tienen las distintas figuras rítmicas respecto a la negra?

Tema 3

Adición y sustracción con números racionales

Recuerda que...

En las operaciones de adición o sustracción con números racionales, puedes operar con fracciones homogéneas o heterogéneas

Saberes previos

¿Qué distancia existe entre $-\frac{2}{5}$ y $+2$?

Los estudiantes están pintando carteles para una presentación de teatro. Paulina ha pintado la mitad del paisaje y está ayudando a Carlos a pintar tres partes de lo que le ha tocado. ¿Cuánto pintó en total Paulina?

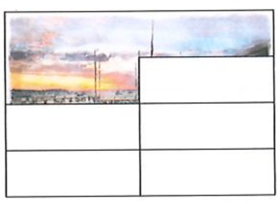
Para saber cuánto pintó Paulina, se suman las partes que pintó. $\frac{1}{2}+\frac{3}{8}$

Se calcula el m.c.m. de los denominadores.

2	8	2
1	4	2
	2	2
	1	

m.c.m. = 8

Shutterstock, 311738099.



Shutterstock, 286541591.

Se encuentran las fracciones equivalentes con el m.c.m. del denominador (en este caso, solo de la primera fracción porque la segunda fracción tiene como denominador el 8).

$$\frac{1\times4}{2\times4}=\frac{4}{8};\quad \frac{4}{8}+\frac{3}{8}=\frac{7}{8}$$

Solución

Paulina pintó $\frac{7}{8}$ de los carteles.

Para adicionar dos números racionales en forma de fracción con denominadores iguales, se adicionan sus numeradores y el denominador se mantiene.

Para adicionar dos números racionales en forma fraccionaria, es necesario reducir las fracciones al denominador común; luego, se adicionan como fracciones homogéneas.

Adición y sustracción de números racionales expresión decimal

Ejemplo 1

Efectuamos la siguiente resta: 34,63 – 25,86 = 18,77

En la adición y sustracción de números decimales, es importante la posición correcta de las cifras de cada uno de los términos.

Solución

	D	U,	d	c
	3	4,	6	3
–	2	5,	8	6
	1	8,	7	7

Ejemplo 2

Resolvemos la operación: $\frac{3}{5}+2{,}35-\frac{4}{5}+0{,}\widehat{3}-\frac{1}{60}$

Cuando se tienen fracciones y decimales, hay que transformar todos los términos a decimales o todos a fracción, a fin de poder operarlos. Cuando hay un decimal periódico, es más fácil transformar a fracción todos los sumandos.

Solución

$$2{,}35=\frac{235}{100}=\frac{47}{20};\quad 0{,}\widehat{3}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3};\quad \frac{3}{5}+\frac{47}{20}-\frac{4}{5}+\frac{1}{3}-\frac{1}{60}=$$

$$\frac{36}{60}+\frac{141}{60}-\frac{48}{60}+\frac{20}{60}-\frac{1}{60}=\frac{148}{60}=\frac{37}{15}$$

Competencia socioemocional

La base para tener buenas relaciones interpersonales está en reconocer las emociones de los demás, así como conocer y manejar tus emociones.

M.4.1.16. Operar en $\mathbb{Q}$ (adición y multiplicación) resolviendo ejercicios numéricos.
M.4.1.17. Aplicar las propiedades algebraicas para la suma y la multiplicación de números racionales en la solución de ejercicios numéricos.

Propiedades de adición de números racionales

En la adición de números racionales se cumplen las siguientes propiedades:

Propiedad	Enunciado	Expresión algebraica	Ejemplos
Conmutativa	El orden de los sumandos no altera el resultado.	$\forall a,b \in \mathbb{Q};\ a+b=b+a$	$\frac{3}{4}+(-0,45)=(-0,45)+\frac{3}{4}$
Asociativa	Si se agrupan tres o más sumandos de distintas formas, su resultado no cambia.	$\forall a,b,c \in \mathbb{Q}$ $(a+b)+c=a+(b+c)$	$\left[\left(+\frac{4}{5}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)\right]+(-0,53)$ $\left(+\frac{4}{5}\right)+\left[\left(-\frac{2}{3}\right)+(-0,53)\right]$
Clausurativa	La suma de dos números racionales es un número racional.	$\forall a,b \in \mathbb{Q};\ a+b=c;\ c \in \mathbb{Q}$	$0,5+\frac{1}{2}=1$
Del elemento neutro	La suma de un número racional con cero da como resultado el mismo número racional.	$\forall a \in \mathbb{Q},\ 0 \in \mathbb{Q};$ $a+0=0+a=a$	$\left(-\frac{2}{7}\right)+0=0+\left(-\frac{2}{7}\right)=-\frac{2}{7}$ $(-2,56)+0=0+(-2,56)=-2,56$
Del opuesto aditivo	La suma de un número con su opuesto aditivo es igual a 0.	$\forall a \in \mathbb{Q},\ (-a) \in \mathbb{Q};$ $a+(-a)=0$	$\left(-\frac{2}{7}\right)+\frac{2}{7}=\left(-\frac{2}{7}\right)+\frac{2}{7}=0$ $(+0,3)+(-0,3)=0,3-0,3=0$

Ejemplo 3

Analizamos y **escribimos** qué propiedad se presenta en cada paso del ejercicio: $\frac{3}{7}-\frac{5}{3}+2,5-\frac{1}{7}+\frac{5}{3}$

$\frac{3}{7}-\frac{1}{7}+\frac{5}{2}+\frac{5}{3}-\frac{5}{3}=$ Se cambia el orden de los sumandos: propiedad conmutativa.

$\left(\frac{3}{7}-\frac{1}{7}\right)+\frac{5}{2}+\left(\frac{5}{3}-\frac{5}{3}\right)=$ Se agrupan fracciones homogéneas: propiedad asociativa.

$\frac{2}{7}+\frac{5}{2}+0=$ Se obtiene el cero: propiedad del opuesto aditivo.

$\left(\frac{4}{14}+\frac{35}{14}\right)+0=$ Se resuelve la suma de racionales: propiedad clausurativa.

$\frac{39}{14}+0=\frac{39}{14}$ Se suma con cero: propiedad del elemento neutro.

Taller

Evaluación formativa

I.M.4.1.3.

1. **Resuelve** las adiciones y sustracciones:

a) $\left(+\frac{3}{5}\right)-\left(+\frac{10}{5}\right)+\left(+\frac{9}{5}\right)-\left(-\frac{3}{5}\right)=$

b) $\left(\frac{6}{7}\right)-\left(\frac{11}{14}\right)+\left(-\frac{9}{14}\right)-\left(-\frac{4}{7}\right)=$

c) $\left(-\frac{3}{5}\right)-\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(+\frac{2}{9}\right)-\left(-\frac{7}{15}\right)=$

d) $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}-\frac{5}{8}+\frac{5}{3}-\frac{7}{6}=$

e) $\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{5}{4}-\frac{4}{15}+\frac{3}{20}=$

f) $\frac{2}{3}-\frac{3}{4}-\frac{5}{6}+\frac{1}{8}-\frac{11}{12}=$

g) $\frac{10}{7}+\frac{3}{4}+\frac{5}{14}+\frac{9}{2}-\frac{3}{7}=$

h) $\frac{4}{5}+\frac{2}{9}-\frac{11}{15}+\frac{8}{3}-\frac{5}{6}=$

i) $\frac{14}{3}+\frac{5}{6}-\frac{8}{9}+\frac{1}{2}-\frac{7}{3}=$

2. **Transforma** los números decimales en fracción y resuelve.

a) $\frac{1}{8}+0{,}8888...-\frac{7}{24}+1{,}3333...-\frac{9}{4}=$

b) $0{,}15+\frac{3}{11}-\frac{5}{33}+\frac{2}{3}-1{,}3333...=$

c) $\frac{11}{2}+8{,}125-2{,}25-2{,}6666...-\frac{13}{10}=$

d) $0{,}05+\frac{13}{4}-\frac{5}{2}+0{,}22222...-\frac{5}{6}=$

e) $3{,}545454...+\frac{3}{2}-2{,}5+\frac{2}{3}-0{,}5=$

f) $1{,}121212\,12...+\frac{9}{5}-1{,}88888...-\frac{7}{6}-7{,}5=$

3. **Calcula** las operaciones en forma horizontal.

a) 125,43 + 32,068 =

b) 25,78 – 6,321 =

c) 0,004 7 + 1,405 22 =

d) 0,002 4 – 0,024 =

4. **Halla** el número que falta para que la igualdad sea verdadera. **Encuentra** el m.c.m. como ayuda.

$$x+\frac{5}{8}=\frac{11}{12}-\frac{1}{4}$$

5. **Completa** en tu cuaderno las adiciones con el término que falta.

a) ______ + (+ 5,01) = –1,66

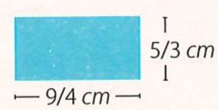
b) – 8,79 – ______ = – 3,89

c) ______ + (– 1,3) = –6,13

d) –1,7 + ______ = –3,8

6. **Calcula** el perímetro en cada caso.

a)



b)

7. **Relaciona** las operaciones de la izquierda con su equivalente de la derecha.

a) $\frac{3}{7}-\left(\frac{2}{5}+\frac{5}{9}\right)$ 1) $(0{,}5+3{,}7)+(1{,}7-2{,}7)$

b) $(0{,}5-1{,}7)+(3{,}7-2{,}7)$ 2) $\left(\frac{3}{7}-\frac{2}{5}\right)+\frac{5}{9}$

c) $\frac{3}{7}-\left(\frac{2}{5}-\frac{5}{9}\right)$ 3) $(3{,}7+0{,}5)-(1{,}7+2{,}7)$

d) $(0{,}5-2{,}7)+(3{,}7+1{,}7)$ 4) $\left(\frac{3}{7}-\frac{2}{5}\right)-\frac{5}{9}$

8. **Realiza** estas sumas y restas, y **escribe** las respuestas simplificadas.

a) $\dfrac{3}{7}+0,\overset{\frown}{6}+\dfrac{19}{21}=$

b) $\left[\left(3\dfrac{1}{4}+3\dfrac{3}{8}\right)-2,25\right]+1\dfrac{1}{8}=$

c) $\left[\left(\dfrac{9}{7}-0,75\right)+\dfrac{13}{28}\right]-\dfrac{11}{14}+\dfrac{8}{28}=$

9. **Suprime** los paréntesis y **resuelve** las operaciones de suma y resta.

a) $\left[\dfrac{5}{12}-\left(\dfrac{7}{4}-\dfrac{3}{8}\right)-\dfrac{1}{24}\right]-\left(\dfrac{11}{12}-\dfrac{5}{6}\right)+\dfrac{2}{3}$

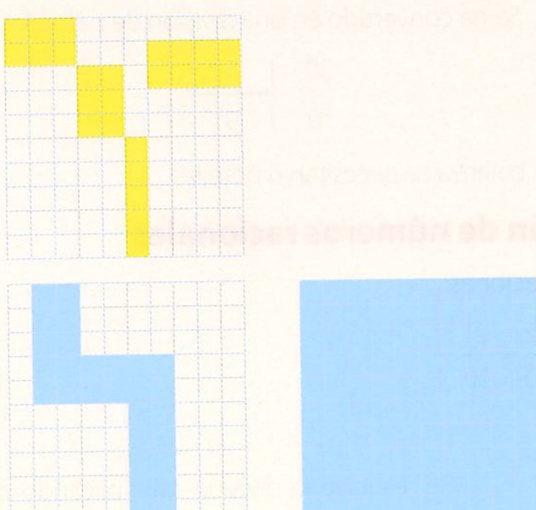
b) $\left[\dfrac{4}{9}-\dfrac{2}{3}\left(\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{8}\right)-\dfrac{1}{2}\right]-\left(\dfrac{1}{6}+\dfrac{2}{3}\right)+\dfrac{1}{3}$

c) $\dfrac{1}{3}+\left[\dfrac{2}{5}+\left(\dfrac{7}{6}-\dfrac{3}{5}\right)\right]-\left(\dfrac{7}{8}-\dfrac{3}{4}\right)$

d) $\left[\dfrac{5}{12}-\left(\dfrac{6}{11}-\dfrac{1}{6}\right)\right]-\left[\left(\dfrac{7}{2}-\dfrac{7}{6}\right)-8\right]$

e) $-\left[\left(\dfrac{1}{4}-\dfrac{5}{8}\right)-\dfrac{1}{3}-\dfrac{5}{6}\right]-\left(\dfrac{5}{12}-\dfrac{5}{48}\right)$

10. **Escribe** en tu cuaderno el número decimal que está representado en cada sección. Luego, **realiza** la adición y sustracción de los números.



Suma: **Resta:**

11. **Resuelve** cada situación.

a) Marta compró un juego de sala a \$ 1 567,50 y una cómoda por \$ 458,75. Cancela en efectivo \$ 780 y deja el resto a crédito. ¿A cuánto asciende la deuda pendiente?

b) Mateo mide 1,65 *m*. Santiago mide 0,29 *m* menos que Mateo. Si Pablo mide 0,42 *m* más que Santiago, ¿cuánto mide Pablo?

c) Ricardo estudió $2\dfrac{2}{3}$ horas; Xavier, $4\dfrac{3}{4}$; y Francisca, $5\dfrac{1}{12}$ horas. ¿Cuánto tiempo estudiaron los tres en total?

d) Karla marcha $8\dfrac{1}{2}\,m$ el día lunes, $12\dfrac{2}{3}\,m$ el martes, 10 *m* el día miércoles y $\dfrac{35}{8}\,m$ el día jueves. ¿Qué distancia recorrió en los cuatro días?

e) El lunes se colocan $5\dfrac{1}{2}$ galones de gasolina a un auto y se gastan $1\dfrac{3}{4}$; el martes no se pone nada y se gastan 0,125 galones; el miércoles se pone $3\dfrac{1}{5}$ galones y se gastan 0,8 galones. ¿Cuántos galones de gasolina hay en el tanque al final?

f) Antonio debe hacer un viaje de 1 000 km en su motocicleta. El primer día recorre $170\dfrac{1}{2}$ km y descansa. El segundo día recorre 233,33... km y descansa, y el tercer día recorre $166\dfrac{2}{3}$ km. ¿Cuántos kilómetros le falta para llegar a su destino?

Trabajo colaborativo

12. **Trabajen** en parejas.

Planteen y **resuelvan** dos problemas combinados que incluyan sumas y restas con fracciones y decimales.

Actividad indagatoria

13. **Responde** las preguntas. **Observa** estos enlaces.

lynk.ec/8m18
lynk.ec/8m19

¿Cuál se considera el lugar más frío de la Tierra? ¿Y el más caliente?

Tema 4

Multiplicación y división de números racionales

Glosario

El **recíproco de una fracción** es una fracción donde tanto el numerador como el denominador se invierten.

Balanzas en equilibrio

Desequilibrio cognitivo

¿Qué distancia practica en una semana una ciclista que recorre $\frac{3}{2}$ de kilómetros diarios?

Observa las balanzas en equilibrio y **responde**:

a) ¿Cuánto pesa el postre?

b) ¿Cuánto pesan cinco conejos?

c) ¿Cuántas botellas son necesarias para equilibrar la balanza, si en el otro platillo hay cuatro postres? **Explica** tu respuesta.

Solución

a) El postre pesa 0,75 *kg*.

b) Se multiplica 3,5 × 5 como si fueran números naturales. Se cuentan las cifras decimales de cada factor y se suma:

3,5 *kg*	Tiene 1 cifra decimal.	
× 5	No tiene cifras decimales.	**Total:** 1 cifra decimal.
17,5 *kg*	Cuenta las cifras de derecha a izquierda y coloca la coma.	

Respuesta: Cinco conejos pesan 17,5 *kg*.

c) Calcula cuánto pesan los 4 postres.

$$\begin{array}{r} 0{,}75 \\ \times\ 4 \\ \hline 3{,}00 \end{array}$$

Los postres pesan 3 *kg*.

Debemos dividir 3 ÷ 0,5.

3 y 0,5 se multiplican por la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga el divisor (en este caso por 10).

Se ha convertido en una división de naturales.

$$\begin{array}{r|l} 30 & 5 \\ \hline 0 & 6 \end{array}$$

Respuesta: Para equilibrar la balanza se necesitan 6 botellas.

Multiplicación y división de números racionales

Resolvemos las siguientes operaciones:

a) $\frac{1}{2} \times \frac{6}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{1 \times 6 \times 7}{2 \times 4 \times 5} = \frac{42}{40} = \frac{21}{20}$

b) $\frac{1}{2} \div \frac{3}{8}$

$\frac{1}{2} \div \frac{3}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{8}{3} = \frac{1 \times 8}{2 \times 3} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

Se resuelve la división multiplicando por el recíproco del divisor. Para encontrar el recíproco, se invierten el numerador y el denominador.

M.4.1.16. Operar en $\mathbb{Q}$ (adición y multiplicación) resolviendo ejercicios numéricos.
M.4.1.17. Aplicar las propiedades algebraicas para la suma y la multiplicación de números racionales en la solución de ejercicios numéricos.

Propiedades de la multiplicación de números racionales

En la multiplicación de números racionales, se cumplen las siguientes propiedades:

Propiedad	Enunciado y expresión algebraica	Ejemplos
Conmutativa	El orden de los factores no altera el producto. *Si* $m, n \in \mathbb{Q}$, *entonces* $m \times n = n \times m$.	$\frac{4}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{8}{35}$ y $\frac{2}{7} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{35}$
Asociativa	Al agrupar de diferente forma los factores en una multiplicación, el producto no se altera. *Si* $m, n, s \in \mathbb{Q}$, *entonces* $(m \times n) \times s = m \times (n \times s)$.	$\left(\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}\right) \times \frac{3}{8} = \frac{9}{80}$ $\frac{3}{4}\left(\frac{2}{5} \times \frac{3}{8}\right) = \frac{9}{80}$
Del elemento neutro	La multiplicación de un número racional con 1 da como producto el mismo número racional. **1 es el elemento neutro.** *Si* $m \in \mathbb{Q}$, *entonces* $m \times 1 = m = 1 \times m$.	$1 \times \frac{2}{7} = \frac{2}{7}$
Distributiva	Un número racional multiplicado por una adición o sustracción es igual a la suma o resta de los productos del número por cada elemento. *Si* $m, n, s \in \mathbb{Q}$, *entonces* $m(n + s) = m \times n + m \times s$.	$-\frac{2}{3}\left(\frac{4}{5} + \frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\right)$ $= -\frac{8}{15} - \frac{1}{3} = -\frac{13}{15}$
Clausurativa	Al multiplicar dos números racionales se obtiene como resultado otro número racional. *Si* $m, n, \in \mathbb{Q}$, *entonces* $m \times n \in \mathbb{Q}$.	$-\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = -\frac{3}{10}$
Inverso multiplicativo	El inverso multiplicativo de un número racional x no nulo es el número denotado como 1/x o x^{-1}, que multiplicado por x da 1 como resultado. *Si* $m \in \mathbb{Q}, m \neq 0$, *entonces* $\frac{1}{m}$ es su inverso multiplicativo. $m \times \frac{1}{m} = \frac{m}{m} = 1$	$\frac{3}{7} \times \frac{7}{3} = \frac{21}{21} = 1$

También se cumplen las propiedades con los números racionales de expresión decimal.

Ejemplo 1

Identificamos las propiedades utilizadas en cada ejercicio:

a) $1{,}1 \times 2{,}5 = 2{,}5 \times 1{,}1$

Conmutativa

b) $0{,}9 \times (0{,}8 + 1{,}3) = 0{,}9 \times 0{,}8 + 0{,}9 \times 1{,}3$

Distributiva

c) $(0{,}2 \times 1{,}5) \times (1{,}2 \times 1) = (0, 2 \times 1, 2) \times (1{,}5 \times 1)$

Asociativa

DFA

Los ritmos y grados de atención suelen variar de persona a persona. Cuando hay dificultades atencionales, es importante respetar los tiempos propios para terminar un trabajo.

Taller Evaluación formativa

I.M.4.1.3.

1. **Resuelve** las siguientes multiplicaciones y divisiones.

   a) $(-5{,}55 \div 0{,}25) \times (-2{,}85) =$

   b) $1\,543{,}65 \div (-4) =$

   c) $\frac{34}{12} \times \frac{3}{2} \times \frac{16}{51} \times \frac{1}{6} =$

   d) $\frac{7}{24} \times \frac{3}{14} \times \frac{6}{18} \times \frac{8}{3} =$

   e) $\frac{21}{30} \times \frac{15}{7} \div \left(\frac{3}{5} \times \frac{25}{12}\right) =$

2. **Resuelve** estas operaciones combinadas.

   a) $\frac{4}{3} \times \frac{3}{8}\left(\frac{2}{6} - \frac{1}{8}\right) \div \frac{3}{8} =$

   b) $2{,}7 \times (2{,}4 - 1{,}75) =$

3. **Realiza** las siguientes divisiones.

   a) $23{,}77 \div 0{,}34 =$

   b) $5{,}63 \div 7{,}6 =$

4. **Calcula** estas multiplicaciones.

   a) $23{,}84 \times 74{,}66 =$

   b) $2{,}345 \times 5{,}775 =$

5. **Realiza** las siguientes multiplicaciones.

   a) $\frac{200}{27} \times \frac{13}{300} \times \frac{10}{3} \times \left(-\frac{54}{390}\right) \times \frac{5}{9} =$

   b) $\left(-\frac{45}{32}\right)\left(-\frac{14}{11}\right)\left(\frac{128}{35}\right)\left(\frac{10}{9}\right)\left(-\frac{22}{16}\right)\left(\frac{15}{40}\right) =$

   c) $\left(\frac{49}{86}\right)\left(\frac{9}{8}\right)\left(-\frac{26}{125}\right)\left(\frac{43}{6}\right)\left(\frac{3}{98}\right)\left(\frac{25}{13}\right) =$

   d) $-\frac{1}{12} \times \left(-\frac{343}{24}\right) \times \frac{45}{34} \times \left(-\frac{17}{42}\right) \times \frac{4}{7} =$

   e) $\frac{4}{3} \times \left(-\frac{9}{22}\right) \times \frac{30}{5} \times \left(-\frac{66}{13}\right) \times \frac{10}{27} =$

   f) $\frac{8}{57} \times \left(-\frac{1000}{243}\right) \times \frac{15}{16} \times \left(-\frac{19}{3000}\right) \times \frac{162}{5} =$

   g) $\left(\frac{3}{64}\right)\left(\frac{256}{15}\right)\left(\frac{5}{144}\right)\left(\frac{720}{4}\right) =$

   h) $\left(\frac{2}{25}\right)\left(\frac{1}{12}\right)\left(\frac{64}{9}\right)\left(\frac{8}{7}\right)\left(\frac{15}{32}\right) =$

   i) $\left(-\frac{12}{17}\right)\left(\frac{51}{20}\right)\left(\frac{10}{3}\right)\left(-\frac{2}{7}\right)\left(-\frac{6}{11}\right) =$

   j) $\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{14}{9}\right)\left(-\frac{21}{35}\right)\left(\frac{6}{7}\right)\left(-\frac{13}{20}\right) =$

6. **Resuelve** las siguientes situaciones con fracciones.

   a) Los $\frac{3}{8}$ de los estudiantes de un curso son niños. Si $\frac{1}{2}$ de las niñas de esa clase está en la biblioteca, ¿qué fracción del curso son niñas? ¿Qué fracción de los estudiantes está en la biblioteca?

   b) ¿Qué fracción de una hora es $\frac{2}{5}$ de $\frac{1}{3}$ de hora? ¿A cuántos minutos equivale?

7. **Resuelve** las siguientes multiplicaciones y divisiones de números racionales.

   a) $\frac{65}{63} \div \left(-\frac{13}{14}\right) \times \frac{11}{10} \times \left(-\frac{54}{385}\right) \div \frac{39}{350} =$

   b) $\left(-\frac{45}{7}\right)\left(-\frac{14}{11}\right) \div \left(\frac{28}{33}\right)\left(\frac{100}{33}\right) \div \left(-\frac{25}{44}\right) =$

c) $\left(\frac{500}{43}\right)\times\left(-\frac{13}{800}\right)\div\left(\frac{9}{172}\right)\div\left(-\frac{52}{900}\right)\times\left(\frac{3}{4}\right)=$

d) $\frac{2}{81}\times\left(-\frac{15}{29}\right)\div\frac{10}{87}\times\left(-\frac{129}{130}\right)\times 52=$

e) $\left(\frac{4}{81}\right)\div\left(-\frac{13}{300}\right)\div\left(\frac{25}{39}\right)\div\left(-\frac{54}{12}\right)\div\left(\frac{42}{9}\right)=$

f) $\left(\frac{189}{65}\right)\times\left(-\frac{13}{34}\right)\div\left(\frac{11}{68}\right)\times\left(-\frac{55}{42}\right)\div\left(\frac{5}{49}\right)=$

g) $-\frac{11}{15}\div\frac{7}{90}\times\frac{5}{44}\div\left(-\frac{3}{2}\right)\times\frac{2}{9}=$

8. Encuentra la solución de las siguientes situaciones con decimales.

a) El autobús para el paseo de grupo de 20 estudiantes cuesta \$ 138,50 y la estadía cuesta \$ 13,75 por persona (incluye comida). ¿Cuál es el costo total del paseo si se quedan 3 días?

b) Sebastián recibe \$ 2,50 cada día para que compre su refrigerio en el recreo. Ahorra \$ 0,75 por día durante una semana y la siguiente semana decide ahorrar \$ 1,50 por día. Si lo hace así todos los meses de clases, ¿cuánto ahorra en los diez meses?

c) Se ha comprado 24 *m* de cinta a \$ 36 para decorar el borde de 30 tapetes. ¿Cuánta cinta se ocupó en cada tapete? ¿¿Qué precio tiene la cinta para cada tapete?

Trabajo colaborativo

9. Trabajen en parejas.

Tracen en sus cuadernos un rectángulo de ancho = 3,5 *cm* y de largo = 9,5 *cm*. **Tracen** otro rectángulo que tenga el doble de ancho y el mismo largo. **Calculen** el área de cada rectángulo y **comparen** el área.

Sin trazar, **calculen** el área de un tercer rectángulo cuyo largo es el doble y el ancho de 3,5 *cm*.

Y un cuarto rectángulo cuyo largo y ancho sean el doble.

¿A qué conclusión llegan al comparar el área de los tres rectángulos con el primer rectángulo?

10. Resuelve la siguiente situación con números racionales.

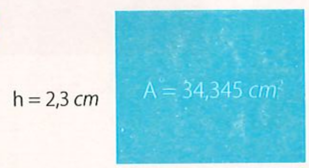
a) Una botella contiene 3,125 litros de refresco. ¿Cuántos vasos de $\frac{3}{16}$ litros se puede llenar con el refresco contenido en tres botellas?

11. Problema-decisión. Un jardín en forma cuadrada tiene $4\frac{1}{4}$ metros de lado. Si se requiere cercar el jardín con 5 filas de alambre y cada metro de alambre cuesta 0,75 dólares, ¿cuánto cuesta poner la cerca?

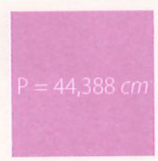
Si eres la persona que necesita instalar la cerca y conoces que esto podría afectar a tu vecino, ¿qué decisión tomarías?, ¿qué alternativas sugieres? **Justifica.**

12. Calcula la base de las siguientes figuras geométricas utilizando la división de decimales.

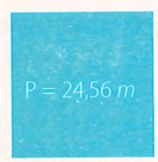
a)



b)



c)



Actividad indagatoria

13. Consulta en tres tiendas diferentes el precio de cuatro artículos. **Suma** cada precio y **divide** para tres. Habrás sacado el promedio del precio de cada artículo.

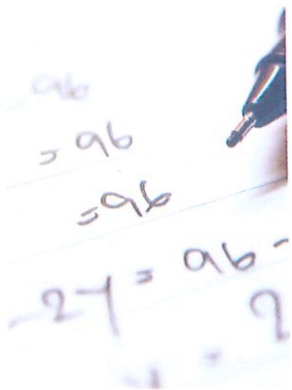
Suma lo que cuestan en cada tienda los cinco artículos e **indica** cuál es la mejor opción.

Guíate por la tabla para realizar tu investigación.

	1	2	3	4	Costo lista
Tienda A					
Tienda B					
Tienda C					
Promedio					

En tu cuaderno

Tema 5 Ecuaciones con números racionales



Shutterstock, 499777219.

Saberes previos

¿Qué cantidad hay que añadir a 5,74 para que la suma total sea –11,34?

Ecuaciones de primer grado en $\mathbb{Q}$

En matemáticas se encuentran expresiones como: $\frac{65}{10}+\frac{5}{10}=6+1$

Estas expresiones reciben el nombre de igualdad.

Toda igualdad está formada por dos miembros:

$$\underbrace{6{,}5+0{,}5}_{1.^{er}\text{ miembro}} = \underbrace{6+1}_{2.^{o}\text{ miembro}}$$

Observa lo que sucede con una igualdad cuando sumamos, restamos, multiplicamos o dividimos el mismo número racional en ambos miembros de ella:

Suma 2,5	Resta 2,5
$(6{,}5+0{,}5)+2{,}5=6+(1+2{,}5)$ $7+2{,}5=6+3{,}5$ $9{,}5=9{,}5$	$(6{,}5+0{,}5)-2{,}5=6+(1-2{,}5)$ $7-2{,}5=6-1{,}5$ $4{,}5=4{,}5$
Multiplicación (– 4,5)	**División (– 4,5)**
$(6{,}5+0{,}5)(-4{,}5)=(6+1)(-4{,}5)$ $-31{,}5=-31{,}5$	$(6{,}5+0{,}5):(-4{,}5)=(6+1):(-4{,}5)$ $-1{,}5=-1{,}5$

Se observa que la igualdad se conserva en cada caso. Esta **propiedad** recibe el nombre de **propiedad uniforme de la igualdad.**

Si en ambos miembros de una igualdad adicionamos, sustraemos, multiplicamos o dividimos por un mismo número, la igualdad se conserva.

Recuerda que...

En años anteriores realizabas ecuaciones cuando los ejercicios tenían un cajón para completar las igualdades. Ese cajón es ahora reemplazado en las ecuaciones por letras.

$\square + 6 = 9\square + 6$

$x + 6 = 9x + 6$

Si en una igualdad se encuentra un término desconocido, la igualdad se llama **ecuación**.

Ejemplo 1

Resolvemos la siguiente ecuación: $y+\frac{3}{4}=-\frac{3}{5}$

Solución

Aplica la **propiedad uniforme** y resta $\frac{3}{4}$.

$$y+\frac{3}{4}-\frac{3}{4}=-\frac{3}{5}-\frac{3}{4}$$

$$y+0=-\frac{27}{20};\, y=-\frac{27}{20}$$

Utiliza transposición de términos.

$y=-\frac{3}{5}-\frac{3}{4}$ La incógnita se deja en el primer miembro y el $\frac{3}{4}$ pasa al segundo término con operación contraria, es decir, con resta. $y=-\frac{27}{20}$

Interculturalidad

Los quipus fueron el principal sistema de registro de información de los incas. Mediante cordeles anudados de distintos colores, se registraba información contable que se basó en un ordenamiento decimal. Esto permitía representar cantidades desde las unidades hasta las decenas de millares.

M.4.1.20. Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en $\mathbb{Q}$ en la solución de problemas sencillos.

Situaciones aditivas

Soledad ha reunido dinero. Gastó $\frac{4}{5}$ de lo que tenía y le prestó a su sobrina Martina otra parte de sus ahorros. Si se conoce que en total ha gastado $\frac{5}{6}$ de lo que tenía reunido inicialmente, ¿qué parte de su dinero le prestó a su sobrina?

Para establecer qué cantidad de su dinero le prestó Soledad a su sobrina, es necesario plantear una ecuación, siguiendo estos pasos:

a) Primero designamos una letra del alfabeto para identificar el valor desconocido.

b) Establecemos la operación que relaciona el dato desconocido con los datos conocidos.

c) Planteamos la ecuación.

$$d+\frac{4}{5}=\frac{5}{6}$$

Una vez planteada la ecuación, se soluciona utilizando cualquiera de los métodos estudiados.

Por adición o sustracción	Por transposición de términos
$d+\frac{4}{5}=\frac{5}{6}$	$d+\frac{4}{5}=\frac{5}{6}$
$d+\frac{4}{5}-\frac{4}{5}=\frac{5}{6}-\frac{4}{5}$	$d=\frac{5}{6}-\frac{4}{5}$
$d+0=\frac{1}{30}$; $d=\frac{1}{30}$	$d=\frac{1}{30}$

Soledad le prestó a Martina $\frac{1}{30}$ del total de su dinero.

Situaciones multiplicativas

En un colegio se verificó que el número de hombres era $\frac{1}{3}$ del número de mujeres. Si en el colegio hay 1 131 hombres, ¿cuántas mujeres hay en el colegio?

Para conocer la cantidad de mujeres que hay en el colegio, es necesario plantear una ecuación siguiendo los pasos mencionados anteriormente.

Por multiplicación o división	Por transposición de términos
$\frac{1}{3}m=1\,131$	$\frac{1}{3}m=1\,131$
$\frac{1}{3}m\div\frac{1}{3}=1\,131\div\frac{1}{3}$	$m=1\,131\div\frac{1}{3}$
$1m=1\,131\times 3$	$m=1\,131\times 3$
$m=3\,393$	$m=3\,393$
En total hay 3 393 mujeres.	

Competencia socioemocional

El trabajo en grupo es muy importante para lograr objetivos, y tu aporte es fundamental.

Expresa tu opinión y criterios de una forma apropiada.

DFA

Si hay una discapacidad o dificultades visuales, es necesario ayudarnos unos a otros, ya sea con una explicación de los sucesos visuales o con un resumen de lo que sucede alrededor.

Interculturalidad

El sistema de numeración secoya, en su proceso oral, utiliza los dedos de las manos y de los pies. Para contar los números del 1 al 5, comienzan por el dedo meñique de la mano izquierda palma arriba.

Indaga y **escribe** un párrafo sobre este sistema de numeración.

Taller

Evaluación formativa

I.M.4.1.4.

1. **Resuelve** las ecuaciones.

a) $a+\left(-\frac{8}{3}\right)=23$

b) $2y+\left(-\frac{5}{4}\right)=0,75$

c) $18x=\frac{1}{3}$

d) $m-5=\frac{2}{7}$

e) $2x-\frac{2}{5}=\frac{x}{2}+1$

f) $-11+\frac{a}{6}=-\frac{3a}{4}$

g) $15y-\frac{19}{2}=\frac{3y}{4}$

h) $\frac{x}{5}-\frac{1}{5}+\frac{7x}{10}=7$

i) $\frac{2m}{3}-\frac{5m}{3}+\frac{m}{2}=1$

2. **Encuentra** la solución de las siguientes ecuaciones de primer grado en $\mathbb{Q}$.

a) $\frac{4}{5}+\frac{3}{2}\left(x-\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{4}\left(x-\frac{1}{3}\right)$

b) $\frac{x}{3}+\frac{x}{5}-\frac{5}{6}=\frac{2}{3}-\frac{3}{5}\left(x+\frac{5}{8}\right)$

c) $-\frac{2}{3}\left(\frac{7}{10}x+\frac{5}{2}-\frac{6}{5}\right)=\frac{2}{3}x+\frac{7}{2}x$

d) $\frac{2}{5}\left(\frac{9}{4}x-\frac{1}{3}\right)-\frac{x}{5}=\frac{5}{2}\left(x-\frac{3}{4}\right)$

e) $\frac{2}{3}\left(x-\frac{x}{6}\right)=\frac{9}{10}-\frac{1}{5}(x-2)$

f) $\frac{3}{8}\left[\frac{2}{9}\left(\frac{2}{3}-\frac{5}{6}x\right)\right]=\frac{8}{3}\left(x-\frac{1}{2}\right)$

g) $\left(\frac{11}{2}x-\frac{5}{4}\right)\frac{4}{5}=\frac{3}{10}x+\frac{1}{20}$

h) $\frac{1}{2}\left(\frac{4}{5}x+\frac{3}{2}\right)-\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}x+\frac{2}{5}\right)=\frac{3}{5}$

i) $\frac{5}{18}\left(\frac{9}{10}x-\frac{3}{5}\right)=\frac{9}{2}\left(\frac{1}{2}x+\frac{7}{9}\right)+\frac{1}{3}$

j) $\frac{3}{4}+\frac{8}{9}\left(\frac{3}{4}x-\frac{6}{5}\right)=-\frac{4}{3}x+\frac{2}{5}$

3. **Determina** la solución de los siguientes problemas.

a) Mateo y Leo caminan para entrenar y encontrarse en un punto. Mateo camina $\frac{1}{5}$ más de lo que camina Leo. Si entre los dos caminan 15 *km*, ¿cuántos kilómetros recorre cada uno?

b) ¿Cuál es el número que adicionado con $\frac{2}{7}$ da como resultado $\frac{7}{5}$?

4. Para cada enunciado, **plantea** una ecuación y **resuélvela**.

a) Francisco pensó un número, lo multiplicó por 18 y obtuvo 12. ¿Qué número pensó?

b) La suma de tres números es 26,3; el primer sumando es 3,9; el tercero es la suma de adicionar 4,1 al primer sumando. ¿Cuál es el segundo sumando?

c) Ocho veces un número más el opuesto de 1,8 es 32,4. ¿Cuál es el número?

5. **Escribe** un enunciado que represente cada ecuación.

a) $x + \frac{3}{5} = -\frac{7}{25}$

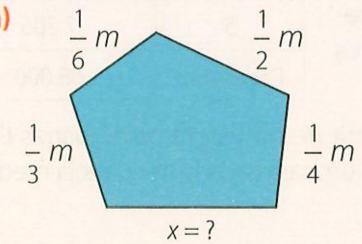
b) $x - 0{,}45 = 6{,}78$

c) $2x - 5{,}34 = 15{,}25$

d) $3x = \frac{7}{8}$

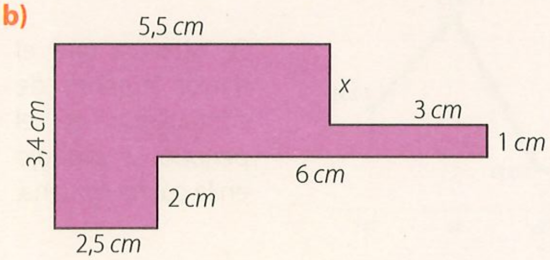
6. **Encuentra** la longitud del lado desconocido en cada figura, planteando una ecuación.

a)



Perímetro = 2 *m*

b)



Perímetro = 25,8 *m*

Trabajo colaborativo

7. **Trabajen** en parejas.

Rocío hace las siguientes compras:

- Un helado, precio $\frac{1}{5}$ del dinero que tiene.
- Dos bizcochos, precio $\frac{1}{3}$ del dinero que sobra.
- Unas uvas, costo $\frac{1}{6}$ del dinero que le queda.

Si después de pagar le sobran \$ 9, ¿cuánto dinero tenía Rocío antes de realizar las compras?

8. **Soluciona** las siguientes ecuaciones. **Utiliza** la propiedad distributiva.

a) $-6{,}3\,(x - 1) + 3{,}5\,(3 + 4x) = 10x$

b) $7{,}52\,x - 10 = 0{,}52\,x + 5$

c) $7{,}34x - 20 = 0{,}34\,x + 10$

9. **Resuelve** los siguientes problemas mediante ecuaciones.

a) La madre de una familia tiene 42 años; tiene 8 años más que el doble de la edad de su hijo mayor. ¿Qué edad tiene su hijo mayor? ¿A qué edad lo tuvo?

b) Del sueldo que le pagaron a Juan, se gastó la mitad en alimentación, la cuarta parte en educación y la sexta parte en servicios básicos. Si le quedan 60 dólares, ¿cuánto le pagaron?

10. **Problema-decisión.** Una herencia de 140 000 dólares se reparte entre tres hermanos. Al hermano menor se le dará una cierta cantidad, al intermedio la mitad del menor y al mayor la cuarta parte del menor. ¿Cuánto dinero le toca a cada uno?

Si tuvieras que distribuir la cantidad de dinero que debe recibir cada hermano como herencia, ¿qué decisión tomarías? **Justifica.**

11. **Resuelve** las siguientes ecuaciones:

a) $3x = 6x + 10$

b) $2x - 3 + 4\,(3 - x) = 2x + 30$

c) $5x + 2 = -10$

d) $3(2x + 4) - x + 2 = 3x + 2$

Actividad indagatoria

12. **Averigua** cómo se grafica una función lineal con una incógnita.

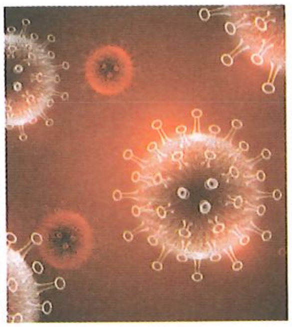
Elabora el gráfico de estas dos expresiones:

$-8x + 7 = 3$ y $3x = 6x + 10$

Tema 6 Polígonos de frecuencias y diagramas circulares

Desequilibrio cognitivo

Los resultados de una encuesta arrojaron que el 50 % de los estudiantes de un colegio viven en el centro de la ciudad. Si en el colegio hay 1 000 estudiantes, ¿cuántos estudiantes viven en el centro de la ciudad?


Shutterstock, 1656386548.

COVID-19

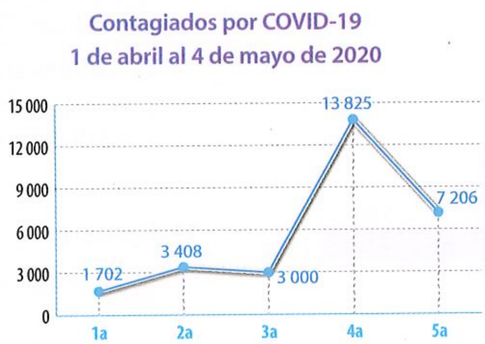
Durante la pandemia de COVID-19, la Secretaría de Riesgos reportó las cifras de contagiados a nivel del país; entre el 1 de abril y 4 de mayo de 2020, se reportaron los siguientes datos:

Semana	Contagiados
1	1 702
2	3 408
3	3 000
4	13 825
5	7 206
Diciembre	68 000

Para representar las cifras en una forma rápida, práctica y sencilla, la estadística usa gráficos que permiten relacionar visualmente los datos y establecer comparaciones útiles entre los resultados de un mismo proceso. Uno de estos gráficos es el **polígono de frecuencias**.

Los polígonos de frecuencia se forman a partir de un diagrama de barras (histograma), uniendo los puntos medios de las columnas de cada frecuencia mediante segmentos de recta.

Para el cuadro de frecuencias del número de contagiados con COVID-19, tenemos el polígono:



Se observa que el mayor número de contagiados en el período se produjo en la cuarta semana.

¿Sabías que?

Un polígono de frecuencias (también conocido como diagrama de líneas) se utiliza para estudiar los cambios de fenómenos que se modifican con el tiempo.

Competencia digital

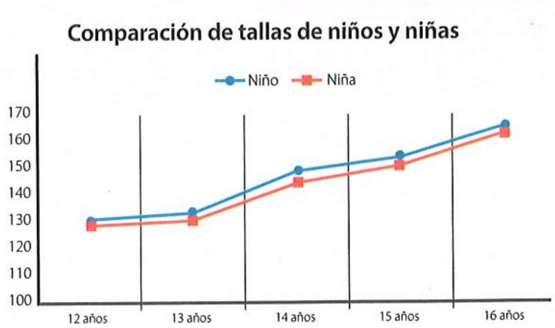
Para saber más sobre la construcción de diagramas estadísticos, **mira** el video del enlace web:

lynk.ec/8m20

Ejemplo 1

Representamos en diagrama de líneas la siguiente información:

Edad	Niño (talla *cm*)	Niña (talla *cm*)
12 años	130	128
13 años	133	130
14 años	148	144
15 años	153	151
16 años	165	162



M.4.3.3. Representar de manera gráfica, con el uso de la tecnología, las frecuencias: histograma o gráfico con barras (polígono de frecuencias), gráfico de frecuencias acumuladas (ojiva), diagrama circular, en función de analizar datos.
M.4.3.4. Definir y aplicar la metodología para realizar un estudio estadístico: estadística descriptiva.

Diagrama circulares

Rosalía elabora un diagrama circular sobre las notas obtenidas por sus estudiantes en Ciencias Naturales. Las notas se reflejan en la siguiente tabla:

10	9	9	7	6	7	6	9	7	6
7	8	8	10	7	8	9	7	9	7
9	10	9	7	8	9	8	8	8	9
4	6	5	6	9	6	10	6	6	9

Organizamos la información en una tabla de frecuencias:

Notas	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia absoluta acumulada (Fi)	Frecuencia relativa (hi)	Frecuencia relativa acumulada (Hi)	Frecuencia relativa (%)
10	4	4	0,100	0,100	10
9	11	15	0,275	0,375	27,5
8	7	22	0,175	0,550	17,5
7	8	30	0,200	0,750	20
6	8	38	0,200	0,950	20
< 6	2	40	0,050	1,000	5
Total	40		1,000		100

Recuerda que...

Frecuencia absoluta: es el número de veces que aparece un valor determinado en la muestra.

Frecuencia relativa: es el resultado de la división de la frecuencia absoluta y el número total de datos.

Frecuencia acumulada: es la suma de las frecuencias absolutas de todos los valores inferiores o iguales al valor considerado.

DFA

Mantener contacto visual es clave cuando hay discapacidad o dificultades auditivas.

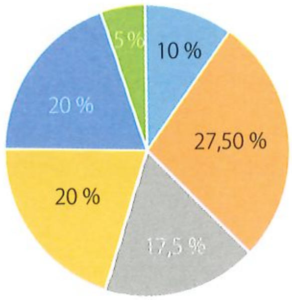
Para realizar diagramas circulares, se necesita dividir un círculo en tantos sectores como valores tenga la variable. La amplitud de cada sector debe ser proporcional a la frecuencia del valor correspondiente.

Para graficar los datos obtenidos, se siguen los siguientes pasos:

1. **Trazamos** una circunferencia.
2. **Tomamos** los valores de la frecuencia relativa en porcentajes y **multiplicamos** por 3,6. La respuesta es el valor en grados del ángulo que se debe construir.
3. Para realizar el primer trazo, **tomamos** como vértice el centro del círculo.
4. Con la ayuda de un graduador, **ubicamos** el ángulo correspondiente.
5. Para ubicar los demás porcentajes, **repetimos** nuevamente el proceso desde el paso 3.
6. **Pintamos** con colores diferentes cada sector circular y **colocamos** el porcentaje que corresponde.

Frecuencia relativa en %	Ángulo
10	36°
27,5	99°
17,5	63°
20	72°
20	72°
5	18°

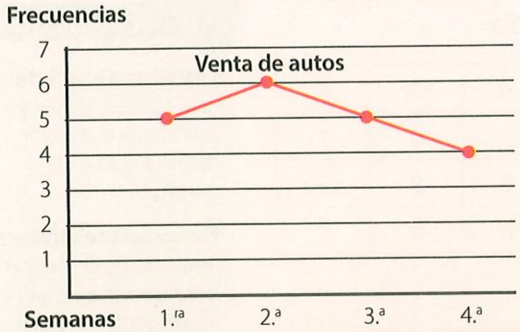
Análisis de notas en Ciencias Naturales



Taller Evaluación formativa

I.M.4.7.1.

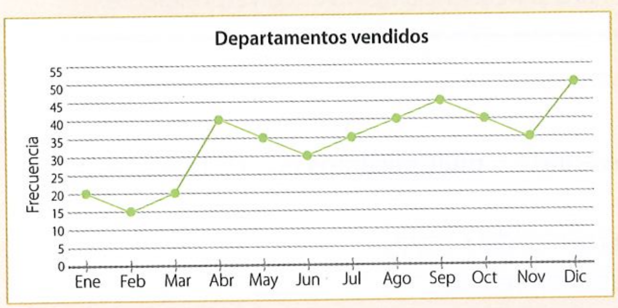
1. **Observa** el diagrama poligonal y **completa** la tabla en tu cuaderno.



Análisis de venta de autos en 4 semanas		
Semana	Número de autos vendidos	Frecuencia relativa (hi)
1		
2		
3		
4		
Total		

En tu cuaderno

2. **Observa** el polígono de frecuencias que representa el número de departamentos vendidos por una empresa inmobiliaria durante un año y **responde** las preguntas.



a) El mes en que hubo más ventas es:

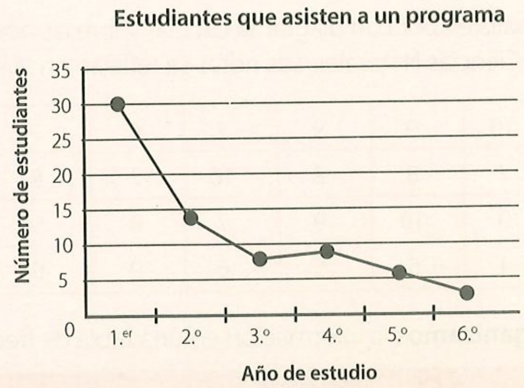
b) Entre octubre, noviembre y diciembre el número de departamentos vendidos es:

c) Los tres meses de menos ventas fueron:

d) El mes en que menos departamentos se vendió es:

e) El número total de departamentos vendidos es:

3. **Observa** el gráfico y **responde** las preguntas.



a) ¿Cuántos estudiantes de 1.er año asistieron al programa?

b) ¿Qué año tuvo menor cantidad de asistentes?

c) ¿Cuántos estudiantes de 3.º y 4.º año asistieron al programa?

d) ¿Cuántos estudiantes más de segundo que de cuarto asistieron?

4. **Construye** en tu cuaderno un diagrama poligonal de la tabla que se muestra a continuación.

La tabla indica la cantidad de estudiantes que hay en cada paralelo de 8.º de EGB.

Paralelo	Cantidad de estudiantes
A	35
B	29
C	45
D	32
E	30

En tu cuaderno

a) ¿Qué paralelo tiene mayor cantidad de estudiantes?

b) ¿Cuántos estudiantes deben aumentarse o disminuirse en el paralelo D para tener la misma cantidad de estudiantes que el paralelo C?

c) ¿Cuántos estudiantes hay entre todos los paralelos?

d) Si ingresan 9 estudiantes más y quieren tener paralelos de igual cantidad de estudiantes, ¿cuántos estudiantes tendría cada paralelo?

5. **Completa** en tu cuaderno la tabla de frecuencias.

Lista	Número de votos (fi)	Frecuencia relativa fi	Frecuencia absoluta acumulada Fi	Frecuencia relativa acumulada Hi
A	200			
B	350			
C	400	En tu cuaderno		
D	550			
Total	**1 500**			

6. Con los datos de la tabla anterior, **completa** en tu cuaderno la tabla de porcentaje y ángulos medidos en grados. Luego, **realiza** un diagrama circular.

Lista	Porcentaje	Grados °
A		
B		
C	En tu cuaderno	
D		
Total		

a) ¿Cuál es la lista ganadora?

b) Si la lista ganadora debe tener más del 50 % de votos, para que se cumpla con esa condición, ¿qué listas deberán pasar a la segunda vuelta?

c) ¿Qué listas obtuvieron menos de la cuarta parte de la votación total?

7. **Responde** (V) verdadero o (F) falso, según corresponda.

a) Para encontrar los grados que corresponden a cada sector circular en el gráfico, se tiene que dividir para 360 el porcentaje.

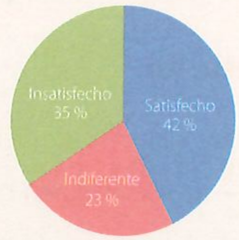
b) Para graficar el sector circular que corresponde al 25 %, se debe trazar un ángulo de 90°.

c) El área de cada sector del círculo es proporcional a la frecuencia que se quiere mostrar.

d) El 50 % se representa con un ángulo de 50°.

8. El gráfico expresa los resultados de una encuesta de satisfacción al cliente.

Se aplicó la encuesta a 2 000 personas.



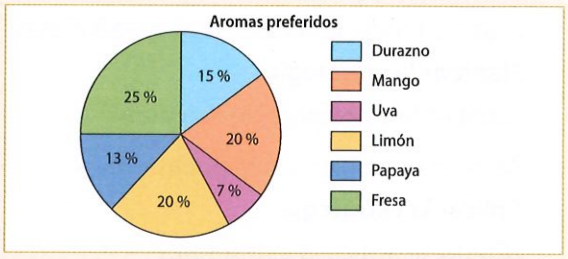
Contesta

a) ¿Cuántas personas están satisfechas?

b) ¿Cuántos grados debe tener el sector circular que muestra los clientes insatisfechos?

c) ¿Qué pregunta plantearías en relación con esta información?

9. **Responde** las preguntas con base en el siguiente diagrama circular, que muestra los aromas preferidos por los clientes al comprar 400 aceites aromatizantes del ambiente.



a) El aroma de mayor aceptación por la clientela es:

b) El aroma del aceite que compran menos es:

c) El número de aceites de limón vendidos es:

d) El número de aceites de fresa vendidos es:

e) El aroma del cual se vendieron 60 aceites es:

Trabajo colaborativo

10. **Trabajen** en parejas.

Busquen datos sobre algún tema de interés del equipo.

Formulen tres preguntas que se puedan responder y **realicen** el diagrama circular.

Intercambien preguntas y **respóndanlas**.

Actividad indagatoria

11. **Busca** en diarios o revistas un diagrama de barras y, con los datos que se presentan, **elabora** un diagrama circular.

Estrategia: resolver por etapas

Problema resuelto

Carlos recibe mensualmente un sueldo de \$ 1 500 dólares. Gasta $\frac{1}{4}$ de su sueldo en pagar la educación de su hija. Del dinero que le sobra, $\frac{2}{5}$ utiliza en el pago de alimentación y con los $\frac{6}{10}$ de lo que queda paga un crédito. ¿Cuánto dinero le sobra para otros gastos? Si utiliza $\frac{2}{3}$ del dinero de otros gastos para ahorrar, ¿cuánto ahorrará durante 8 meses?

1. **Comprender el problema**

   ¿Cuáles son las preguntas del problema?

   ¿Cuánto dinero le sobra para otros gastos?

   ¿Cuánto tendrá ahorrado al cabo de 8 meses?

2. **Plantear la estrategia**

   ¿Cuál es la estrategia de solución?

   Resolver el problema por etapas.

3. **Aplicar la estrategia**

   ¿Cómo se aplica la estrategia?

   Obtenemos la cuarta parte de 1 500:

   $1\,500 \times \frac{1}{4} = 375$ educación

   $1\,500 - 375 = 1125$ valor que le sobra

   $1\,125 \times \frac{2}{5} = 450$ alimentación

   $1\,125 - 450 = 675$ valor que le sobra

   $675 \times \frac{6}{10} = 405$ crédito

   $675 - 405 = 270$ otros gastos

   $270 \times \frac{2}{3} = 180$ ahorro $180 \times 8 = 1\,440$

4. **Responder**

   ¿Llegaste a la solución del problema?

   A Carlos le sobran \$ 270 de su sueldo cada mes para otros gastos, y durante ocho meses ahorrará \$ 1 440.

Problema resuelto

Luisa ha entrenado para una competencia un promedio de 2 200 horas durante 4 meses. El primer mes entrenó $\frac{1}{5}$ del tiempo. Del resto de horas, $\frac{5}{8}$ entrenó el segundo mes. Entrenó el tercer mes los $\frac{2}{6}$ del tiempo que queda. ¿Cuántas horas entrenó el cuarto mes? ¿Cuántas horas más tendrá que entrenar para completar 600 horas el cuarto mes?

1. **Comprender el problema**

   ¿Cuál es la pregunta del problema?

   ¿Cuántas horas entrenó el cuarto mes?

2. **Plantear la estrategia**

   ¿Cuál es la estrategia de solución?

   Resolver el problema por etapas.

3. **Aplicar la estrategia**

   ¿Cómo se aplica la estrategia?

   $2\,200 \times \frac{1}{5} = 440$ 1.^er^ *mes*

   $2\,200 - 440 = 1\,760$

   $1\,760 \times \frac{5}{8} = 1\,100$ 2.º *mes*

   $1\,760 - 1\,100 = 660$

   $660 \times \frac{2}{6} = 220$ 3.^er^ *mes*

   $660 - 220 = 440$ 4.º *mes*

   $600 - 440 = 160$

4. **Responder**

   ¿Llegaste a la solución del problema?

   Luisa entrenó 440 horas el cuarto mes y le hace falta 160 horas para completar 600 horas.

Problemas propuestos

1. Carlos tiene cierta cantidad de botellas. $\frac{1}{5}$ de las botellas son verdes; $\frac{2}{5}$ del resto son de color azul, y el resto son transparentes. ¿Qué fracción del total son transparentes?

a) Comprender el problema.

b) Plantear la estrategia.

c) Aplicar la estrategia.

d) Responder.

2. Camilo tiene $ 4 500. Ha gastado $\frac{1}{3}$ en el seguro del auto. De lo que le sobró $\frac{2}{5}$ gastó en pagar sus deudas pendientes. Con $\frac{4}{6}$ de lo que le quedó, compró un televisor. ¿Cuánto dinero le sobró?

a) Comprender el problema.

b) Plantear la estrategia.

c) Aplicar la estrategia.

d) Responder.

3. Tres amigos deben pagar una cuenta de $ 120 en un restaurante. El primero paga $\frac{5}{12}$ del total de la cuenta; el segundo abona $\frac{7}{12}$ y el tercero, el resto de lo que falta pagar. ¿Cuál es la cantidad de dinero que cada amigo aporta para cancelar la cuenta?

a) Comprender el problema.

b) Plantear la estrategia.

c) Aplicar la estrategia.

d) Responder.

4. Freddy siembra $\frac{3}{10}$ de su terreno con apio y $\frac{6}{7}$ del resto con papas. Si permanecen sin cultivar 400 m^2, ¿cuántos metros cuadrados tiene el terreno de Freddy?

a) Comprender el problema.

b) Plantear la estrategia.

c) Aplicar la estrategia.

d) Responder.

5. Paola está leyendo un libro. Hasta ahora, ha leído la tercera parte de este; luego leyó los $\frac{3}{4}$ de las páginas que no leyó. Si aún le falta leer 15 páginas, ¿cuántas páginas tiene el libro?

a) Comprender el problema.

b) Plantear la estrategia.

c) Aplicar la estrategia.

d) Responder.

6. Manolo y su hermana compran una pizza y la dividen en 16 partes iguales. Manolo se come las $\frac{3}{8}$ partes y su hermana se come la mitad de lo que quedó. ¿Cuántos pedazos de pizza sobran?

a) Comprender el problema.

b) Plantear la estrategia.

c) Aplicar la estrategia.

d) Responder.

Competencia matemática

Razonamiento lógico

1. **Calcula** tres números consecutivos cuya suma sea 57.

2. **Calcula** el número que se triplica al sumarle 34.

3. Tres hermanos se reparten $ 1 500. El mayor recibe el doble que el mediano, y este recibe el triple que el pequeño. ¿Cuánto recibe cada uno?

4. Si a la edad de Mateo se le suma su mitad, se obtiene la edad de Andrea. ¿Cuál es la edad de Mateo si Andrea tiene 33 años?

5. Un padre tiene 55 años y su hijo 13. ¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad del padre sea el triple que la del hijo?

6. En un rectángulo la base mide 15 *cm* más que la altura y el perímetro mide 82 *cm*. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?

7. ¿Cuál es el menor número de personas que se requiere para que en una familia haya: un abuelo, una abuela, tres hijos, tres hijas, dos madres, dos padres, una suegra, un suegro y una nuera?

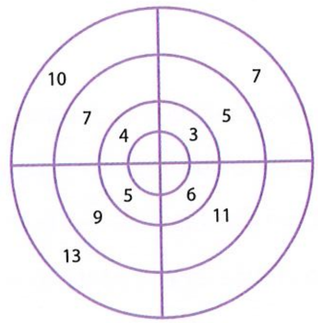
8. Tomás, Pedro, Jaime, Susana y Julia realizaron un test. Julia obtuvo mayor puntuación que Tomás, Jaime puntuó más bajo que Pedro, pero más alto que Susana; y Pedro logró menos puntos que Tomás. ¿Quién obtuvo la puntuación más alta?

9. Un tronco de 12 metros de longitud se corta en tramos de 80 *cm*. Si cada corte transversal requiere de 1,5 minutos, ¿en cuántos minutos se cortará todo el tronco?

   a) 13,5 **c)** 22,5

   b) 21 **d)** 24,0

10. **Señala** el número que falta en el espacio en blanco.



   a) 8 **d)** 14

   b) 12 **e)** 16

   c) 13

11. La suma de dos números naturales es 77. Si el primer número se multiplica por 8 y el segundo por 6, se obtienen dos productos iguales. ¿Cuál es el mayor de los números iniciales?

Cálculo mental

Obtener el 50 % y el 25 % de una cantidad.

Para obtener el 50 % de una cantidad, se divide para 2, y para obtener el 25 % de una cantidad, se divide para 4.

Observa el ejemplo:

- Obtener el 50 % y el 25 % de 5 000.

  50 % de 5 000 = 5 000 ÷ 2 = 2 500

  25 % de 5 000 = 5 000 ÷ 4 = 1 250

Ahora, hazlo tú.

Completa en tu cuaderno el siguiente cuadro.

Cantidad	50 %	25 %
2 500		
3 000		
4 200		
6 000		
10 400		
5 800		
12 600		

En tu cuaderno

El deporte favorito en números

Áreas asociadas al proyecto: Matemática y Cultura física

Objetivo

Identificar el deporte preferido de los estudiantes de segundo a séptimo grados de EGB, a fin de realizar una presentación que estimule su práctica permanente.

Justificación

Realizar deporte en la etapa escolar es una actividad importante para fomentar valores, habilidades, disciplina y mantener una vida sana y divertida. La práctica habitual activa funciones importantes en el organismo; además, enseña a vivir de manera saludable.

Recursos

- Hojas de papel (si es posible recicladas) para realizar las encuestas
- Lápices y marcadores para elaborar los carteles
- Juego geométrico y compás

Actividades

- **Formen** seis grupos de trabajo.
- Cada grupo **realiza** una encuesta sobre la práctica del deporte y cuál es de su agrado.
- Cada grupo se encargará de un grado de EGB de la institución; por ejemplo: primer grupo encuesta a segundo de EGB, segundo grupo encuesta a tercero de EGB, hasta llegar al sexto grupo.
- Con los resultados obtenidos, **elaboren** una tabla de frecuencias, y en carteles **grafiquen** los resultados con diagramas de barras, poligonales y circulares.
- **Presenten** el trabajo realizado ante la clase.

Shutterstock, 205236346

Shutterstock, 370662476.

Shutterstock, 735715732.

Evaluación

1. Luego de presentar los resultados, **realicen** un informe sobre el desarrollo del proyecto, haciendo uso de la tecnología para exponer tablas y gráficos estadísticos.
2. **Presenten** los resultados a los estudiantes encuestados con sugerencias para la buena práctica del deporte ganador.
3. Si es posible, **realicen** una presentación en PowerPoint o Prezi sobre una o un deportista ecuatoriano que se destaque en el deporte preferido por los estudiantes.

Aplico en la vida cotidiana

Tema: Elecciones nacionales

Operaciones con números racionales

Situación cotidiana

Cuando se organizan elecciones nacionales, existen procesos previos para realizar campañas. Uno de ellos es planificar los gastos del presupuesto entregado por el Estado.

Shutterstock, 446190286.

En las elecciones municipales, el gobierno entrega \$ 36 000 a determinado partido político, para su campaña. El partido organizó su presupuesto de la siguiente manera:

a) La mitad del dinero se utilizó en publicidad.

b) $\frac{1}{5}$ parte del dinero que quedó se utilizó para refrigerios de las personas que ayudan a efectuar la campaña.

c) $\frac{2}{3}$ partes del dinero sobrante se emplearon en alquiler de carpas.

d) El resto del dinero se destinó para movilización y visitas a barrios.

¿Qué cantidad de dinero se empleó para el último rubro?

Reflexiona

- **Realiza** un esquema gráfico de la solución.
- **Comprueba** la respuesta.
- ¿Podrías haber resuelto el problema de otra manera? **Explica** cómo.

Resuelve las situaciones

- Carlos y Julia compran una torta cuadrada para compartirla. Carlos cortó la torta en tres partes iguales y repartió un pedazo para cada uno. Una vez que terminaron su parte, decidieron repartir lo que quedaba. Carlos volvió a cortar el pedazo en tres partes iguales y repartió un pedazo para cada uno. Después, volvió a partir el pedazo que sobraba en tres partes y repartió un pedazo para cada uno. Julia indica que comió más de la mitad de la torta. ¿Es eso cierto?
- Camilo está interesado en comprar a crédito una guitarra, cuyo costo es de \$ 1 200. Como cuota inicial, pagará 1/3 del valor; luego de un mes, cancelará la cuarta parte del saldo; y el resto lo pagará en 6 cuotas mensuales iguales. ¿Cuál es el valor de cada cuota mensual?

Tema: ¿Cuánto cobro por mi salario?

Operaciones con números racionales

Situación cotidiana

Es importante saber la cantidad de salario que se recibirá cada vez que hay un incremento o un descuento para, de esa manera, asegurar el pago de un salario justo.

Un ingeniero mecánico ingresó a trabajar en un concesionario, con un sueldo de \$ 600. Si a medio año recibe un incremento de $\frac{1}{5}$ del salario y a final de año recibe otro incremento del $\frac{1}{4}$ de su nuevo salario, ¿cuál será su sueldo básico al final del año? ¿Qué fracción se incrementó en total?

Shutterstock, 1935605431.

Reflexiona

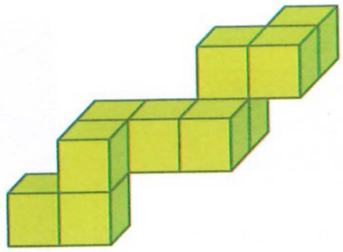
- **Realiza** un esquema gráfico de la solución.
- **Comprueba** la respuesta.
- ¿Qué hubiera sucedido si primero le hacían un aumento del $\frac{1}{4}$ y luego del $\frac{1}{5}$? ¿Puedes generalizar una conclusión de esto?

Resuelve la situación

- Tres amigos se asocian para montar un negocio de consultas tributarias. Ana aporta $\frac{1}{6}$ del capital; Benito, $\frac{2}{5}$ del mismo capital; y Cecilia, el resto del capital. ¿Qué fracción del capital aportó Cecilia más que Benito?
- Una orquesta sinfónica está compuesta por 120 instrumentos. $\frac{2}{5}$ son de cuerda, $\frac{1}{5}$ son de viento madera y estos representan los $\frac{2}{3}$ de los de viento metal. El resto son instrumentos de percusión. ¿Cuántos instrumentos de cada tipo hay?
- En una obra Juan debe trabajar 8 horas, Pedro 6 y Luis 11, pero se han atrasado media hora, tres cuartos de hora y 0,2 horas, respectivamente. ¿Cuántas horas han trabajado juntos?
- En la construcción de una carretera se deben desalojar 20 toneladas de tierra. Si una volqueta se lleva 5,125 toneladas, otra se lleva 4,375 toneladas y una volqueta pequeña 2,345 toneladas, ¿cuántas toneladas faltan por desalojar?

Olimpiadas matemáticas

1. Mauricio construyó con cubitos de 2 cm de arista, la figura que se muestra. Si quiere guardarla en una caja, ¿cuáles son las medidas de la caja rectangular más pequeña en la que se puede guardar la figura?



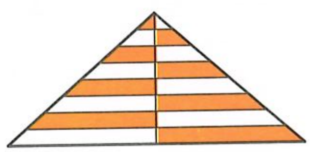
Argumenta en tu cuaderno la solución.

2. Cuatro de los números 1, 3, 4, 5 y 7 se van a escribir, uno en cada cuadrado, de manera que la igualdad sea correcta. ¿Cuál es el que no se va a usar?

$$\square + \square = \square + \square$$

Argumenta en tu cuaderno la solución.

3. En el triángulo isósceles de la figura se dibujó una de sus alturas y se trazaron varias líneas horizontales. La separación entre cada una de las líneas es la misma. ¿Qué fracción del área del triángulo es blanca?



Argumenta en tu cuaderno la solución.

4. Pepe recibe de su tío, por su cumpleaños, cierta cantidad de dinero. Compra una revista de cómic con $\frac{1}{3}$ del dinero y luego gasta $\frac{1}{9}$ de su regalo en una golosina. ¿Qué fracción del dinero le queda?

5. Jenny camina diariamente 1,8 km para trasladarse a su colegio. Si en este recorrido, y caminando a velocidad constante, demora $\frac{3}{4}$ de hora, ¿cuántos metros camina en cada minuto?

6. $\frac{3}{4}$ de los $\frac{8}{9}$ de un número es igual a 4. ¿Cuál es ese número?

7. Si al denominador de una fracción se le suma 6, la fracción queda dividida en 3. ¿Cuál es el denominador de esta fracción?

Adaptado: http://www.ommenlinea.org/

Refuerza tus aprendizajes

1. Lee y analiza.

¿Cuánto es la cuarta parte de la mitad del triple de 600?

Escoge la respuesta correcta.

a) 135
b) 600
c) 225
d) 205

2. Lee y analiza.

La suma de dos números es 68. El mayor excede en 18 unidades al menor. **Halla** la diferencia de los dos números.

Escoge la respuesta correcta.

a) 25
b) 43
c) 20
d) 18

3. Lee y analiza.

Una abuelita reparte $ 4 200 dólares a sus nietos de la siguiente manera:

Mateo recibe la mitad de su dinero,

Patricio recibe la tercera parte de la mitad,

Emilio recibe las $\frac{4}{7}$ partes de lo que le sobró,

Felipe recibió lo que sobró. ¿Cuánto recibió Felipe?

Escoge la respuesta correcta.

a) $ 400
b) $ 500
c) $ 600
d) $ 800

4. Lee y analiza.

Ricardo tiene $ 2 800. El banco le pagó 8 % de interés en su cuenta por cada 3 meses. Si dejó esa cantidad de dinero por 9 meses, ¿cuánto recibirá al retirar su dinero del banco?

Escoge la respuesta correcta.

a) 224
b) 672
c) 3 472
d) 3 024

5. Lee y analiza.

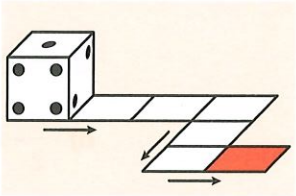
¿Qué número va en lugar de la *x*?

8	2	28
20	5	35
64	16	x

Escoge la respuesta correcta.

a) 112
b) 4
c) 42
d) 24

6. Lee y analiza.



Si el dado se mueve en las siguientes direcciones, ¿qué número no se podrá visualizar cuando esté en el espacio rojo?

Escoge la respuesta correcta.

a) 3
b) 4
c) 5
d) 6

7. Lee y analiza.

El perímetro de un rectángulo mide 240 m. Si su largo mide el triple de su ancho, ¿cuánto mide su área?

Escoge la respuesta correcta.

a) 2 400 m^2
b) 2 700 m^2
c) 2 000 m^2
d) 900 m^2

8. Lee y analiza.

¿Cuánto es el 20 % del 50 % de 600?

Escoge la respuesta correcta.

a) 150
b) 50
c) 60
d) 130

9. **Lee** y **analiza**.

Si a un número se le multiplica por 24, da como resultado 360. ¿Cuál es ese número?

Escoge la respuesta correcta.

a) 336
b) 384
c) 15
d) 39

10. **Lee** y **analiza**.

¿Qué opción representa la siguiente expresión? La diferencia de la mitad de un número y su cuadrado.

Escoge la respuesta correcta.

a) $\frac{x}{2} - x^2$
b) $\frac{2}{x} - x^2$
c) $\frac{x}{2} + x^2$
d) $\frac{x}{2} - 2x$

11. **Lee** y **analiza**.

El ciento de manzanas cuesta $ 25. ¿Cuánto se pagará por cuatro docenas y media de manzanas?

Escoge la respuesta correcta.

a) 12,00
b) 13,50
c) 15,00
d) 12,40

12. **Lee** y **analiza**.

El triple de un número más 18 es igual a 126. ¿Cuál es el número?

Escoge la respuesta correcta.

a) 24
b) 36
c) 25
d) 18

13. **Lee** y **analiza**.

Si a cuatro veces un número se le añaden cuatro veces su consecutivo, el resultado es 68. ¿Cuál es el número original?

Escoge la respuesta correcta.

a) 16
b) 24
c) 8
d) 12

14. **Lee** y **analiza**.

¿Cuánto suman los puntos de las caras que no se visualizan?

Escoge la respuesta correcta.

a) 35
b) 37
c) 39
d) 41

15. **Lee** y **analiza**.

¿Qué número va en el centro de la cuadrícula?

72	18	6
36	¿?	3
48	12	4

Escoge la respuesta correcta.

a) 9
b) 10
c) 11
d) 12

16. **Lee** y **analiza**.

¿Cuál es la fracción que corresponde al número $0,\overset{\frown}{36}$?

Escoge la respuesta correcta.

a) $\frac{4}{11}$
b) $\frac{4}{7}$
c) $\frac{4}{7}$
d) $\frac{4}{7}$

17. **Lee** y **analiza**.

En la fracción $\frac{a}{b}$ si $|a| > |b|$, la fracción es:

Escoge la respuesta correcta.

a) propia
b) impropia
c) mixta
d) equivalente

18. Lee y **analiza**.

Cecy cortó una piña en seis porciones grandes del mismo tamaño. Su prima se comió la tercera parte de una de esas porciones. ¿Qué parte de la piña se comió?

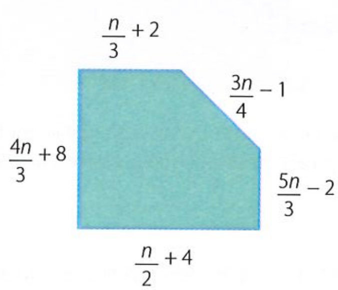
Escoge la respuesta correcta.

a) $\frac{1}{2}$ **c)** $\frac{1}{6}$

b) $\frac{3}{18}$ **d)** $\frac{1}{18}$

19. Lee y **analiza**.

¿Cuál es el valor de n si el perímetro de la figura es de 36 m^2?



Escoge la respuesta correcta.

a) 72 **c)** $\frac{11}{60}$

b) 5 **d)** $\frac{60}{11}$

20. Lee y **analiza**.

La solución de la ecuación $3x + 4 = \frac{11}{60} + 9$ es:

Escoge la respuesta correcta.

a) 4 **c)** 2

b) 10 **d)** $\frac{1}{2}$

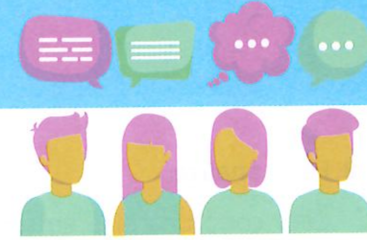
Luego de desarrollar y resolver los ejercicios anteriores, debes pintar la opción que consideres correcta, de acuerdo a las instrucciones.

Instrucciones

Correcto **Incorrecto**

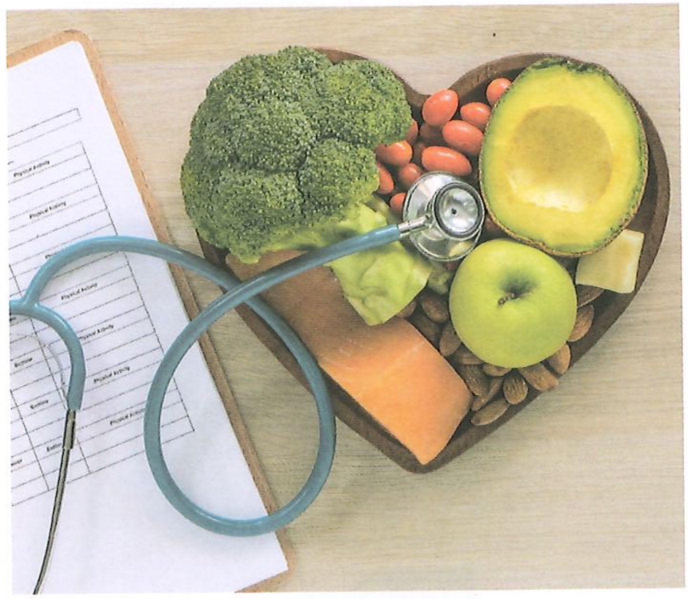
1)	A	B	C	D
2)	A	B	C	D
3)	A	B	C	D
4)	A	B	C	D
5)	A	B	C	D
6)	A	B	C	D
7)	A	B	C	D
8)	A	B	C	D
9)	A	B	C	D
10)	A	B	C	D
11)	A	B	C	D
12)	A	B	C	D
13)	A	B	C	D
14)	A	B	C	D
15)	A	B	C	D
16)	A	B	C	D
17)	A	B	C	D
18)	A	B	C	D
19)	A	B	C	D
20)	A	B	C	D

En tu cuaderno



Ecuación y nutrición

"Necesitamos energía para caminar, para movernos y para que nuestro cuerpo realice las funciones vitales. La obtenemos de los alimentos. Estos nos aportan los nutrientes que, más tarde, se convierten en energía. Los más importantes son los hidratos de carbono, las grasas y las proteínas. Cada uno de ellos se transforma de modo distinto; por ejemplo, las grasas aportan nueve veces su peso en unidades de energía; y los hidratos de carbono y las proteínas, cuatro veces su peso.



Shutterstock, 1525565420.

Mediante fórmulas matemáticas podemos calcular la energía que entra en nuestro cuerpo al comer y la que gastamos al realizar alguna actividad

En nutrición, la energía se mide en calorías. La cantidad de energía que produce un alimento varía según su composición; así, los carbohidratos y las proteínas aportan 4 kcal/g y las grasas 9 kcal/g. Si tomamos pocos carbohidratos o grasas en relación con nuestra actividad física, nuestro cuerpo tomará la energía de las proteínas que no serán aprovechadas para su función más directa, la formación de tejidos y masa muscular, y viceversa. Un exceso quedará almacenado en nuestro cuerpo en forma de grasas, lo que pone en peligro nuestra salud. Por eso es importante que haya un equilibrio entre el aporte y las necesidades de energía. Este equilibrio se consigue calculando, mediante fórmulas matemáticas de forma aproximada, la energía que entra en nuestro cuerpo y la que gastamos. Para ello, se modelizan las calorías que gastamos al realizar una actividad física.

La mayoría de estas expresiones matemáticas dan relaciones aproximadas, obtenidas a partir de la recogida de muchos datos, utilizando distintas tablas estadísticas o por interpolación.

Por ejemplo, quemamos unas 89 kcal por cada 2 000 pasos, y en una sola comida podemos consumir hasta 3 000 kcal. De este modo, podremos calcular cuánto hay que caminar para eliminar el exceso de calorías que podemos consumir.

A partir del 13 de diciembre de 2016, los alimentos envasados deben incluir en su etiqueta la información nutricional. En ella deben figurar valor energético, cantidades grasas (con grasas saturadas), hidratos de carbono, azúcares, proteínas y sal.

Además de la información nutricional, en ocasiones se añaden otros datos, como el porcentaje de un determinado nutriente con respecto a un valor de ingesta de referencia recomendado".

Fuente: http://comacinco.blogspot.com/2016/10/ecuacion-y-nutricion.html

Ficha de comprensión lectora

1. Según la lectura, ¿cuántas calorías por gramo aportan los carbohidratos y las proteínas a nuestro cuerpo?
2. ¿Qué sucede si en nuestra dieta no incluimos carbohidratos y grasas?
3. ¿Cómo crees que ayuda la matemática para mantener un equilibrio entre el aporte de energía de los alimentos que comemos y la energía que gastamos en nuestras actividades?
4. Si en un paso que caminas recorres 50 cm, ¿cuántas kcal quemas si haces una caminata de un kilómetro?
5. ¿A partir de qué fecha los alimentos envasados deben incluir en su etiqueta la información nutricional?
   A partir del 13 de febrero de 2016
6. ¿Por qué crees que es importante que en los alimentos empacados se incluya la información nutricional?

Ficha de escritura académica

Actividad personal


Shutterstock, 125574206.

1. **Toma** de tu cocina varios alimentos empacados o enlatados. **Elabora** un cuadro sobre su información nutricional. **Presenta** tu trabajo en una hoja A4.
2. **Ingresa** a Internet, **busca** imágenes sobre la salud nutricional y **realiza** un *collage*.
3. **Mira** el video del enlace *lynk.ec/8m21.* **Escribe** un texto en el que resaltes la cantidad de kilocalorías que requiere una persona para realizar sus actividades diarias y **relaciona** esta energía con la de un foco de 100 vatios.
4. **Busca** en internet una ecuación matemática relacionada con la nutrición. **Toma** datos tuyos o de tu familia y **realiza** los cálculos. **Comenta** los resultados con tus compañeros.

Actividad colaborativa


Shutterstock, 1508727182.

5. **Formen** grupos y **utilicen** las TIC de su preferencia para desarrollar la siguiente tarea: crear una infografía digital que resuma la lectura anterior.

   Presenten su trabajo ante el resto de la clase. **Tomen en cuenta** las siguientes recomendaciones:
   - Debe haber un organizador gráfico.
   - Hay que incluir imágenes.
   - Los textos deben ser sintéticos y precisos.
   - Hay que citar las fuentes de donde se obtuvieron textos e imágenes.

Compruebo mis aprendizajes
Evaluación sumativa

I.M.4.1.3. / I.M.4.1.2. / I.M.4.1.4. / I.M.4.7.1.

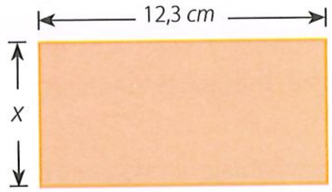
Escoge la respuesta correcta en cada pregunta.

1. ¿Cuántos cuartos tiene una hora? ¿Cuántos minutos tiene un sexto de hora?
   a) 3 cuartos y 6 minutos
   b) 4 cuartos y 12 minutos
   c) 8 cuartos y 20 minutos
   d) 4 cuartos y 10 minutos
2. Carmen viaja de una ciudad a otra, y la distancia es de 450 *km*. Para llegar a una ciudad intermedia, recorrió $\frac{5}{9}$ del recorrido total. Si está en la ciudad intermedia, ¿cuántos kilómetros le falta recorrer para llegar a su destino?
   a) 250 *km*
   b) 150 *km*
   c) 200 *km*
   d) 50 *km*
3. ¿Qué par de fracciones no suman 1?
   a) $\frac{1}{4}$ y $\frac{6}{8}$
   b) $\frac{14}{16}$ y $\frac{1}{8}$
   c) $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{10}$
   d) $\frac{22}{24}$ y $\frac{1}{12}$
4. Si el largo de un rectángulo es $6\frac{2}{7}$ y el perímetro es de $19\frac{27}{35}$, ¿cuál es la medida del ancho?
   a) $4\frac{2}{7}$
   b) $3\frac{3}{5}$
   c) $4\frac{1}{7}$
   d) $4\frac{3}{14}$
5. ¿Cuál es la fracción generatriz de $7,\widehat{54}$?
   a) $\frac{754}{90}$
   b) $\frac{754}{99}$
   c) $\frac{744}{99}$
   d) $\frac{747}{99}$
6. ¿Qué parejas forman fracciones equivalentes?

1. $-\frac{20}{55}$	**a)** $-\frac{7}{5}$
2. $-\frac{35}{25}$	**b)** $-\frac{3}{2}$
3. $-\frac{33}{6}$	**c)** $-\frac{4}{11}$
4. $-\frac{120}{80}$	**d)** $-\frac{11}{2}$

   a) 2b; 1a; 3c; 4d
   b) 2a; 1c; 3d; 4b
   c) 2c; 1b; 3d; 4a
   d) 2c; 1b; 3a; 4d
7. La edad de Joaquín es $\frac{1}{3}$ de la mitad de la edad de Ana. Si Ana tiene 60 años, ¿cuántos años tiene Joaquín?
   a) 6 años
   b) 15 años
   c) 12 años
   d) 10 años
8. Ricardo tiene 16 años. Esto es $\frac{1}{2}$ de los $\frac{2}{3}$ de la edad de Clara. ¿Cuántos años tiene Clara?
   a) 32 años
   b) 8 años
   c) 48 años
   d) 24 años

9. El perímetro del rectángulo es 41,6 *cm*. ¿Cuánto mide el lado que falta?



a) 17 *cm*

b) 8,5 *cm*

c) 29,3 *cm*

d) 3,38 *cm*

10. ¿Cuál es la ecuación que corresponde a la siguiente expresión?

La mitad de la suma de 4,5 y otro número es igual 13,5.

a) $\dfrac{4{,}5+13{,}5}{3}=x$

b) $\dfrac{4{,}5+13{,}5}{2}=x$

c) $\dfrac{4{,}5+x}{2}=13{,}5$

d) $\dfrac{4{,}5+4{,}8}{2}=13{,}5$

11. Expreso mis emociones. Reflexiona. ¿Cuál sería tu actitud si algún compañero se equivoca al dar una respuesta en uno de los ejercicios propuestos por tu docente?

Coevaluación

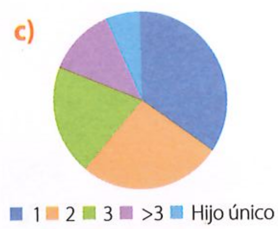
12. En parejas, **completen** una tabla de datos y **escojan** el gráfico circular correcto. La información se refiere a la cantidad de hermanos que tiene un grupo de 25 personas.

N.° de hermanos	fi	hi	Porcentaje	Ángulo
1	4			
2	7			
3	5			
+ de 3	3			
Hijo único	6			
Total	25			

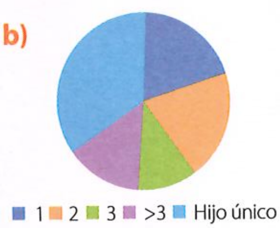
En tu cuaderno

a)

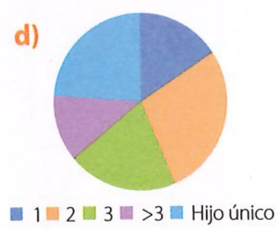
c)



b)



d)



Autoevaluación

13. Pinta según la clave.

Puedo ayudar a otros **Resuelvo por mí mismo** **Necesito ayuda** **Estoy en proceso**

Contenidos	Identifico números racionales y los comparo.	
	Resuelvo operaciones y problemas con números racionales.	
	Resuelvo problemas y ecuaciones de primer grado en $\mathbb{Q}$.	
	Realizo análisis de tablas y elaboro diagramas circulares.	
	Identifico población, muestra y variables de situaciones cotidianas.	

Metacognición

- ¿Aclaraste dudas y necesidades con los temas aprendidos?
- ¿En qué momento de tu vida puedes utilizar algunos de los temas aprendidos?
- ¿Para qué te servirá lo aprendido?

unidad

4 Potenciación y radicación de racionales. Líneas notables del triángulo

Cuidar nuestro planeta es deber de todas las personas. No requiere de grandes esfuerzos, sino de que cada uno de nosotros contribuya a su protección con pequeñas acciones.

A nivel nacional, en los últimos años, se ha incrementado el porcentaje de hogares que clasifican residuos inorgánicos: aproximadamente el 38 % lo hace. Cabe aclarar que recuperar materiales reciclables disminuye la cantidad de residuos sólidos que se depositan en los sistemas de relleno sanitario, y se prolonga la vida útil de estos rellenos. Al disminuir el volumen de los residuos sólidos destinados a los sistemas de relleno sanitario, los costos de recolección y disposición final son menores.

Shutterstock, 164777726.

Preguntas generadoras

- De 100 hogares, ¿cuántos realizan prácticas de reciclaje?
- ¿De qué manera reciclan la basura en tu hogar?
- ¿Cómo aportas tú en el cuidado del medioambiente?

Lo que vamos a aprender

- **Álgebra y funciones**
  - Potenciación con racionales
    - Propiedades
    - Expresión decimal
  - Radicación con racionales
    - Propiedades
    - Expresión decimal
  - Operaciones algebraicas
    - Con números racionales
    - Con expresión decimal
    - Combinadas
- **Geometría y medida**
  - Triángulos
    - Construcción
    - Perímetro y área
    - Líneas y puntos notables
  - Polígonos
    - Clasificación
    - Figuras congruentes
    - Factor escala
  - Teorema de Tales

Objetivos
O.M.4.2. / O.M.4.4. / O.M.4.5.

Tema 1

Potenciación y radicación con números racionales

Interdisciplinariedad

Matemática y Economía

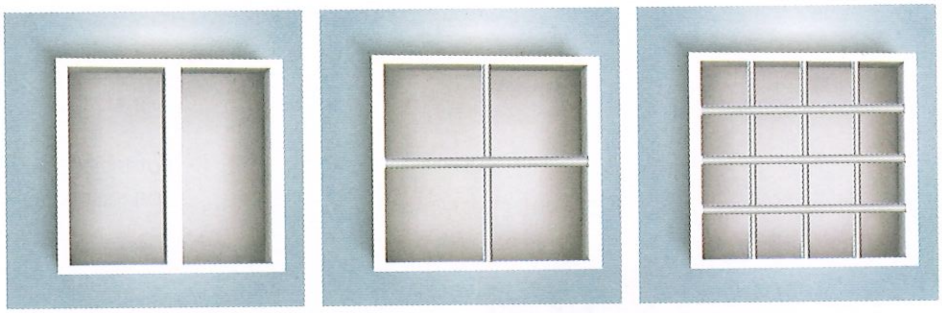
La potenciación es muy utilizada al momento de realizar un préstamo, pues con una función potencia, se puede calcular el interés que te corresponde pagar en un cierto tiempo.

Responde: ¿qué término se repite varias veces en la potenciación?

Saberes previos

Cristina repartió la mitad de sus *stickers* a su amigo Ricardo, quien le regaló la mitad a su amigo Luis. Este, a su vez, le regaló la mitad a su hermana Ana. ¿Qué parte de *stickers* repartió cada uno?

Rosario tiene una caja cuadrada que mide 1 metro por lado. Quiere germinar semillas de árboles para el proyecto de forestación de su colegio. Para esto, divide 4 veces la caja de la siguiente manera:



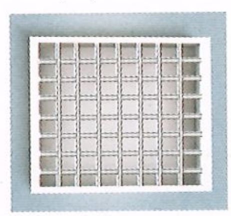
Analicemos cómo se forma cada figura. Sabiendo que el lado de la caja mide 1 metro y si se siguen dividiendo de la misma manera, ¿cuánto medirá el lado de cada cuadrado de la figura 4? ¿Cuántas plantitas se podrán sembrar si en cada división se siembra una planta?

Observemos que, contando desde la segunda figura, el valor del lado de cada cuadrado se puede obtener al multiplicar la medida del lado del cuadrado de la figura anterior por $\frac{1}{2}$; es decir, los lados de cuadrado serán potencias de $\frac{1}{2}$.

Caja	Valor del lado del cuadrado
Caja 1	$\left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$
Caja 2	$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
Caja 3	$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$
Caja 4	$\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{64}$

La cuarta caja quedaría dividida en 64 partes y el lado de cada cuadrado medirá:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$$



$100\ cm \div 8 = 12{,}5\ cm$

Cada lado del cuadrado formado en la cuarta caja medirá 12,5 *cm*, y se podrán sembrar 64 plantitas.

La potenciación se utiliza para expresar en forma simplificada el producto de factores iguales.

La potencia de un número racional es negativa cuando la base es negativa y el exponente es un número impar.

Recuerda que...

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n},\ \text{si } b \neq 0$$

y n pertenece al conjunto de números enteros positivos.

Competencia digital

Ingresa al siguiente enlace web *lynk.ec/8m22* y **conoce** de algunos trucos de potenciación que harán tu aprendizaje más divertido.

M.4.1.18. Calcular potencias de números racionales con exponentes enteros.
M.4.1.19. Calcular raíces de números racionales no negativos en la solución de ejercicios numéricos (con operaciones combinadas) y algebraicos, atendiendo la jerarquía de la operación.

Ejemplo 1 **Obtenemos** las potencias de los siguientes números racionales.

a) $\left(\frac{1}{3}\right)^3$ **b)** $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$ **c)** $\left(-\frac{3}{4}\right)^3$

Solución

a) $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$ **b)** $\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{16}{81}$ **c)** $\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)=-\frac{27}{64}$

Propiedades de la potenciación

Si $\frac{a}{b}\in\mathbb{Q}$; $b\neq 0$, $m, n\in\mathbb{Z}^+$ se cumplen las siguientes propiedades:

Propiedad	Expresión algebraica	Ejemplos
Producto de potencias de bases iguales	$\left(\frac{a}{b}\right)^m\times\left(\frac{a}{b}\right)^n=\left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^3\times\left(\frac{2}{3}\right)^2=\left(\frac{2}{3}\right)^{3+2}=\left(\frac{2}{3}\right)^5=\frac{32}{243}$
Cociente de potencias de bases iguales	$\left(\frac{a}{b}\right)^m\div\left(\frac{a}{b}\right)^n=\left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$	$\left(\frac{5}{7}\right)^7\div\left(\frac{5}{7}\right)^4=\left(\frac{5}{7}\right)^3=\frac{125}{343}$
Potencia de una potencia	$\left[\left(\frac{a}{b}\right)^m\right]^n=\left(\frac{a}{b}\right)^{m\times n}$	$\left[\left(\frac{2}{5}\right)^2\right]^2=\left(\frac{2}{5}\right)^{2\times 2}=\left(\frac{2}{5}\right)^4=\frac{16}{625}$
Potencia con exponente entero negativo	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-m}=\left(\frac{1}{\frac{a}{b}}\right)^m=\left(\frac{b}{a}\right)^m$	$\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}=\left(\frac{1}{\frac{2}{5}}\right)^3=\left(\frac{5}{2}\right)^3=\frac{125}{8}$
Potencia con exponente 0 si y solo si a/b es diferente de cero	$\left(\frac{a}{b}\right)^0=1$	$\left(\frac{8}{24}\right)^0=1$

Radicación con números racionales

La radicación es el proceso inverso a la potenciación y nos permite determinar la base de una potencia dada. Por ejemplo, $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ es $\frac{2}{3}$ porque $\left(\frac{2}{3}\right)^3=\left(\frac{8}{27}\right)$.

La raíz enésima de un número racional es otro número racional en el que se verifica que:

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{c}{d} \text{ si y solo si } \left(\frac{c}{d}\right)^n=\frac{a}{b}\text{, con } n>1$$

Recuerda que...

Si el índice del radical es impar, se puede hallar la raíz de un racional negativo. Si el índice es par, solo es posible hallar las raíces de racionales positivos.

Propiedades	$\left(\sqrt[n]{\frac{a}{b}}\right)^m=\left(\sqrt[n]{\frac{a^m}{b^m}}\right)$	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}\times\sqrt[n]{\frac{c}{d}}$	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}\div\sqrt[n]{\frac{c}{d}}$
Ejemplos	$\left(\sqrt[3]{\frac{5}{3}}\right)^2=\sqrt[3]{\frac{5^2}{3^2}}$	$\sqrt[3]{\frac{8}{64}\times\frac{27}{125}}=\sqrt[3]{\frac{8}{64}}\times\sqrt[3]{\frac{27}{125}}$	$\sqrt{\frac{9}{4}\div\frac{16}{25}}=\sqrt{\frac{9}{4}}\div\sqrt{\frac{16}{25}}$

I.M.4.1.3.

1. **Responde** en tu cuaderno con verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

a) $\left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m \cdot n}$

b) $\left(\frac{a}{b}\right)^m \div \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$

c) $\left[\left(\frac{a}{b}\right)^m\right]^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$

d) $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 0$

e) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$

f) $\sqrt{\frac{a}{b}+\frac{c}{d}} = \sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{c}{d}}$

g) $\sqrt{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt{\frac{c}{d}} = \sqrt{\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}}$

h) $\sqrt{\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \div \sqrt{\frac{c}{d}}$

2. **Efectúa** las siguientes operaciones:

a) $\frac{5}{4} \times \frac{3}{5} \times \frac{5}{4} \times \frac{3}{5} =$

b) $\frac{2}{7} \times \frac{2}{7} \times \frac{5}{8} \times \frac{2}{7} =$

c) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{5}{4} \times \frac{1}{4} =$

d) $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} =$

3. **Identifica** las bases y **expresa** como potenciación cada ejercicio.

a) $\frac{2}{7} \times \frac{2}{7} \times \frac{2}{7} =$

b) $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} =$

c) $\frac{6}{5} \times \frac{6}{3} \times \frac{6}{5} =$

d) $\frac{5}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} =$

4. **Halla** el valor de cada expresión.

a) $\left(\frac{1}{5}\right)^3 =$

b) $\left(\frac{2}{4}\right)^4 =$

c) $(0{,}5)^4 =$

d) $\left(\frac{10}{6}\right)^3 =$

e) $\left(\frac{2}{5}\right)^5 =$

f) $(0{,}2)^5 =$

5. **Relaciona** cada ejercicio con su equivalente.

a) $\left(\frac{1}{8}\right)^2$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{1}{16}\right)^3 \times \frac{1}{256}$

c) $\left(\frac{1}{9}\right)^3 \times \left(\frac{1}{27}\right)^2 \times \frac{1}{729}$

d) $\left(\frac{1}{3}\right)^4 \times \left(\frac{1}{9}\right)^2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^4$

1) $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^2\right)^6$

2) $\left(\left(\frac{1}{4}\right)^3\right)^4$

3) $\left(\frac{1}{2}\right)^6$

4) $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^2\right)^9$

6. **Escribe** cada expresión como una potencia de exponente negativo.

a) $\frac{1}{3^4} =$

b) $\frac{1}{5^2} =$

c) $\frac{1}{6^3} =$

d) $\frac{1}{7^2} =$

7. **Calcula** las siguientes potencias.

a) $(11)^{-2}$

b) $(2)^{-4}$

c) $(5)^{-3}$

d) $(-3)^{-4}$

e) $\left(\frac{2}{5}\right)^5$

f) $(-4)^{-3}$

g) $\left(-\frac{1}{7}\right)^{-2}$

h) $\left(-\frac{1}{6}\right)^{-3}$

i) $\left(\frac{5}{8}\right)^{-2}$

j) $\left\{\left[\frac{3}{7} \times \frac{8}{5}\right]^{-8}\right\}^0$

8. **Aplica** las propiedades de la potenciación y **resuelve**.

a) $\dfrac{\left(\frac{3}{2}\right)^4 \times \left(\frac{6}{4}\right)^4 \times \left(\frac{9}{6}\right)^3}{(1{,}5)^2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^4}$

b) $\dfrac{\left(\frac{4}{5}\right)^4 \times \left(\frac{4}{5}\right)^7 \times \left(\frac{4}{5}\right)^{10}}{\left(\frac{8}{10}\right)^8 \div \left(\frac{4}{5}\right)^5}$

9. **Escribe** en tu cuaderno la potencia y raíz que corresponde en cada caso.

a) $\left(\frac{4}{3}\right)^3 =$

b) $\left(\frac{6}{5}\right)^2 =$

c) $\left(\frac{4}{5}\right)^4 =$

d) $\left(\frac{11}{18}\right)^2 =$

10. **Realiza** las operaciones solicitadas.

a) $\sqrt{\left(\frac{9}{8}\right)^2} =$

b) $\sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^6} =$

c) $\sqrt[3]{\left(\frac{2}{7}\right)^9} =$

d) $\sqrt[4]{\left(\frac{3}{2}\right)^8} =$

e) $\sqrt[5]{\left(\frac{4}{5}\right)^{-10}} =$

11. **Resuelve** los siguientes ejercicios.

a) $\left[\left(\frac{8}{10}\right)^2 - \left(\frac{4}{10}\right)^2\right] + \sqrt[3]{\left(\frac{7}{3}\right)^3}$

b) $\left(\sqrt[3]{\left(\frac{64}{216}\right)} \times \sqrt[3]{\left(\frac{64}{216}\right)}\right) - \sqrt{\frac{36}{100}}$

c) $\sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{7}{3}\right)^{12}}} + \sqrt{\frac{25}{81}}$

d) $\left(\sqrt{\frac{64}{196}} + \sqrt{\frac{144}{16}}\right) + \sqrt[3]{\left(\frac{4}{3}\right)^6}$

e) $\left(\sqrt[3]{-\frac{27}{64}} + \sqrt{\frac{36}{16}}\right) \times \sqrt[3]{\left(\frac{4}{3}\right)^3}$

f) $\left(-\frac{5}{6}\right)^{-3} =$

g) $\sqrt[4]{\frac{625}{2\,401}} =$

h) $\sqrt[3]{-\frac{343}{1\,000\,000}} =$

i) $\sqrt[3]{-\frac{1331}{8}} =$

12. **Responde** la siguiente situación.

Si el radio de un círculo es de 15 *cm*, ¿cuánto mide su área?

13. **Problema-decisión.** Si el área de un terreno cuadrangular mide 169 m^2, ¿cuántos metros mide cada lado del terreno?

Imagina que quieres comprar un terreno, lo comprarías porque el precio te parece aceptable o realizas un análisis previo que te permita conocer otros elementos para tomar la decisión apropiada. **Justifica.**

Trabajo colaborativo

14. **Trabajen** en parejas.

Elaboren un cubo que tenga 1 331 cm^3. ¿Cuánto medirá el lado del cubo?

Actividad indagatoria

15. ¿Es cierto que $\sqrt{\left(-\frac{16}{49}\right)} = -\frac{4}{7}$? **Explica** tu respuesta.

Tema 2 Polinomios aritméticos con números racionales

Desequilibrio cognitivo

Indica el ejercicio que está resuelto correctamente.

$2\times5+3\times7-6\times4$	$2\times5+3\times7-6\times4$	$2\times5+3\times7-6\times4$
$(10+3)\times(7-6)\times4$	$10+21-24$	$(2\times5+3)\times(7-6\times4)$
$13\times1\times4=52$	$31-24=7$	$13\times(-17)=-221$

Generalmente encontramos expresiones o situaciones que involucran números racionales, en las que se combinan dos o más operaciones aritméticas. En algunos casos, estas expresiones contienen signos de agrupación y, en otros casos, no.

Para resolver un polinomio, procedemos de la siguiente manera:

- **Si el polinomio no tiene signos de agrupación:**
  Debemos respetar el orden jerárquico de las operaciones, empezando con las potencias y raíces; luego, con las multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha; y, finalmente, con las adiciones y sustracciones de izquierda a derecha.
- **Si el polinomio tiene signos de agrupación:**
  Resolvemos las operaciones indicadas dentro de cada paréntesis, respetando la jerarquía de las operaciones; y, por último, eliminamos los signos de agrupación de adentro hacia fuera.

Ejemplo 1

Resolvamos el siguiente ejercicio:

$$\boxed{\frac{3}{4}+\frac{5}{3}-\left(\frac{5}{2}+\frac{3}{4}\times\left(\frac{4}{3}\right)^{2}\right)\div\frac{5}{3}}$$

Solución

Para resolver el polinomio, se realiza primero la potencia que está dentro del paréntesis; luego, se lleva a cabo la multiplicación; y, finalmente, la adición.

$$\frac{3}{4}+\frac{5}{3}-\left(\frac{5}{2}+\frac{3}{4}\times\frac{16}{9}\right)\div\frac{5}{3}=\frac{3}{4}+\frac{5}{3}-\left(\frac{5}{2}+\frac{4}{3}\right)\div\frac{5}{3}=\frac{3}{4}+\frac{5}{3}-\left(\frac{23}{6}\right)\div\frac{5}{3}$$

Ahora se resuelve la división y luego se suma y resta de izquierda a derecha.

$$\frac{3}{4}+\frac{5}{3}-\left(\frac{23}{6}\right)\times\frac{3}{5}=\frac{3}{4}+\frac{5}{3}-\left(\frac{23}{2}\right)\times\frac{1}{5}=\frac{3}{4}+\frac{5}{3}-\frac{23}{10}$$

$$\frac{3}{4}+\frac{5}{3}-\frac{23}{10}=\frac{45+100-138}{60}=\frac{7}{60}$$

Competencia socioemocional

Inicia y mantén conversaciones con tus compañeros; expresa tus pensamientos y sentimientos con claridad en tu comunicación verbal y no verbal.

Competencia digital

Realiza operaciones combinadas con números racionales en el siguiente enlace web:

lynk.ec/8m23

Glosario

polinomio. Expresión algebraica que constituye la suma o la resta ordenada de un número finito de términos o monomios.

Interculturalidad

La etnomatemática reconoce que los miembros de distintos grupos culturales desarrollan técnicas, métodos y explicaciones matemáticos únicos, que les permiten entender y transformar sus normas sociales.

M.4.1.19. Calcular raíces de números racionales no negativos en la solución de ejercicios numéricos (con operaciones combinadas) y algebraicos, atendiendo la jerarquía de la operación.

Ejemplo 2

Resolvemos las siguientes operaciones respetando el orden jerárquico de solución.

a) $\left[\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\times\frac{12}{3}\right)-\left(\frac{10}{2}+\frac{3}{5}\right)\div\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{3}\right)\right]\div\left(\frac{3}{6}-\frac{4}{3}\right)=$

b) $\left[\dfrac{\left(\frac{3}{4}+\frac{2}{5}\times\frac{15}{4}\right)\div\left(\frac{3}{2}-\frac{4}{3}\right)}{\frac{3}{7}+\frac{5}{2}\times\left(\frac{3}{4}+\frac{5}{2}\right)}\right]^2=$

DFA

La discapacidad no tiene por qué implicar actitudes de sobreprotección o condescendencia. El trato debe ser ecuánime entre todos y todas.

Solución

a) $\left[\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\times\frac{12}{3}\right)-\left(\frac{10}{2}+\frac{3}{5}\right)\div\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{3}\right)\right]\div\left(\frac{3}{6}-\frac{4}{3}\right)=$

Resolvemos lo que está entre paréntesis respetando la jerarquía de las operaciones.

$\left[\left(-\frac{7}{6}\right)-\left(\frac{28}{5}\right)\div\left(\frac{13}{12}\right)\right]\div\left(-\frac{5}{6}\right)=$

Resolvemos la división dentro del corchete.

$\left[\left(-\frac{7}{6}\right)-\left(\frac{336}{65}\right)\right]\div\left(-\frac{5}{6}\right)=$

Resolvemos la operación dentro del corchete.

$\left[-\frac{2\,471}{390}\right]\div\left(-\frac{5}{6}\right)=\left[-\frac{2\,471}{65}\right]\times\left(-\frac{1}{5}\right)=\frac{2\,471}{325}=7\frac{196}{325}$

b) $\left[\dfrac{\left(\frac{3}{4}+\frac{2}{5}\times\frac{15}{4}\right)\times\left(\frac{3}{2}-\frac{4}{3}\right)}{\frac{3}{4}+\frac{5}{2}\times\left(\frac{1}{4}+\frac{5}{2}\right)}\right]^2=$

Resolvemos lo que está entre paréntesis, respetando jerarquía.

$\left[\dfrac{\left(\frac{9}{4}\right)\times\left(\frac{1}{6}\right)}{\frac{3}{4}+\frac{5}{2}\times\left(\frac{11}{4}\right)}\right]^2=$

Resolvemos las multiplicaciones y divisiones; luego, las sumas y restas.

$\left[\dfrac{\left(\frac{3}{8}\right)}{\frac{3}{4}+\frac{55}{8}}\right]^2=\left[\dfrac{\left(\frac{3}{8}\right)}{\frac{61}{8}}\right]^2=\left[\frac{3\times8}{8\times61}\right]^2=\left[\frac{3}{61}\right]^2=\frac{9}{3\,721}$

Competencia digital

Ingresa el siguiente enlace web: *lynk.ec/8m24*

Imprime la página 2 y **refuerza** conocimientos.

Taller

Evaluación formativa

I.M.4.1.3.

1. Resuelve las siguientes operaciones.

a) $$\frac{\left[\left(\frac{2}{5}\right)^0 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2\right]^2 \times \left[(-3)^2\right]^2}{\left(1-\frac{2}{4}\right)^3 \times \left(\frac{3}{5}\right)^0} =$$

b) $$\frac{\frac{3}{5}+\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}\right)\times\left(-\frac{10}{6}\right)^2}{\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{4}\right)^2} =$$

c) $$\frac{\frac{6}{4}+\left(\frac{3}{4}\times\frac{4}{12}\times\frac{4}{6}\right)^2\times\left(-\frac{3}{2}\right)^3}{\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{4}\right)^5 \div \left(\frac{7}{4}\right)^4} =$$

d) $$\left[\frac{\left(3-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)}{\left(2-\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)}\right]^2 =$$

e) $$\left(\frac{\left(\frac{6}{5}+\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)}{\frac{5}{2}-\frac{16}{3}}\right)^3 =$$

f) $$\frac{\frac{3}{2}+\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)^2}{\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)} =$$

2. Resuelve las operaciones respetando la jerarquía de solución.

a) $$\frac{\sqrt{\frac{5}{3}}\times\sqrt{\frac{3}{4}}\times\sqrt{\frac{5}{4}}}{\sqrt[3]{\frac{1}{4}}\div\sqrt[3]{-\frac{2}{27}}}$$

b) $$\sqrt[3]{\frac{1}{27}}-\left(\frac{1}{9}\right)+\left(-\frac{2}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}-\sqrt{\frac{4}{9}\times\frac{8}{18}}$$

c) $$\frac{4}{6}-\sqrt{\frac{16}{9}}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}\times\sqrt[3]{\frac{1}{64}}-\sqrt[3]{\frac{343}{125}}$$

d) $$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2\div\sqrt[3]{\left(-\frac{3}{16}\right)\left(-\frac{9}{32}\right)}+\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}}{\sqrt{\frac{1}{24}\times\frac{1}{6}\times\frac{9}{4}\times\frac{4}{5}}}$$

e) $$\frac{\sqrt[3]{\frac{5}{9}}\times\sqrt[3]{\frac{25}{3}}+\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2}-\left(\frac{1}{3}\right)^2}{\left(\sqrt[3]{\frac{4}{6}}\right)^6\times\frac{5}{2}}$$

f) $$\frac{\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{10}-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{6}\right)^2}{\sqrt[3]{-\frac{1}{27}\times\frac{2}{3}\div\frac{1}{6}}}$$

g) $$\sqrt{\sqrt{\frac{81}{625}}}+\frac{3}{4}-\left[\frac{1}{4}+\frac{2}{5}\right]-\frac{1}{20}$$

h) $$\sqrt{\sqrt{\frac{81}{16}}}+\left(\frac{2}{4}+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{2}{3}=$$

i) $$\frac{4}{5}+\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{4}\right)\times\frac{2}{5}-\sqrt{\frac{4}{25}}$$

j) $$\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)^2\div\sqrt{\frac{25}{36}}+\frac{2}{3}\times\left(\frac{3}{4}+\frac{5}{8}\right)$$

k) $$\sqrt{1-\frac{15}{16}}\div\left(1+\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{7}{10}+\frac{5}{2}-\frac{6}{5}\right)\times\frac{2}{3}+\frac{7}{2}$$

l) $$\frac{12}{5}\left(\frac{1}{2}-2\right)^{-2}+\sqrt[3]{\frac{26}{27}}-1\div 9^{-1}$$

m) $\sqrt{\frac{100}{81}}+\frac{2}{3}\times\left(-\frac{1}{5}\right)\div\frac{9}{10}-\left(1-\frac{3}{2}\right)^{-2}-2$

n) $\frac{3}{8}\times\frac{2}{9}-\sqrt{1-\frac{3}{4}}+\left(\frac{2}{3}-\frac{5}{6}\right)^{-2}\div\left(4+\frac{1}{2}\right)$

o) $\left(\frac{7}{2}-\frac{5}{4}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)^{3}+\sqrt{\frac{26}{25}-1}\div\frac{3}{10}$

p) $\frac{4}{9}\left[\frac{3}{5}-\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right)^{2}\div\sqrt[3]{\frac{1}{64}}\right]-\frac{1}{5}=$

q) $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^{2}+\left[\frac{5}{7}\left(\frac{4}{3}-\frac{2}{5}\right)-\sqrt{\frac{1}{8}\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{3}\right)}\right]^{2}=$

r) $\frac{1}{2}\left(\frac{8}{15}\times\frac{9}{2}+\frac{3}{5}\right)-\left(\frac{4}{3}-\frac{5}{2}\right)^{2}-\sqrt{\frac{2}{3}+6^{-2}}\div\frac{2}{5}$

3. **Resuelve** los siguientes ejercicios en tu cuaderno.

a) $\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{5}\right)^{2}+\frac{24}{5}\left(\frac{5}{8}-\frac{2}{9}\right)+\sqrt{1+\frac{7}{9}}\div\left(\frac{1}{2}-\frac{4}{3}\right)^{2}$

b) $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)\left(1+\frac{2}{3}\right)^{2}+\sqrt[3]{\frac{1}{3}\left(\frac{8}{9}-1\right)}-\left(\frac{2}{3}\right)^{2}$

c) $\frac{2}{3}-\frac{5}{6}+\frac{3}{100}\div\sqrt{\frac{81}{400}}+\frac{6}{5}\sqrt{\frac{100}{9}}-\left(\frac{3}{2}\right)^{3}$

d) $$\frac{\sqrt{\sqrt[3]{1-\frac{9}{8}\times\frac{7}{8}}}-\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{\left(-\frac{5}{10}\right)^{4}\left(-\frac{2}{4}\right)^{-2}\left(-\frac{1}{2}\right)^{-5}}$$

e) $$\frac{\left[\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{4}-2\right)+\frac{3}{8}\right]^{2}}{\sqrt{\frac{8}{27}}\sqrt{\frac{2}{3}}\div\left(1-\frac{2}{3}\right)^{-2}}=$$

4. **Resuelve** los siguientes ejercicios y **escoge** la respuesta correcta.

a) $$\frac{\sqrt{\frac{25}{16}}+\left(\frac{3}{6}+\frac{2}{3}-\frac{4}{10}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}}{\left(\frac{3}{5}+\frac{1}{2}\right)}=$$

A) $\frac{163}{20}$ C) $\frac{11}{10}$

B) $\frac{163}{22}$ D) $\frac{174}{200}$

b) $\left[\left(-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{15}\right)^{-1}\right]\div\left[\sqrt{2,5}\times\sqrt{\frac{1}{0,9}}\right]=$

A) 1/3 C) 3

B) −3 D) −1/3

c) $$\frac{\left(1-\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\right)\left(1+\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\right)+\sqrt[3]{\frac{1}{4}}}{2\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\left(1-\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{2}}}\right)-2\sqrt[3]{\frac{1}{2}}}=$$

A) −1/2 C) 1/2

B) 2 D) −2

Trabajo colaborativo

5. **Trabajen** en parejas.

Realicen un cartel sobre las propiedades de la potenciación y la radicación, utilizando ejemplos para definirlas. Luego **expongan** el cartel ante la clase.

Actividad indagatoria

6. **Escribe** un polinomio para cada caso, que tenga al menos:

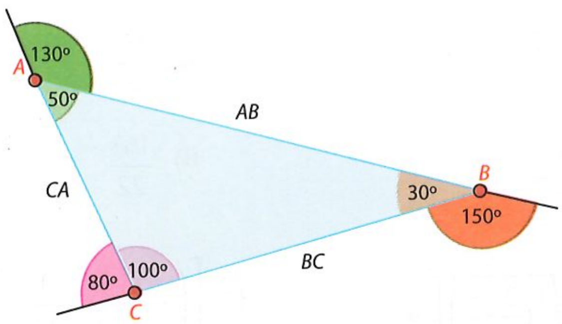
a) dos divisiones y dos adiciones;

b) tres multiplicaciones y una sustracción.

Triángulos y su construcción

Saberes previos

¿Cuánto suman las medidas de los ángulos internos de todo triángulo?



A los **vértices** del triángulo se los nombra con A, B y C.

Los **lados** son los segmentos $\overline{AB}$; $\overline{BC}$; $\overline{CA}$.

Los **ángulos** son: $\measuredangle CAB; \measuredangle BCA; \measuredangle ABC$.

¿Sabías que?

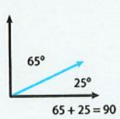
Para construir triángulos, la medida de cada lado ha de ser menor que la suma de los otros dos.

La suma de los dos ángulos conocidos ha de ser menor que 180°.

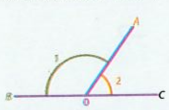
Recuerda que...

Ángulo llano mide 180°.

Ángulos complementarios sumados dan 90°.

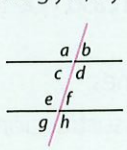


Ángulos suplementarios sumados dan 180°.



Ángulos alternos internos deben estar en distinto lado de la transversal y los dos quedan dentro de las paralelas. d y e; c y f.

Ángulos alternos externos: deben estar en distinto lado de la transversal y los dos quedan afuera de las paralelas g y b; a y h.

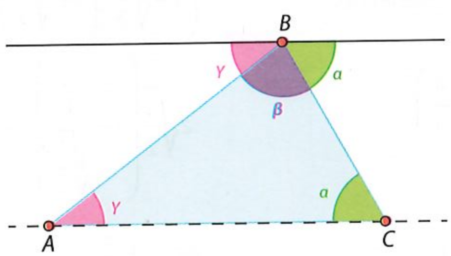


Demostración de teoremas

a) Teorema: la suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180°.

$m\measuredangle ABC + m\measuredangle BCA + m\measuredangle CAB = 180°$

Se traza una recta paralela al segmento AC, que pase por el vértice B.



Se forman tres ángulos:

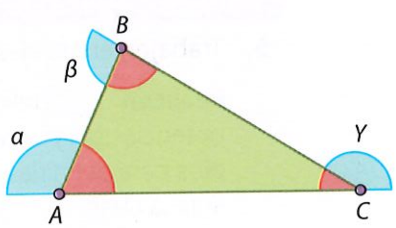
(1) $m\measuredangle\alpha + m\measuredangle ABC + m\measuredangle\gamma = 180°$, un ángulo llano.

(2) $m\measuredangle\gamma = m\measuredangle CAB$

$m\measuredangle\alpha = m\measuredangle BCA$ por ángulos alternos internos.

Reemplazamos en (1) las igualdades (2): $m\measuredangle CAB + m\measuredangle ABC + m\measuredangle BCA = 180°$

b) Teorema: la suma de las medidas de los ángulos externos de un triángulo es igual a 360°.



En el triángulo se han formado los ángulos $\measuredangle ABC; \measuredangle BCA$ y $\measuredangle CAB$.

Prolongamos los lados; se forman los ángulos $\measuredangle\alpha; \measuredangle\beta$ y $\measuredangle\gamma$

$m\measuredangle\alpha + m\measuredangle\beta + m\measuredangle\gamma = 360°$

$m\measuredangle\alpha + m\measuredangle BAC = 180°$ $\quad m\measuredangle\beta + m\measuredangle ABC = 180°$ $\quad m\measuredangle\gamma + m\measuredangle BCA = 180°$

(1) $m\measuredangle\alpha + m\measuredangle\beta + m\measuredangle\gamma + m\measuredangle ABC + m\measuredangle BCA + m\measuredangle CAB = 180° + 180° + 180°$

(2) $m\measuredangle\alpha + m\measuredangle\beta + m\measuredangle\gamma + 180° = 540°$

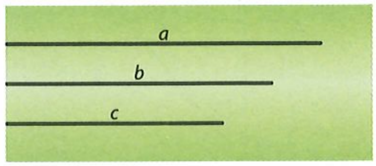
Reemplazamos este valor en (1) y sumamos los ángulos del segundo miembro de la igualdad; tenemos:

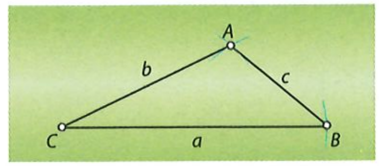
$m\measuredangle\alpha + m\measuredangle\beta + m\measuredangle\gamma = 540° - 180°$ $\qquad m\measuredangle\alpha + m\measuredangle\beta + m\measuredangle\gamma = 360°$

M.4.2.8. Clasificar y construir triángulos, utilizando regla y compás, bajo condiciones de ciertas medidas de lados y/o ángulos.

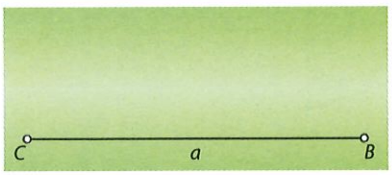
Construcción de triángulos

Conociendo los tres lados

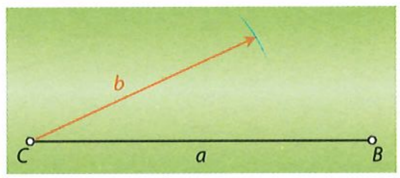




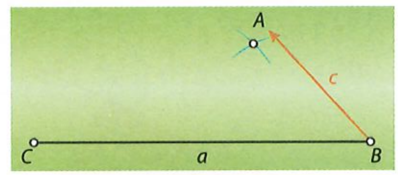
1. Se ubica el primer lado en forma horizontal.



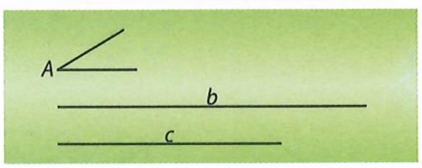
2. Desde cada extremo del primer lado se trazan arcos de longitud igual al segundo y tercer lados.

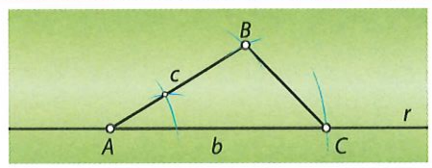


3. El triángulo tiene por vértices los extremos del primer segmento CB y el tercer vértice en la intersección de los dos arcos de circunferencia.

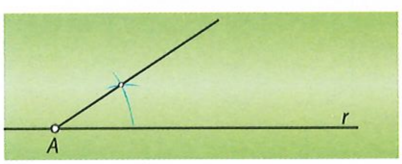


Conociendo dos lados y un ángulo

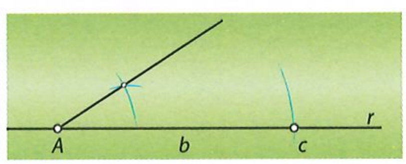




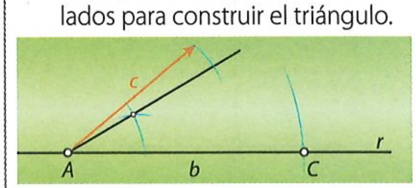
1. Se representa uno de los segmentos y se traza el ángulo que forman los lados.



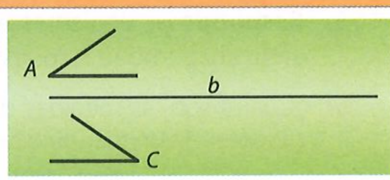
2. Utilizando el compás, tomamos la medida del lado c, y trazamos un arco a partir del vértice A.

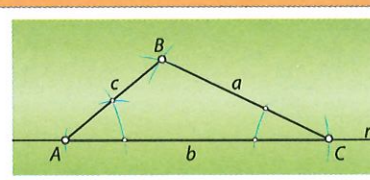


3. Se lleva el segundo lado conocido sobre el lado del ángulo. Basta con unir los extremos de los dos lados para construir el triángulo.

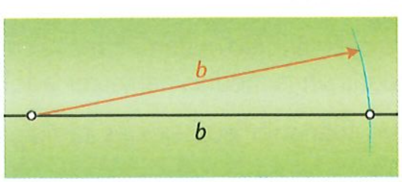


Conociendo un lado y sus ángulos contiguos

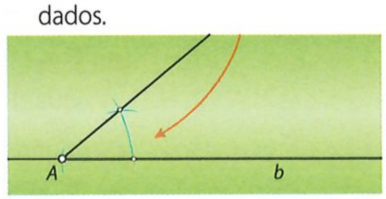




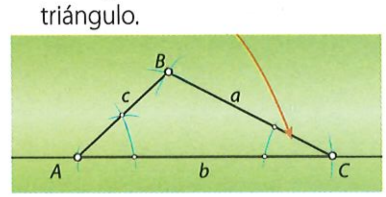
1. Se construye el lado conocido.



2. Desde cada uno de los extremos del lado, se trazan los ángulos dados.



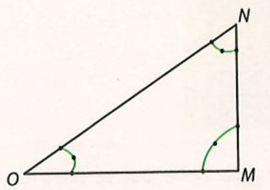
3. La intersección de los lados de los ángulos es el tercer vértice del triángulo.



Taller **Evaluación formativa**

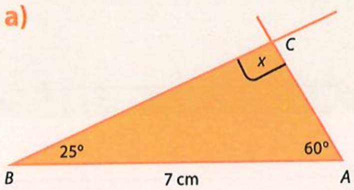
I.M.4.5.2.

1. **Nombra** con notación geométrica los lados y los ángulos del siguiente triángulo:

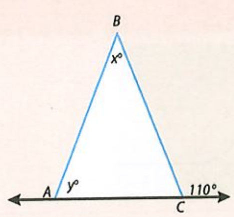


2. **Completa** el valor del ángulo que falta en cada caso.

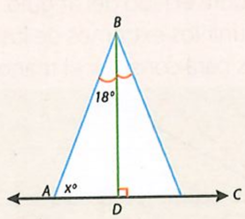
a)



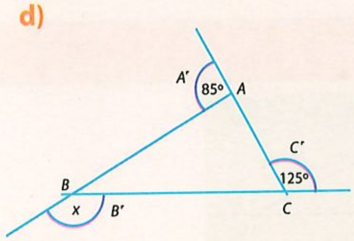
b)



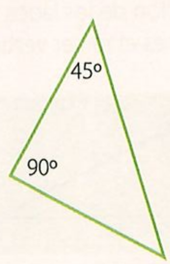
c)



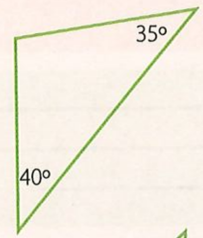
d)



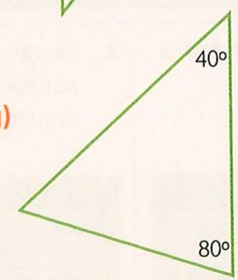
e)



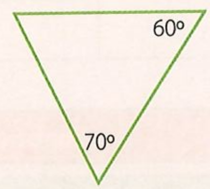
f)



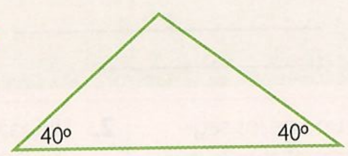
g)



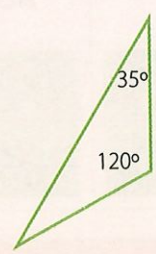
h)



i)



j)



3. **Responde** las siguientes preguntas y **explica** en tu cuaderno tu respuesta.

a) ¿Cuáles son las medidas de los ángulos congruentes de un triángulo isósceles rectángulo?

b) ¿Un triángulo puede tener dos ángulos rectos?

c) ¿Un triángulo puede tener un ángulo recto y un ángulo obtuso?

d) Si dos lados del triángulo miden 9 *cm* y 12 *cm*, ¿cuánto podría ser la medida del tercer lado?

e) ¿Cuándo un triángulo isósceles es también rectángulo?

4. **Responde** en tu cuaderno con verdadero (V) o falso (F) a las siguientes afirmaciones.

a) Todo triángulo tiene tres diagonales.

b) Un triángulo obtusángulo también puede ser isósceles.

c) Un triángulo isósceles también puede ser acutángulo.

d) Un triángulo equilátero tiene sus ángulos internos iguales.

e) Un triángulo rectángulo puede ser a la vez escaleno.

f) Un rectángulo es un polígono regular.

g) Un cuadrado tiene cuatro diagonales.

5. **Dibuja** en tu cuaderno triángulos que cumplan las siguientes condiciones:

a) Con dos ángulos agudos

b) Con un ángulo recto

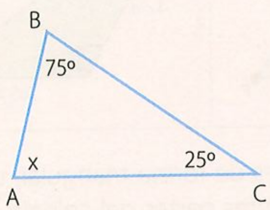
c) Con dos lados iguales

d) Con tres lados desiguales

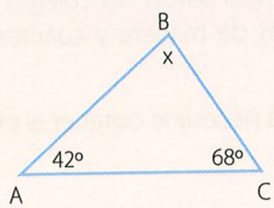
e) Con tres ángulos agudos

6. **Halla** en cada triángulo el valor del ángulo x.

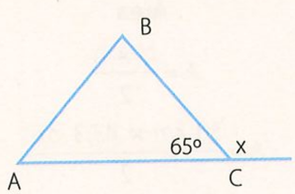
a)



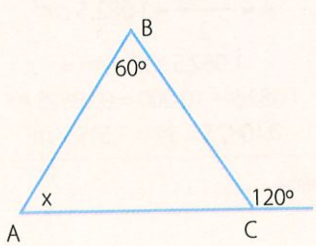
b)



c)

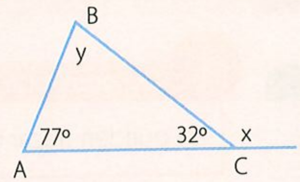


d)

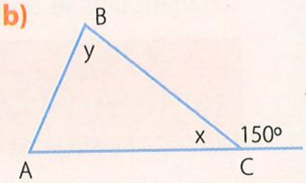


7. **Encuentra** los valores de *x* y *y* en cada caso.

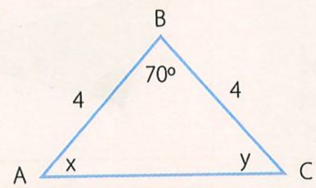
a)



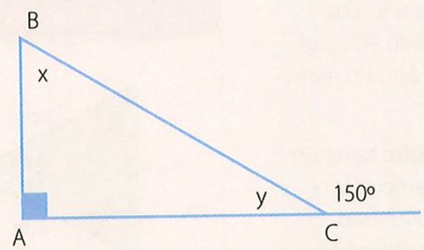
b)



c)



d)



Trabajo colaborativo

8. **Trabajen** en parejas.

Cada uno **construya** un triángulo con las características descritas; luego, **comparen** los triángulos y **verifiquen** si tienen la misma forma y tamaño. **Escriban** sus conclusiones.

a) Un triángulo con las medidas de sus ángulos 30° y 80°.

b) Un triángulo con las medidas 9 *cm*, 6 *cm* y un ángulo de 90°.

c) Triángulo de medidas 6 *cm*, 8 *cm* y 10 *cm*.

Actividad indagatoria

9. **Averigua** por qué las estructuras de los puentes están hechas de piezas triangulares.

Puedes utilizar el siguiente enlace web: *lynk.ec/8m25*

Tema 4 Clasificación de triángulos y polígonos

Recuerda que...

Triángulo equilátero: sus tres lados son iguales y sus ángulos internos miden cada uno 60°.

Triángulo isósceles: dos de sus lados tienen la misma longitud y los ángulos opuestos a estos son de la misma medida.

Triángulo escaleno: todos sus lados tienen longitudes diferentes y sus ángulos internos son de distinta medida.

Triángulo rectángulo: Uno de sus ángulos internos mide 90°, y se denomina ángulo recto.

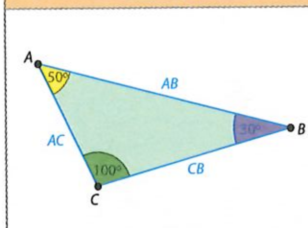
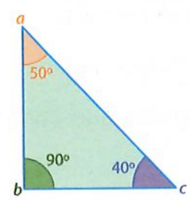
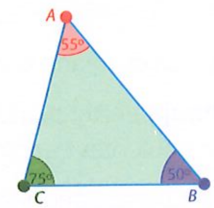
Triángulo obtusángulo: tiene un ángulo interno mayor a 90°, denominado obtuso; los otros dos son ángulos agudos, es decir, miden menos de 90°.

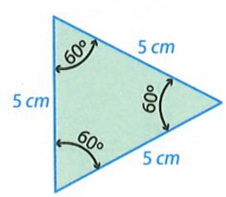
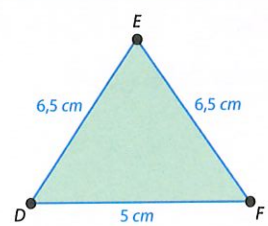
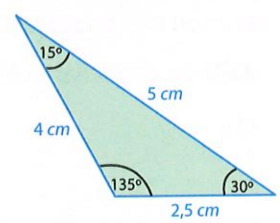
Triángulo acutángulo: tiene sus tres ángulos internos agudos.

Desequilibrio cognitivo

¿Se pueden trazar diagonales de un triángulo? **Responde** oralmente.

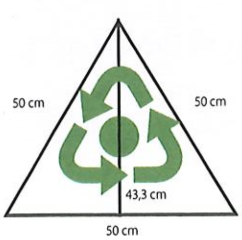
Los triángulos se clasifican así:

Según su amplitud		
Obtusángulo	**Rectángulo**	**Acutángulo**
		

Según la longitud de sus lados		
Equilátero	**Isósceles**	**Escaleno**
		

Un grupo de estudiantes quiere hacer 14 carteles de forma triangular, tal como se muestra en la figura, para colocarlos en diferentes partes del colegio. Si se los refuerza con palitos de madera, ¿cuántos metros de madera y cuántos metros de cartulina son necesarios?

Para conocer la cantidad de madera y cartulina, es necesario obtener el perímetro y el área del triángulo.

	Perímetro	**Área**
	$P = l_1 + l_2 + l_3$ $P = 50\ cm + 50\ cm + 50\ cm$ $P = 150\ cm$ Multiplicar por la cantidad de carteles necesarios: $150 \times 14 = 2\,100\ cm$ Se transforman los centímetros a metros: $2\,100\ cm$ a $m = 2\,100 \div 100 = 21\ m$	$A = \frac{b \times h}{2}$ $A = \frac{50\ cm \times 43{,}3\ cm}{2}$ $A = \frac{2\,165}{2} = 1\,082{,}5\ cm^2$ $1\,082{,}5\ cm^2$ a $m^2 =$ $1\,082{,}5 \div 10\,000 = 0{,}10825\ m^2$ $0{,}10825 \times 14 = 1{,}5155\ m^2$
Se necesitan 21 m de madera y 1,5155 m^2 de cartulina.		

M.4.2.11. Calcular el perímetro y el área de triángulos en la resolución de problemas.

Clasificación de polígonos

Los estudiantes de octavo año elaboraron un rompecabezas con polígonos, para generar conciencia en los estudiantes más pequeños del colegio acerca de la importancia de reciclar. ¿Qué clases de polígonos utilizaron?

En el rompecabezas se pueden observar diferentes polígonos; veamos su clasificación:

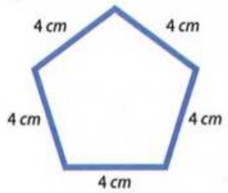
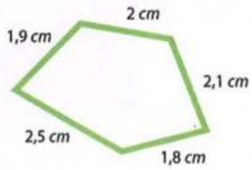
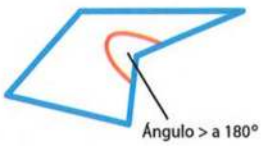
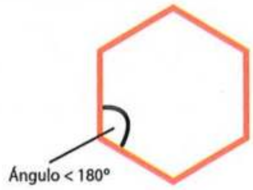
Shutterstock, 273902555.

Polígono es una porción restringida de un plano, que está limitado por segmentos de rectas que se intersecan. Estos segmentos pueden ser tres o más, y determinan una región interior y una región exterior.

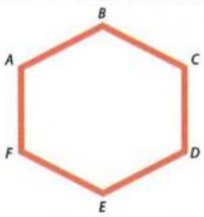
¿Sabías que?

El origen etimológico del término "polígono" se encuentra en la unión de dos vocablos: *poli* (muchos) y *gono* (ángulos).

Los polígonos se clasifican en:

Según sus lados		Según sus ángulos	
Regulares	Irregulares	Cóncavos	Convexos
			

Los polígonos se pueden nombrar de la siguiente manera:

	Hexágono regular convexo, sus ángulos son: $\measuredangle A$ $\measuredangle B$ $\measuredangle C$ $\measuredangle D$ $\measuredangle E$ $\measuredangle F$	Sus segmentos son: $\overline{AB}$; $\overline{BC}$; $\overline{CD}$; $\overline{DE}$; $\overline{EF}$; $\overline{FA}$ Sus ángulos miden menos de 180°.

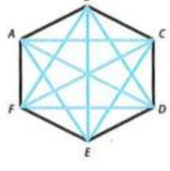
Diagonales de un polígono

Las diagonales de un polígono son segmentos que unen dos vértices no consecutivos. El número de diagonales de un polígono se obtiene de la siguiente manera: $N_d = \dfrac{n(n-3)}{2}$

Ejemplo 1 ¿Cuántas diagonales se pueden trazar en un hexágono?

Solución

$$N_d = \frac{n(n-3)}{2} \qquad N_d = \frac{6(6-3)}{2} = 9$$

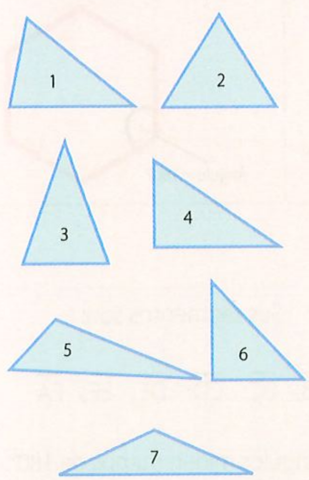


Taller **Evaluación formativa**

I.M.4.5.2.

1. **Completa** en tu cuaderno las siguientes afirmaciones.
   a) Los ángulos interiores de los acutángulos son   que 90°.
   b) Los triángulos rectángulos   pueden ser isósceles, pero   pueden ser equiláteros.
   c) Todo triángulo rectángulo tiene un ángulo de
   d) Los triángulos   son siempre acutángulos.
   e) En un triángulo   uno de los ángulos exteriores es agudo.
   f) En los triángulos   la suma de sus ángulos que no son rectos es siempre 90°.
   g) Si el triángulo es escaleno y la suma de dos de sus ángulos es   , el ángulo restante mide 60°.

2. **Clasifica** en tu cuaderno los siguientes triángulos.



Obtusángulo

Acutángulo

Rectángulo

Isósceles

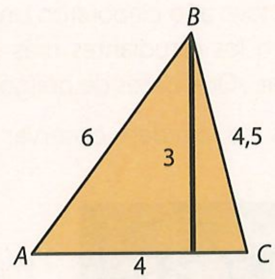
Escaleno

Equilátero

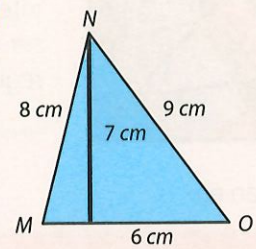
3. **Colorea** en tu cuaderno los triángulos, según lo solicitado.
   a) **Rojo:** un triángulo isósceles acutángulo.
   b) **Verde:** un triángulo obtusángulo isósceles.
   c) **Amarillo:** un triángulo obtusángulo escaleno.
   d) **Azul:** un triángulo acutángulo escaleno.

4. **Calcula** el área y el perímetro de los siguientes triángulos:

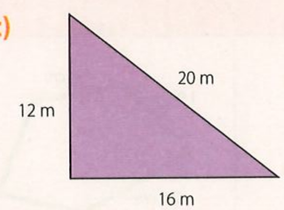
a)



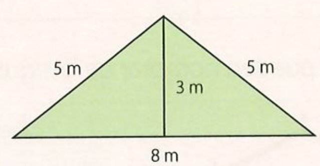
b)



c)



d)



5. **Problema-decisión. Resuelve** el siguiente problema:

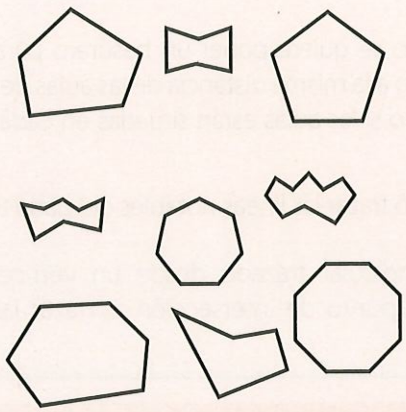
Brenda quiere cercar y colocar césped en la mitad de su terreno cuadrangular. Para ello, traza una diagonal que divide su terreno en dos partes. Si el perímetro del cuadrado es 56 *m* y su diagonal mide 19,8 *m*, ¿cuánto alambre necesita para cercarlo?, ¿cuántos metros cuadrados de césped necesita?

Si tuvieras que escoger entre un césped artificial o uno natural, ¿cuál sería tu elección? **Justifica.**

Realiza en tu cuaderno un dibujo del problema.

b) El perímetro de un triángulo isósceles es de 75 *dm*. Si el lado desigual mide 28 *dm*, ¿cuánto miden los lados iguales? **Realiza** un dibujo.

6. **Cuenta** cuántos polígonos cóncavos y convexos hay.



7. **Dibuja** en tu cuaderno los polígonos solicitados.

a) Un hexágono convexo regular.

b) Un cuadrilátero cóncavo.

c) Un heptágono convexo irregular.

8. **Identifica** los tipos de triángulos que se forman con los elementos dados y **completa** en tu cuaderno el cuadro.

a) a = 6 cm; b = 15 cm; c = 5 cm

b) A = 60º; b = 7 cm; c = 7 cm

c) A = 70º; C = 20º; b = 10 cm

d) A = 120º; b = 5 cm; c = 5 cm

e) A = 90º; c = 3 cm; b = 3 cm

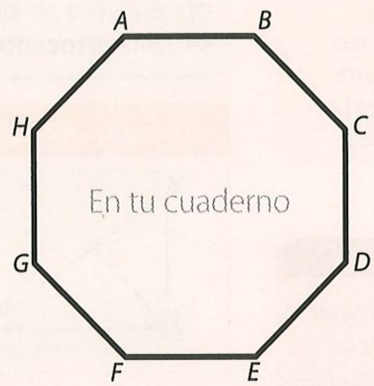
f) A = 70º; C = 70º; b = 5 cm

Por sus ángulos	Obtusángulo	En tu cuaderno
	Rectángulo	
	Acutángulo	
Por sus lados	Equilátero	
	Isósceles	
	Escaleno	

9. **Traza** en tu cuaderno las diagonales de los siguientes polígonos y **comprueba** mediante la fórmula si son correctos.

a)

b)



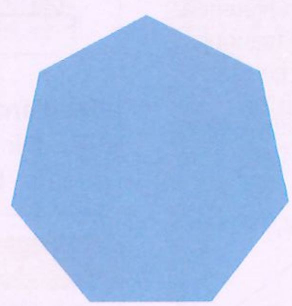
Trabajo colaborativo

10. **Trabajen** en parejas.

Calculen a qué polígono corresponde el número de sus diagonales.

35 diagonales   14 diagonales

54 diagonales   2 diagonales



Actividad indagatoria

11. **Averigua** qué polígono tiene 44 diagonales y **nómbralo**.

Puntos y líneas notables del triángulo

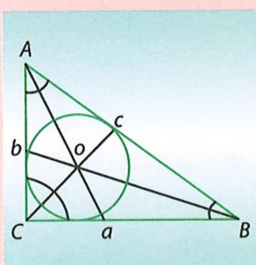
Competencia socioemocional

Si existen conflictos entre tus compañeros, aporta con soluciones positivas y concilia las diferencias que puedan existir, siempre considerando la perspectiva y los sentimientos de los demás.

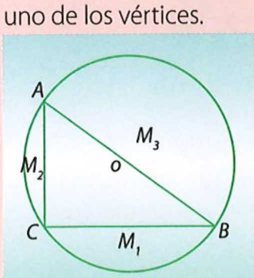
Responde: ¿qué postura sería la más adecuada, ser parte del conflicto o de la solución? **Justifica.**

¿Sabías que?

El **incentro** es el centro de la circunferencia inscrita en el triángulo.



El **circuncentro** es el centro de circunferencia circunscrita al triángulo, y se interseca en cada uno de los vértices.



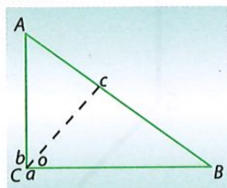
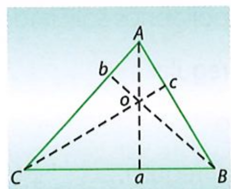
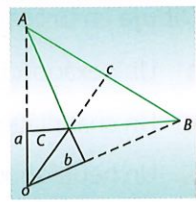
Saberes previos

¿Cómo se llama el triángulo que tiene un ángulo recto?

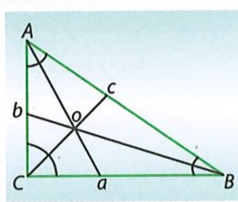
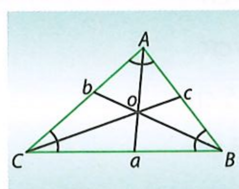
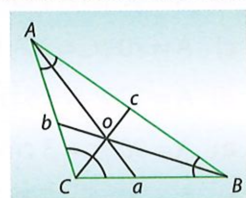
En el patio triangular de un colegio se quiere poner un basurero para recolectar botellas plásticas. Si desean colocarlo a la misma distancia de las aulas de clase, ¿cuál sería la mejor ubicación del basurero si las aulas están situadas en cada vértice del triángulo?

Para colocar el basurero, es necesario trazar las líneas notables del patio triangular.

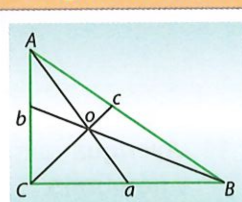
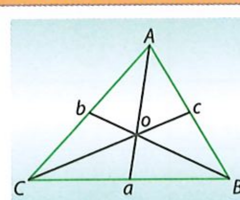
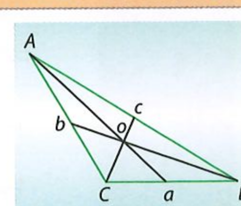
Altura. Es el segmento perpendicular trazado desde un vértice al lado opuesto o a su prolongación. El punto de intersección al trazar las **alturas** se llama **ortocentro.**

Triángulo rectángulo	Triángulo acutángulo	Triángulo obtusángulo
		

Bisectriz. Es la semirrecta que divide al ángulo en dos de igual medida. El punto de intersección al trazar las **bisectrices** se llama **incentro.**

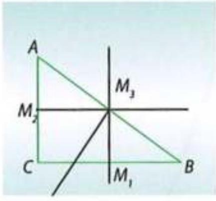
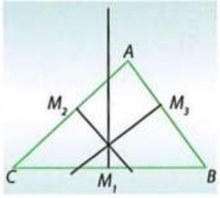
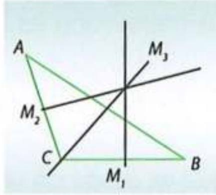
Triángulo rectángulo	Triángulo acutángulo	Triángulo obtusángulo
		

Mediana. Es el segmento de recta que une el punto medio del lado del triángulo con el vértice opuesto. El punto de intersección al trazar las **medianas** se llama **baricentro.**

Triángulo rectángulo	Triángulo acutángulo	Triángulo obtusángulo
		

M.4.2.12. Definir y dibujar medianas y baricentro, mediatrices y circuncentro, alturas y ortocentro, bisectrices e incentro en un triángulo.
M.4.2.13. Plantear y resolver problemas que impliquen la identificación de las características de las rectas y puntos notables de un triángulo.

Mediatriz. Es la semirrecta perpendicular trazada en el punto medio de cada lado del triángulo. El punto de intersección al trazar las **mediatrices** se llama **circuncentro.**

Triángulo rectángulo	Triángulo acutángulo	Triángulo obtusángulo
		

Luego de trazar todas las líneas notables del triángulo, se puede evidenciar que al esbozar las medianas se obtiene el resultado más acertado.

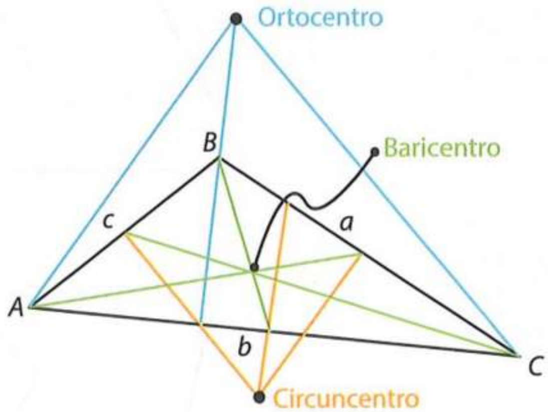
Ejemplo 1

a) **Trazamos** las alturas con color azul, las mediatrices con color naranja y las medianas con color verde, e **identificamos** sus puntos notables.

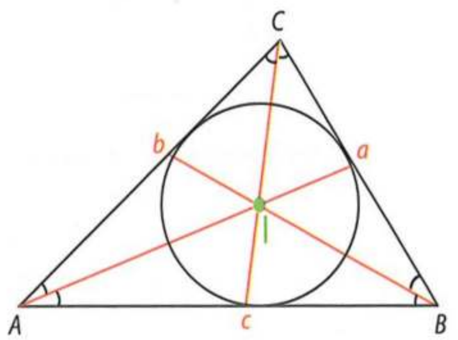
b) **Trazamos** las bisectrices y la circunferencia inscrita en el triángulo.

Solución

a)



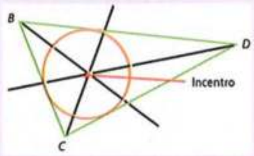
b)



Interdisciplinariedad

Matemática e Ingeniería

El conocimiento de la distribución de las líneas notables de un triángulo es importante al momento de querer construir (por ejemplo, si se quiere construir en un terreno triangular una piscina circular con las mayores dimensiones posibles).



¿Sabías que?

El baricentro es también llamado centro de gravedad, pues si se pasa un hilo por el baricentro de un triángulo hecho de cartulina u otro material y lo mantenemos suspendido, este se mantiene en equilibrio.

Interculturalidad

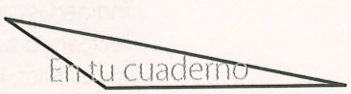
En la actualidad, muchas comunidades indígenas continúan recreando sus prácticas ancestrales, lo que permite conocer no solo sus aspectos sociopolíticos y socioculturales, sino también sus conocimientos de ciencia y educación.

I.M.4.5.2.

1. **Responde** con verdadero o falso, según corresponda.
   a) El incentro es el punto donde se cortan las mediatrices.
   b) Las medianas se cortan en un punto llamado ortocentro.
   c) Las alturas se intersecan en un punto llamado baricentro.
   d) El incentro es el punto de intersección las bisectrices.
   e) La bisectriz es la recta que divide a un ángulo en dos ángulos iguales.
   f) La mediana es la recta que va desde un vértice del triángulo hasta el punto medio del lado opuesto.
   g) La altura de un triángulo es la perpendicular que parte de cada vértice y corta perpendicularmente al lado opuesto en su punto medio.
   h) La mediatriz es la semirrecta perpendicular trazada en el punto medio de cada lado del triángulo.
   i) En un triángulo rectángulo dos de sus alturas coinciden con sus catetos.
   j) El ortocentro de un triángulo rectángulo coincide con su vértice cuyo ángulo es recto.
   k) El circuncentro de un triángulo obtusángulo está ubicado en su interior.
   l) El baricentro de todo triángulo está ubicado en su interior.
   m) En un triángulo isósceles, la altura trazada desde el vértice opuesto al lado desigual, es a la vez su mediana, bisectriz y mediatriz.
   n) El baricentro también es llamado centro de gravedad.

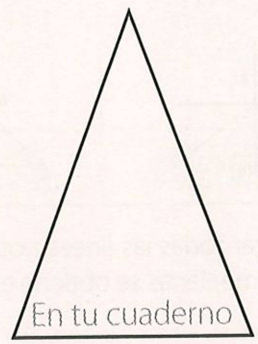
2. **Traza** en tu cuaderno las alturas en los siguientes triángulos y **señala** el ortocentro.

   a)



   b)

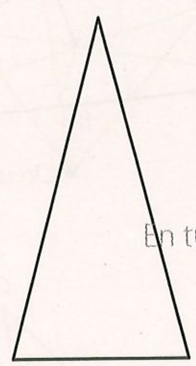
   c)



3. **Traza** en tu cuaderno las medianas en los siguientes triángulos y **encuentra** el baricentro.

   a)

   b)



   c)

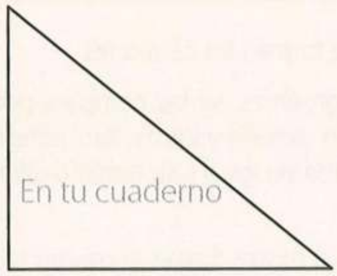
4. **Determina** si la respuesta a la pregunta es sí o no. **Justifica** tu respuesta.
   a) La altura XK del ΔXYZ queda en el exterior del triángulo. ¿Las otras dos alturas quedan en el borde del triángulo?

b) En el punto K se intersecan tres líneas notables de un ΔABC y está en el exterior del triángulo. ¿Puede ser K el baricentro del triángulo?

c) El punto H es de concurrencia de líneas notables de un triángulo. H también es un vértice del triángulo. ¿Es H el ortocentro del triángulo?

5. **Traza** en tu cuaderno las bisectrices de los triángulos y la circunferencia inscrita en ellos.

a)



b)

c)

6. **Observa** el punto de intersección del triángulo

Verifica a qué punto corresponde.

7. **Copia** y **traza** en tu cuaderno las mediatrices de los siguientes triángulos, **ubica** el circuncentro y **traza** el círculo circunscrito.

a)

b)

8. **Traza** en tu cuaderno un triángulo equilátero, **traza** sus medianas, bisectrices, mediatrices y alturas.

Demuestra que todas sus líneas notables confluyen en un solo punto.

9. **Dibuja** en tu cuaderno un triángulo cualquiera, **demuestra** que la distancia entre el baricentro y su vértice correspondiente es el doble de la distancia entre el baricentro y el lado opuesto. Es decir, la distancia del baricentro a cada vértice es de 2/3 la longitud de cada mediana.

Trabajo colaborativo

10. **Trabajen** en parejas.

Presenten un trabajo con los siguientes trazos.

a) Un triángulo equilátero de 8 *cm* de lado; trazar las alturas.

b) Un triángulo isósceles, los dos lados iguales de 6 *cm* y el desigual de 4,5 *cm*.

c) Un triángulo escaleno de 18 *cm*, 9 *cm* y un ángulo de 70°.

d) Un triángulo rectángulo escaleno; dos de sus lados miden 11 *cm* y 8 *cm*.

Actividad indagatoria

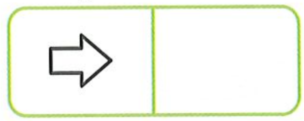
11. **Indaga** en qué triángulo coinciden los cuatro puntos notables.

Figuras congruentes y semejantes

Shutterstock. 238242412.

Desequilibrio cognitivo

Realiza un dibujo semejante al que se muestra.



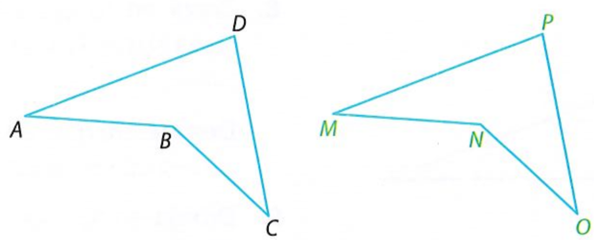
Daniela necesita saber con qué figuras se forman los camiones.

Para determinar si dos figuras son congruentes, se las compara poniendo una sobre la otra. Observamos si coinciden en tamaño y forma. Para determinar si son semejantes, se compara su forma que debe ser igual y su tamaño diferente.

Dos figuras son congruentes si tienen la misma forma, el mismo tamaño y al superponerlas todos sus puntos coinciden. Es decir, tanto los ángulos como los lados correspondientes son congruentes. El símbolo para denotar congruencia es $\cong$.

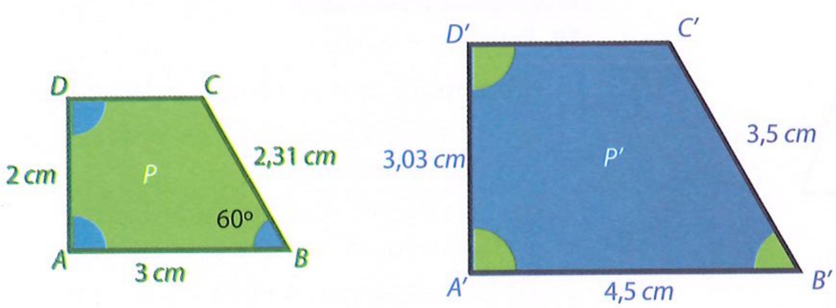
¿Sabías que?

Las nociones de congruencia y de semejanza han estado presentes en todos los tiempos. Esto se evidencia en las manifestaciones artísticas, como la decoración de esculturas y construcciones.



$m\measuredangle A = m\measuredangle M$	$\overline{AB} \cong \overline{MN}$
$m\measuredangle B = m\measuredangle N$	$\overline{BC} \cong \overline{NO}$
$m\measuredangle C = m\measuredangle O$	$\overline{CD} \cong \overline{OP}$
$m\measuredangle D = m\measuredangle P$	$\overline{DA} \cong \overline{PM}$

Dos figuras son semejantes si sus ángulos correspondientes tienen la misma medida (congruentes) y sus lados correspondientes son proporcionales; es decir, las figuras tienen la misma forma, pero en distinto tamaño. El símbolo para representar semejanza es $\sim$.



$m\measuredangle A = m\measuredangle A'$

$m\measuredangle B = m\measuredangle B'$

$m\measuredangle C = m\measuredangle C'$

$m\measuredangle D = m\measuredangle D'$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{C'D'}} = \frac{\overline{DA}}{\overline{D'A'}}$$

$$\frac{3}{4,5} = \frac{2,31}{3,5} = \frac{2}{3,03} = \frac{2}{3,03} = 0,66$$

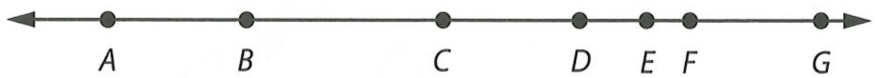
Shutterstock, 238242412.

La razón de proporcionalidad que existe entre sus lados es de 0,66.

Luego de este análisis, se puede deducir que los camiones están formados por figuras congruentes y semejantes.

M.4.2.5. Definir e identificar figuras geométricas semejantes, de acuerdo a las medidas de los ángulos y a la relación entre las medidas de los lados, determinando el factor de escala entre las figuras (teorema de Tales).
M.4.2.6. Aplicar la semejanza en la construcción de figuras semejantes, el cálculo de longitudes y la solución de problemas geométricos.

Segmentos congruentes



Para definir segmentos, se usan las letras de los puntos límites y una barra sobre ellos.

En esta recta se han señalado varios puntos. Entre ellos se pueden definir algunos segmentos.

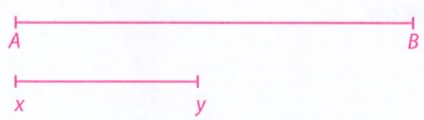
$$\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \overline{EF}, \overline{FG}$$

Para que dos segmentos sean congruentes entre sí, solo es necesario que tengan la misma longitud.

$$\overline{AB} \cong \overline{CD} \cong \overline{FG}$$

Segmentos semejantes

En los segmentos se pueden encontrar diferentes relaciones de proporcionalidad respecto a su longitud.



El segmento XY es la mitad del segmento AB. La relación que existe entre ellos es de 1 a 2.

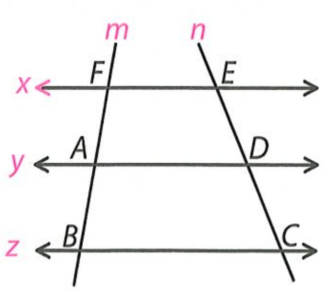
$$\overline{XY} = \frac{1}{2}\overline{AB} \qquad \overline{AB} = 2\overline{XY}$$

El segmento MN es la tercera parte del segmento AB. La relación que existe entre ellos es de 1 a 3.

$$\overline{MN} = \frac{1}{3}\overline{AB} \qquad \overline{AB} = 3\overline{MN}$$

Teorema de Tales

Si tres o más paralelas son cortadas por dos secantes a segmentos proporcionales en una de ellas, les corresponden segmentos proporcionales en la otra.



$$\overleftrightarrow{x} \parallel \overleftrightarrow{y} \parallel \overleftrightarrow{z} \text{ y } \overleftrightarrow{m} \nparallel \overleftrightarrow{n}$$

$$\frac{\overline{FA}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{ED}}{\overline{DC}}; \frac{\overline{FA}}{\overline{FB}} = \frac{\overline{ED}}{\overline{EC}}; \frac{\overline{AB}}{\overline{FB}} = \frac{\overline{DC}}{\overline{EC}}$$

Al dividir las distancias FA entre AB, se obtendrá un cociente que será el mismo que al dividir ED entre DC.

Competencia digital

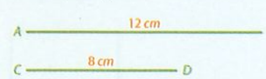
Profundiza el tema del teorema de Tales; puedes utilizar el siguiente enlace web:

lynk.ec/8m26

Recuerda que...

Es importante determinar cuál es el segmento de comparación, porque no es lo mismo "la relación entre $\overline{AB}$ y $\overline{XY}$ es 2 a 1" que "la relación entre $\overline{XY}$ y $\overline{AB}$ es 1 a 2". Esta última afirmación es falsa.

Por ejemplo:



$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{3}{2} = 1{,}5\ cm$$

pero si se compara

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{AB}} = \frac{2}{3} = 0{,}666...$$

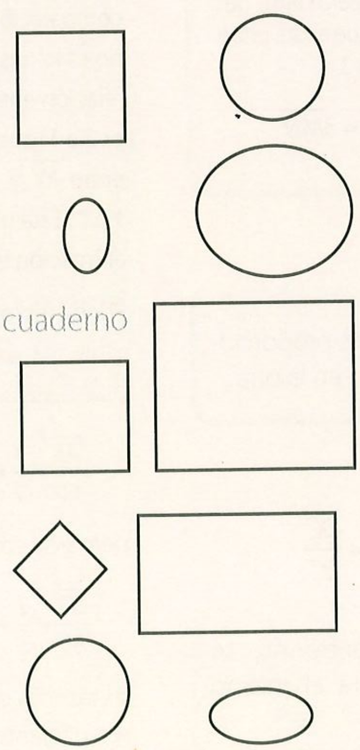
las razones obtenidas son diferentes.

I.M.4.5.1.

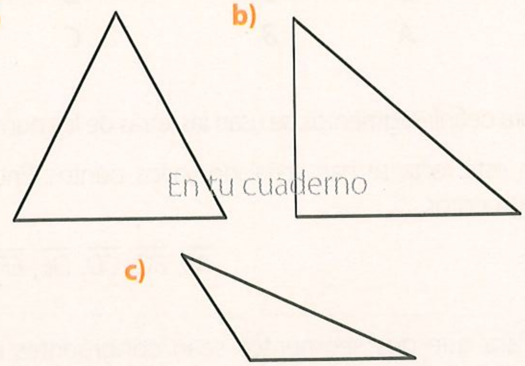
1. **Completa** en tu cuaderno las siguientes oraciones.
   a) Dos figuras son   si tienen la misma forma, el mismo tamaño y al superponerlas todos sus puntos coinciden.
   b) En figuras congruentes, los   correspondientes como los   correspondientes son congruentes.
   c) La congruencia se representa por el símbolo   .
   d) Dos figuras son semejantes si sus ángulos correspondientes son   y sus lados correspondientes son   .
   e) Las figuras semejantes tiene la misma forma, pero en distinto   . Su símbolo es   .
   f) El cociente de los lados proporcionales de dos figuras semejantes también se llama   o escala.
   g) Dado un segmento, para obtener un segmento proporcional más pequeño, la constante de proporcionalidad debe ser   .
   h) El teorema de Tales se refiere a los segmentos   que son determinados por rectas   que cortan a dos secantes.

2. **Colorea** en tu cuaderno de un mismo color las parejas de figuras semejantes.

En tu cuaderno

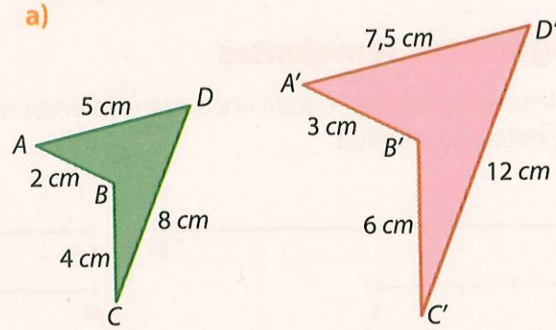


3. **Copia** en tu cuaderno las figuras y **traza** una recta para formar dos triángulos semejantes en cada caso. **Colorea** el más pequeño.



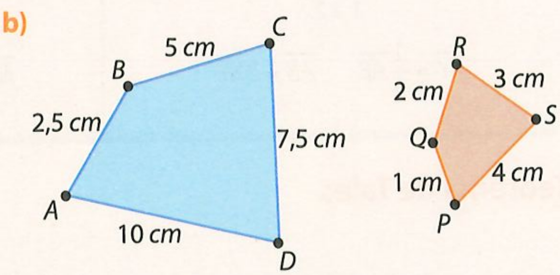
4. **Encuentra** la razón de proporcionalidad en la semejanza de figuras.

a)



La razón de proporcionalidad es   .

b)



La razón de proporcionalidad es   .

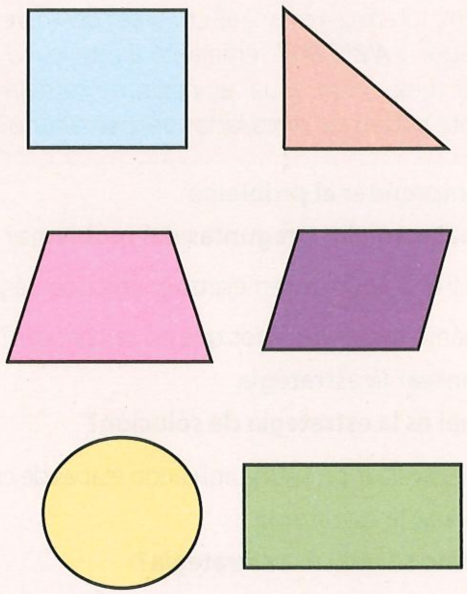
5. **Dibuja** en tu cuaderno cuatro segmentos congruentes.

6. **Dibuja** en tu cuaderno los segmentos semejantes solicitados:
   a) Donde los segmentos tengan relación de 1 a 2.
   b) Donde los segmentos tengan relación de 2 a 3.

c) Donde los segmentos tengan relación de 1 a 3.

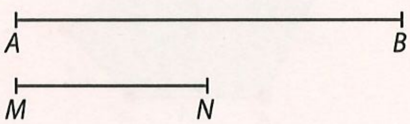
d) Donde los segmentos tengan relación de 2 a 5.

7. **Observa** y **mide** las siguientes figuras; luego, **dibuja** en tu cuaderno una figura semejante a cada una de las figuras dadas.



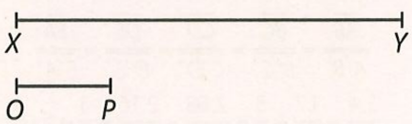
8. **Determina** la relación de proporcionalidad entre los siguientes segmentos.

a)



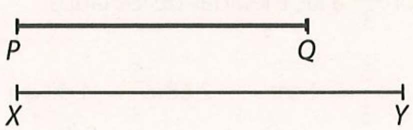
$\overline{MN} = \qquad \overline{AB}$

b)



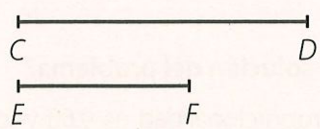
$\overline{XY} = \qquad \overline{OP}$

c)



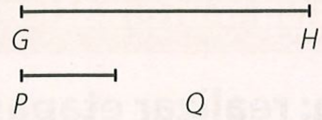
$\overline{PQ} = \qquad \overline{XY}$

d)



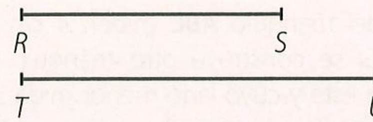
$\overline{EF} = \qquad \overline{CD}$

e)



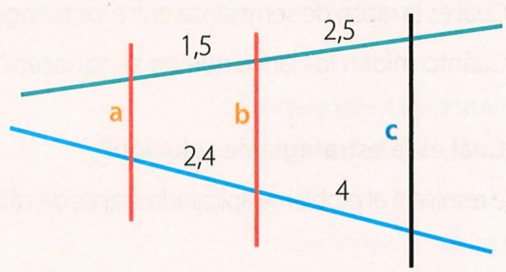
$\overline{GH} = \qquad \overline{PQ}$

f)



$\overline{RS} = \qquad \overline{TU}$

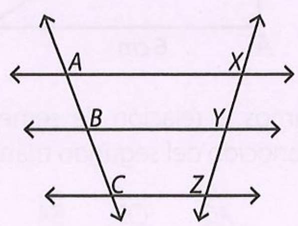
9. Aplicando el teorema de Tales, **encuentra** la razón de proporcionalidad.

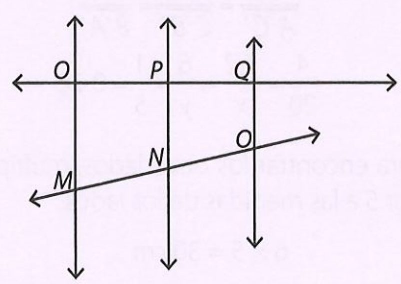


Trabajo colaborativo

10. **Trabajen** en parejas.

Observen los gráficos y **escriban** en su cuaderno todas las relaciones de proporcionalidad que se forman.





Actividad indagatoria

11. **Investiga** en qué momento de la vida se utiliza el teorema de Tales. **Escribe** un ejemplo y su aplicación.

Estrategia: realizar etapas de cálculo

Problema resuelto

Los lados del triángulo ***ABC*** miden 4 *cm*, 6 *cm* y 7,2 *cm*. Si se construye otro triángulo ***A'B'C'*** semejante a este y cuyo lado menor mida 20 *cm*, ¿cuál es razón de semejanza?, ¿cuánto miden los otros lados del triángulo?

1. Comprender el problema

¿Cuáles son las preguntas del problema?

¿Cuál es la razón de semejanza entre los triángulos?

¿Cuánto miden los lados que no se conocen?

2. Plantear la estrategia

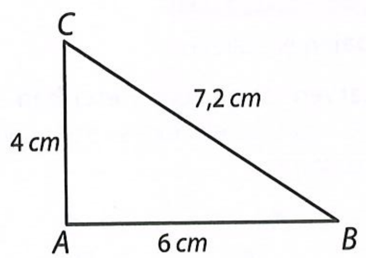
¿Cuál es la estrategia de solución?

Se resolverá el problema aplicando etapas de cálculo.

3. Aplicar la estrategia.

¿Cómo se aplica la estrategia?

a) Dibujamos el primer triángulo.



b) Realizamos la relación de semejanza con el lado conocido del segundo triángulo.

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{\overline{CB}}{\overline{C'B'}} = \frac{\overline{BA}}{\overline{B'A'}}$$

$$\frac{4}{20} = \frac{7{,}2}{x} = \frac{6}{y} = \frac{1}{5} = 0{,}20$$

c) Para encontrar los otros lados, multiplicamos por 5 a las medidas de los lados.

$$6 \times 5 = 30\ cm$$

$$7{,}2 \times 5 = 36\ cm$$

4. Responder

¿Llegaste a la solución del problema?

La razón de proporcionalidad es 0,20 y los lados del otro triángulo son 20, 30 y 36 *cm*, respectivamente.

Problema resuelto

Los lados del pentágono ***ABCDE*** miden 3 *cm*, 2,16 *cm*, 1,7 *cm*, 2,4 *cm* y 2,68 *cm*. Si se construye otro pentágono ***A'B'C'D'E'*** semejante a este, cuyo lado mayor mida 5 *cm*, ¿cuál es razón de semejanza?, ¿cuánto miden los otros lados del pentágono?

1. Comprender el problema

¿Cuáles son las preguntas del problema?

¿Cuál es la razón de semejanza entre los pentágonos?

¿Cuánto miden los lados que no se conocen?

2. Plantear la estrategia

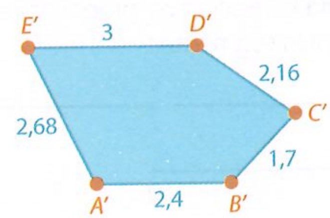
¿Cuál es la estrategia de solución?

Se resolverá el problema aplicando etapas de cálculo.

3. Aplicar la estrategia

¿Cómo se aplica la estrategia?

a) Dibuja en tu cuaderno el primer pentágono.



b) Realizamos la relación de semejanza con el lado conocido del segundo pentágono.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{C'D'}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{D'E'}} = \frac{\overline{EA}}{\overline{E'A'}}$$

$$\frac{2{,}4}{x} = \frac{1{,}7}{y} = \frac{3}{5} = \frac{2{,}68}{z} = \frac{2{,}16}{w} = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

c) Para encontrar los otros lados, multiplicamos por $\frac{5}{3}$ a las medidas de los lados.

$$2{,}4 \times \frac{5}{3} = 4\ cm \qquad 2{,}68 \times \frac{5}{3} = 4{,}47\ cm$$

$$1{,}7 \times \frac{5}{3} = 2{,}83\ cm \qquad 2{,}16 \times \frac{5}{3} = 3{,}6\ cm$$

4. Responder

¿Llegaste a la solución del problema?

La razón de proporcionalidad es 0,60 y los lados del otro pentágono son 2,83 *cm*, 5 *cm*, 4 *cm*, 3,66 *cm* y 4,47 *cm*, respectivamente.

Problemas propuestos

1. Los lados del triángulo MNO miden 8 cm, 12 cm y 14,4 cm. Si se construye otro triángulo M'N'O' semejante a este, y cuyo lado menor mida 40 cm, ¿cuál es razón de semejanza?, ¿cuánto miden los otros lados del triángulo?

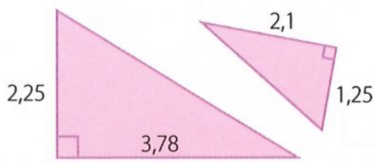
   a) Comprender el problema.

   b) Plantear la estrategia.

   c) Aplicar la estrategia.

   d) Responder.

2. Delia realizará individuales y portaplatos para colocar en la mesa. Si necesita que estos sean semejantes, ¿cómo calcula y cuál es la razón de semejanza?



   a) Comprender el problema.

   b) Plantear la estrategia.

   c) Aplicar la estrategia.

   d) Responder.

3. Juan necesita cubrir con baldosas el patio de su casa. Para ello dispone de baldosas cuadradas de lado 30 cm, pero se da cuenta que también requiere de baldosas cuadradas más pequeñas de lado un 20 % más pequeña de la baldosa grande. ¿Cuántas veces más chica resulta ser la baldosa pequeña?

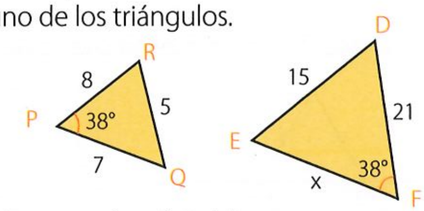
   a) Comprender el problema.

   b) Plantear la estrategia.

   c) Aplicar la estrategia.

   d) Responder.

4. Verónica quiere conocer el valor del lado que falta en uno de los triángulos.



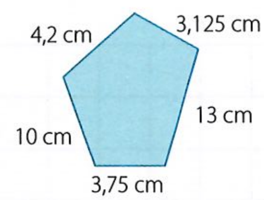
   a) Comprender el problema.

   b) Plantear la estrategia.

   c) Aplicar la estrategia.

   d) Responder.

5. Adriana es arquitecta y tiene que construir una mesa semejante a esta. Si la razón de semejanza es de 0,8, ¿cuáles son las medidas de la nueva mesa?



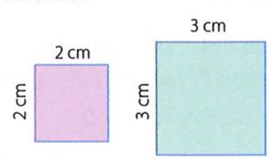
   a) Comprender el problema.

   b) Plantear la estrategia.

   c) Aplicar la estrategia.

   d) Responder.

6. ¿Cuántas veces más grande es el lado del cuadrado amarillo que el del azul?? ¿Cuántas veces más grande es su área?



   a) Comprender el problema.

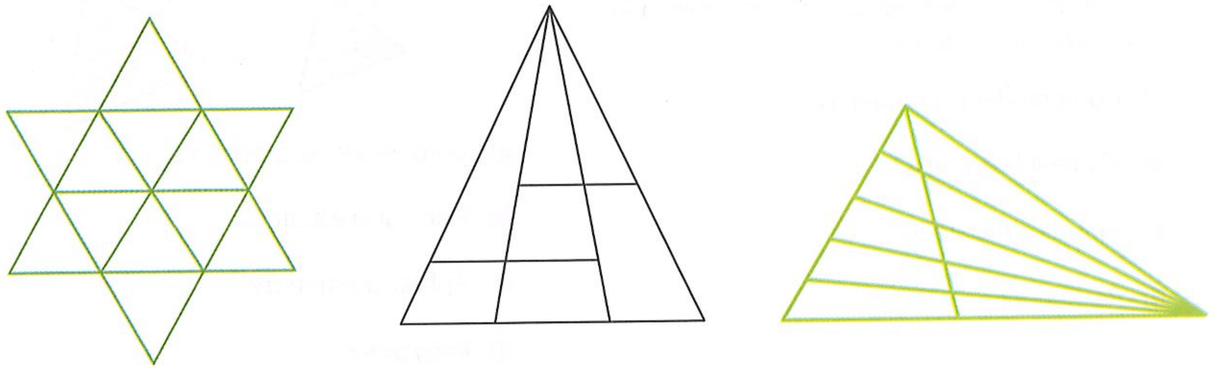
   b) Plantear la estrategia.

   c) Aplicar la estrategia.

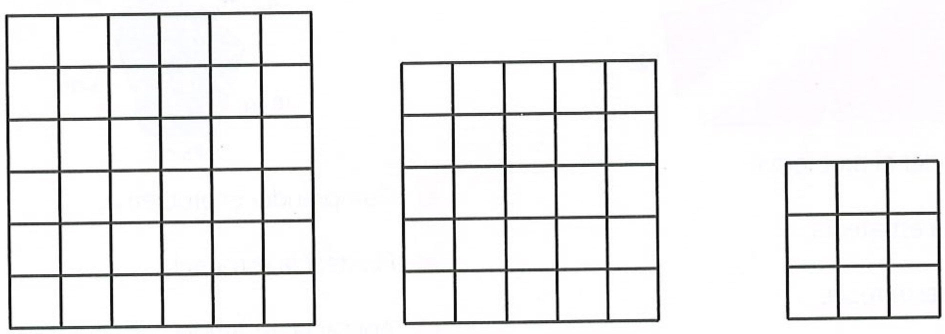
   d) Responder.

Contando figuras

a) ¿Cuántos triángulos hay en cada caso?



b) ¿Cuántos cuadrados hay en cada caso?



Cálculo mental

Multiplicar por 12.

Para multiplicar un número por 12, podemos multiplicarlo por 10 (añadiendo un cero) y luego sumar el doble de ese número.

$$15 \times 12 = 15\,(10 + 2) = 150 + 30 = 180$$

$$23 \times 12 = 23\,(10 + 2) = 230 + 46 = 276$$

Ahora, hazlo tú.

a) $18 \times 12 =$

b) $25 \times 12 =$

c) $36 \times 12 =$

d) $21 \times 12 =$

e) $48 \times 12 =$

f) $50 \times 12 =$

g) $140 \times 12 =$

Elaboramos tarros para clasificar basura en el aula

Áreas asociadas al proyecto: Matemática y Ciencias Naturales

Justificación

Al clasificar los desechos orgánicos e inorgánicos, ayudamos en el proceso de reciclaje. Clasificar la basura significa poner desechos de un solo material en un contenedor y desechos de otro material en otro contenedor, y así, sucesivamente, para evitar mezclar materiales orgánicos con inorgánicos. Con la separación de materiales se evitan malos olores que los desechos orgánicos (cáscaras de frutas, verduras o restos de comida) producen y, por consiguiente, se evita la propagación de insectos o bacterias que puedan dañar la salud.

La basura se clasifica en: basura orgánica, basura inorgánica y desechos peligrosos.

(http://culturayaccionverde.blogspot.com/2011/09/importancia-de-la-clasificacion-de.html)

Objetivos

Concientizar a los estudiantes sobre la importancia de clasificar la basura tanto en la casa como en el colegio.

Recursos

- Cartones
- Pintura
- Lápiz
- Cinta adhesiva
- Fundas plásticas
- Regla

Actividades

- **Realicen** un análisis de la cantidad de basura que se recolecta.
- **Busquen** recipientes adecuados para la clasificar la basura. Por ejemplo, si hay una gran cantidad de basura inorgánica, buscamos un cartón más grande; si hay menos o casi nada de desechos peligrosos, buscamos una caja más pequeña.
- **Recolecten** cartones de diferentes tamaños.
- **Pinten** los recipientes de colores y **decórenlos**, a fin de que se pueda identificar el tipo de basura que se debe colocar en cada uno.

Shutterstock, 560473348.

Shutterstock, 584525623.

Evaluación

1. **Identifiquen**, mediante mediciones y comprobaciones, cuáles de los recipientes son proporcionales en su tamaño y forma.
2. **Realicen** un análisis sobre la utilidad de la clasificación de basura y si se dio un buen uso a los recipientes dentro de la clase.

Aplico en la vida cotidiana

Tema: Identificamos medidas en un mapa

Factor escala

Situación cotidiana

En diferentes ocasiones, nos hemos encontrado con mapas para saber la distancia que hay de un lugar a otro. Esto nos ayuda a saber el tiempo aproximado de llegada a un lugar específico. Además, podemos saber la superficie aproximada de una ciudad o provincia.

Mapa político Ecuador, (2019).www.mapsofworld.com

Daniela y su familia viven en Quito. Viajaron a la ciudad de Riobamba a conocer sus famosos parques históricos. Luego, visitarán la ciudad de Guayaquil para conocer el hermoso Malecón. Daniela consiguió un mapa, como el que se muestra a continuación, con el fin de conocer la distancia que existe entre estas ciudades. El mapa de Daniela está realizado a una escala de 1: 50 000. Ella mide en el mapa la distancia que hay de Quito a Riobamba y la que existe entre la ciudad de Riobamba y la ciudad de Guayaquil. La joven obtiene 4 cm y 4,4 cm, respectivamente.

¿Cuál es la medida real en kilómetros de la distancia entre Quito y Riobamba? ¿Y la distancia entre Riobamba y Guayaquil?

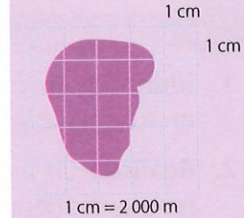
Reflexiona

- **Fíjate** en el mapa y **dibuja** en tu cuaderno el esquema.
- ¿Qué significa la expresión "1: 50 000" en el mapa mostrado?
- **Comprueba** tu respuesta.
- **Mide** en un mapa las distancias que hay entre otras ciudades que escojas y **escribe** la distancia aproximada que hay entre ellas.

Resuelve la situación

- Raúl quiere calcular el área de su barrio. Para ello, dispone del mapa, mostrado en la figura.

  Calcula aproximadamente el área del barrio de Raúl, en kilómetros cuadrados.

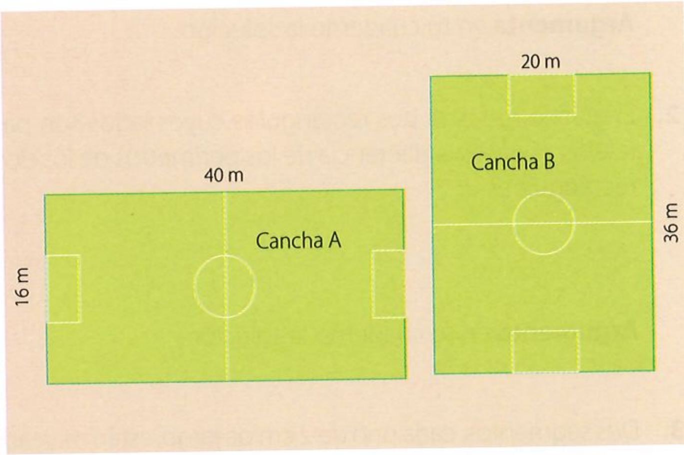


Tema: Midiendo espacios

Áreas y perímetros

Situación cotidiana

El cálculo de áreas y perímetros es muy útil en nuestra vida cotidiana. Constantemente, debemos calcular áreas: para embaldosar un piso, empapelar una pared, comprar tela para confeccionar una prenda, colocar césped en un terreno, entre otras actividades.



Luisa y Fernando entrenan en su colegio para una competencia atlética. Su entrenador les pidió dar tres vueltas alrededor de cada cancha, como parte del calentamiento de rutina. Luisa escogió la cancha A y Fernando escogió la cancha B. ¿En cuál de las canchas un estudiante corre menos distancia? ¿Cuál de las canchas te parece que ocupa más espacio dentro del colegio?

Reflexiona

- ¿Cuál es la diferencia entre área y perímetro de una cancha?

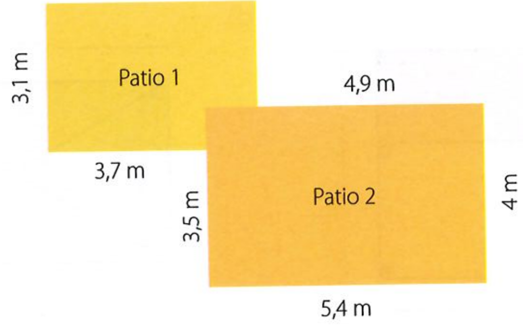
- **Comprueba** tu respuesta.

- ¿Crees que tienen la misma superficie las dos canchas? **Argumenta** la respuesta.

- Si quieren colocar césped en las dos canchas del colegio y cada metro cuadrado tiene un costo de $ 2,40, ¿cuánto deberán pagar en total?

Resuelve la situación

- La casa de Fidel tiene dos patios contiguos. Si desea colocar piso de cerámica y le cobran por cada metro cuadrado $ 18,50, ¿cuánto paga en total?

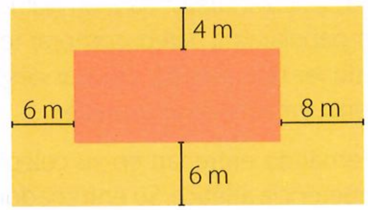


Olimpiadas matemáticas

1. Ricardo quería cortar un pedazo de madera en nueve pedazos de la misma longitud y marcó los puntos donde debía cortar. Luciana quería cortar el mismo pedazo de madera en solo ocho pedazos de la misma longitud y marcó los puntos donde debía cortar. Si el pedazo de madera se corta en todos los puntos que ambos marcaron, ¿cuántos pedazos de madera se obtendrán?

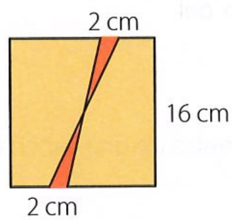
   Argumenta en tu cuaderno la solución.

2. El gráfico muestra dos rectángulos cuyos lados son paralelos. ¿Cuál es la diferencia de los perímetros de los dos rectángulos?



   Argumenta en tu cuaderno la solución.

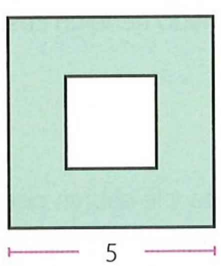
3. Dos segmentos, cada uno de 2 cm de largo, están marcados en lados opuestos de un cuadrado de lado 16 cm. Los extremos de los segmentos se unen como se muestra en el diagrama. ¿Cuál es el área sombreada?



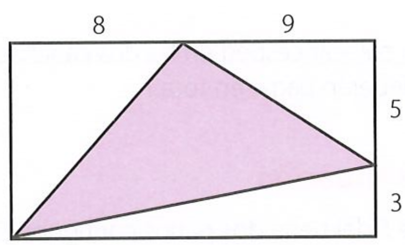
   Argumenta en tu cuaderno la solución.

4. **Halla** el área de la región sombreada en cada gráfico.

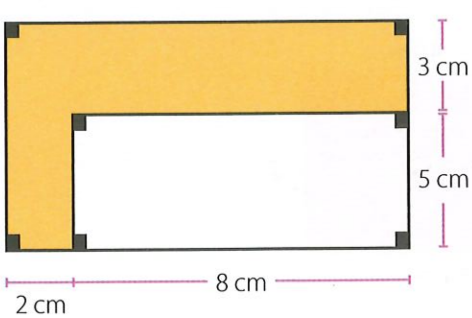
a)



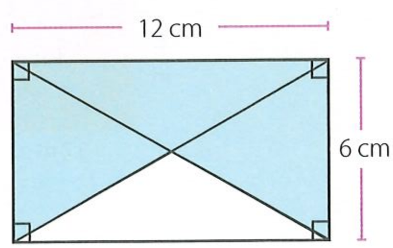
c)



b)



d)



Adaptado de: http://www.ommenlinea.org

Refuerza tus aprendizajes

1. **Lee** y **analiza**.

¿Cuántos cuadriláteros hay en total?

Escoge la respuesta correcta.

a) 13 **c)** 15

b) 12 **d)** 20

2. **Lee** y **analiza**.

¿Qué número continúa la secuencia?

$12 \quad 4 \quad \frac{4}{3} \quad \frac{4}{9} \quad \frac{4}{27}$

Escoge la respuesta correcta.

a) $\frac{4}{30}$ **c)** $\frac{4}{81}$

b) $\frac{2}{15}$ **d)** $\frac{27}{4}$

3. **Lee** y **analiza**.

Hace 20 años tenía la mitad de la edad que tendrá luego de 16 años. ¿Cuál es su edad actual?

Escoge la respuesta correcta.

a) 40 años **c)** 64 años

b) 60 años **d)** 56 años

4. **Lee** y **analiza**.

El promedio de 7 números es 15. Si la suma de tres números es 45, ¿cuál es la suma de los otros cuatro?

Escoge la respuesta correcta.

a) 45 **c)** 75

b) 60 **d)** 90

5. **Lee** y **analiza**.

Lucas tiene el 5 % de \$ 800, Felipe tiene el 6 % de \$ 1 200 y Rosa tiene el 25 % de 600. ¿Cuánto dinero tienen los tres juntos?

Escoge la respuesta correcta.

a) \$ 72 **c)** \$ 452

b) \$ 262 **d)** \$ 222

6. **Lee** y **analiza**.

¿Qué expresión representa los tres cuartos de la mitad del 40 % de x?

Escoge la respuesta correcta.

a) $\frac{4}{30}x$ **c)** $\frac{1}{20}x$

b) $\frac{1}{4}x$ **d)** $\frac{3}{20}x$

7. **Lee** y **analiza**.

La quinta parte del lado de un cuadrado es 3x. ¿Cuánto es su perímetro?

Escoge la respuesta correcta.

a) $\frac{3}{5}x$ **c)** $60x$

b) $15x$ **d)** $225x$

8. **Lee** y **analiza**.

La suma de dos números es 87 y su diferencia es 37. ¿Cuál es el número mayor?

Escoge la respuesta correcta.

a) 25 **c)** 47

b) 62 **d)** 37

9. **Lee** y **analiza**.

¿Qué parentesco tiene conmigo la hija de la única hija de mi abuela?

Escoge la respuesta correcta.

a) Prima **c)** Hermana

b) Tía **d)** Nieta

10. **Lee** y **analiza**.

Lorena y sus tres hermanas viven en un edificio de cuatro pisos; cada una, en un piso. Camila vive en el primer piso, Alicia vive más abajo que Rocío y Lorena vive un piso más arriba que Alicia. ¿En qué piso vive Alicia?

Escoge la respuesta correcta.

a) Primero **c)** Tercero

b) Segundo **d)** Cuarto

11. Lee y **analiza**.

¿Cuánto es $Z - 40$?

556	551	541	526	Z

Escoge la respuesta correcta.

a) 506
c) 406
b) 466
d) 566

12. Lee y **analiza**.

La relación de dos números es de 5 a 8. Si la suma es 52, ¿cuál es la diferencia de estos números?

Escoge la respuesta correcta.

a) 30
c) 8
b) 12
d) 2

13. Lee y **analiza**.

El 40 % de empleados de una empresa están casados. Si el número de solteros es 45, ¿cuántos empleados son en total?

Escoge la respuesta correcta.

a) 85 empleados
c) 105 empleados
b) 60 empleados
d) 75 empleados

14. Lee y **analiza**.

Un pastel cuesta \$ 13, pero el valor del pastel es 5 dólares más que el valor del empaque. ¿Cuál es el valor del empaque?

Escoge la respuesta correcta.

a) 4 dólares
c) 2 dólares
b) 3 dólares
d) 5 dólares

15. Lee y **analiza**.

2	4	-4
4	16	8
5	25	¿?

Escoge la respuesta correcta.

a) 12
c) 17
b) 16
d) 21

16. Lee y **analiza**.

$$\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^5\left(\frac{1}{4}\right)^5\left(\frac{1}{4}\right)^{-6}}{\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{1}{4}\right)^2}=$$

Escoge la respuesta correcta.

a) 1/4
c) 1/16
b) 4
d) 1/64

17. Lee y **analiza**.

$$\left(\frac{\sqrt[3]{1+\frac{19}{8}}}{-\frac{10}{5}+\frac{3}{6}}+\frac{2}{7}\right)^{-3}$$

Escoge la respuesta correcta.

a) −343/125
c) 343/125
b) −125/343
d) 125/343

18. Lee y **analiza**.

$$\frac{\frac{2-\sqrt{\frac{4}{25}}}{\frac{4}{5}}+\frac{3-\left(\sqrt{9}\right)^{-1}}{\frac{4}{3}}}{\frac{\sqrt{16}-\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}}+\frac{4\frac{4}{5}}{24}}\times\left(\frac{100-23}{40}\right)=$$

Escoge la respuesta correcta.

a) 10
c) −1
b) −10
d) 1

19. Lee y **analiza**.

$$\sqrt{25}+\frac{\sqrt[3]{32\div 4}}{1+\frac{2^{-1}}{2-\sqrt{\frac{1}{16}}}}=$$

Escoge la respuesta correcta.

a) 9/59 **c)** −9/59

b) 59/9 **d)** −59/9

20. Lee y **analiza**.

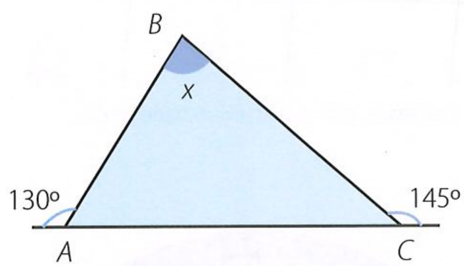
$$3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3}}}+\sqrt{\sqrt{\frac{1}{81}}}=$$

Escoge la respuesta correcta.

a) 30/121 **c)** −30/121

b) 121/30 **d)** 121/30

21. Lee y **analiza**.

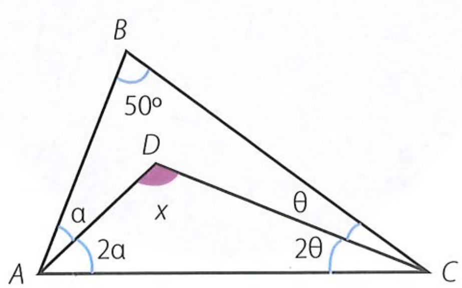


Escoge la respuesta correcta.

a) 90º **c)** 95º

b) 80º **d)** 75º

22. Lee y **analiza**.



Escoge la respuesta correcta.

a) 120º **c)** 90º

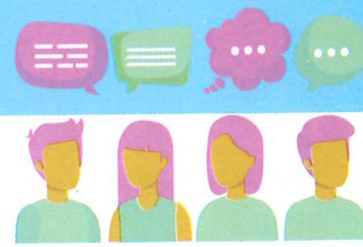
b) 85º **d)** 93,4º

Luego de desarrollar y resolver los ejercicios anteriores, debes pintar la opción que consideres correcta, de acuerdo a las instrucciones.

Instrucciones

Correcto **Incorrecto**

1)	A	B	C	D
2)	A	B	C	D
3)	A	B	C	D
4)	A	B	C	D
5)	A	B	C	D
6)	A	B	C	D
7)	A	B	C	D
8)	A	B	C	D
9)	A	B	C	D
10)	A	B	C	D
11)	A	B	C	D
12)	A	B	C	D
13)	A	B	C	D
14)	A	B	C	D
15)	A	B	C	D
16)	A	B	C	D
17)	A	B	C	D
18)	A	B	C	D
19)	A	B	C	D
20)	A	B	C	D
21)	A	B	C	D
22)	A	B	C	D



Años bisiestos: ¿por qué existen y desde cuándo?

"Sabemos que un año tiene 365 días, pero cada cuatro años sucede que, en el calendario, el mes de febrero aparece con 29 días, como ocurrió en el año 2020 y sucederá en el año 2024.

Los años que tienen 366 días se llaman años bisiestos. Pero, ¿por qué ocurre esto? ¿Quién lo decidió y en qué se basaron?

Nuestro planeta no solamente tarda 365 días en dar una vuelta al Sol sobre su órbita como algunos piensan, sino 5 horas, 48 minutos y 56 segundos más.

Fue en la época del emperador romano Julio César, hace más de dos mil años, que se manejaba el calendario juliano y se percataron que ese exceso de tiempo no cuadraba con sus mediciones.

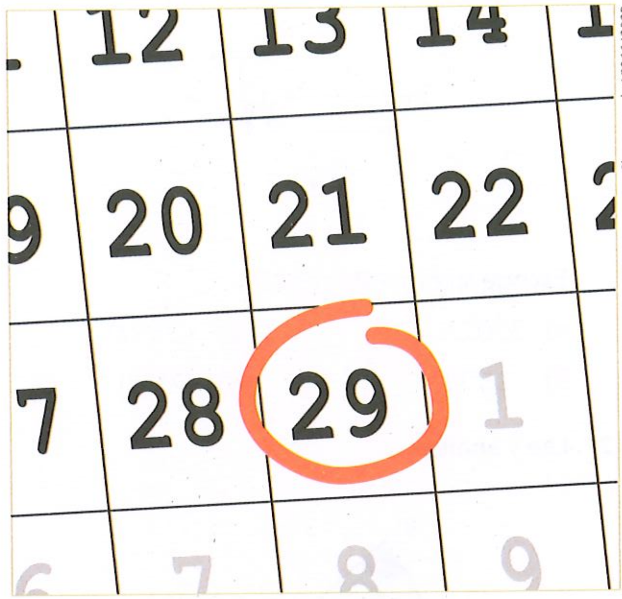
César adoptó el sistema decretando un «año de confusión» de 445 días (el 46 a. C.) para corregir de un plumazo la desviación que se había producido durante años. A continuación, estableció un año de 365,25 días que simplemente añadía un día bisiesto cada cuatro años.

Pero este sistema no era del todo perfecto, pues el cuarto de día que se añade al año bisiesto anualmente es algo más largo que los 0,242 días restantes del año solar.

El papa Gregorio XIII, en 1582, reformó el calendario y aquel año sacaron diez días del mes de octubre y modificaron las normas del día bisiesto para corregir el problema.

Ahora nos saltamos los años bisiestos divisibles por 100, como el año 1900, a no ser que sean divisibles por 400, como el año 2000, en cuyo caso se respetan.

Este sistema produce una duración anual media de 365,2425 días, solo medio minuto más largo que el año solar. A este ritmo, el calendario gregoriano tardará 3 300 años en desplazarse un día del ciclo estacional".



Shutterstock, 1596648892.

En los años bisiestos, el mes de febrero tiene 29 días.

Shutterstock, 64936339.

En la época del emperador romano Julio César, hace más de dos mil años, se manejaba el calendario juliano.

Fuente: https://www.nationalgeographic.es/historia/2020/02/origenes-del-ano-bisiesto

Ficha de comprensión lectora

1. ¿Cuál es el tema principal del artículo?

2. Según la lectura, ¿cuántos días tiene un año bisiesto? ¿Cuál es el próximo año bisiesto?

3. ¿Es cierto el hecho de que la Tierra tarda 365 día exactos en girar alrededor del Sol?

4. ¿A qué fracción de día equivalen las 5 horas, 48 minutos y 56 segundos más que demora la Tierra en dar la vuelta alrededor del sol?

5. ¿Quién trató de igualar esta diferencia y qué hizo?

6. ¿Consideras que, al añadir un día cada cuatro años, se compensa el exceso de los 365 días?

7. Con el calendario gregoriano, ¿con cuántos segundos es más largo el año calendario que el año solar?

Ficha de escritura académica

Actividad personal

1. **Investiga** en Internet acerca de los calendarios que se han adoptado y **elabora** una línea del tiempo. **Presenta** tu trabajo en una hoja A4.

2. **Ingresa** a Internet **busca** imágenes sobre el tema y **realiza** un *collage*.

3. Si la diferencia entre el año calendario y el año solar es de medio minuto, ¿qué tiempo deberá pasar para que este desfase sea de un día completo?

4. **Conversa** con amigos y familiares. **Averigua** si alguien nació un 29 de febrero. ¿Cómo celebran ellos sus cumpleaños?

Shutterstock, 125574206.

Actividad colaborativa

5. **Formen** grupos y **utilicen** las TIC de su preferencia para desarrollar la siguiente tarea: crear una infografía digital que resuma la lectura anterior.

   Presenten su trabajo ante el resto de la clase. **Tomen en cuenta** las siguientes recomendaciones:

   - Debe haber un organizador gráfico.
   - Incluir imágenes.
   - Los textos deben ser sintéticos y precisos.
   - Hay que citar las fuentes de donde se obtuvieron textos e imágenes.

Shutterstock, 1508727182.

Compruebo mis aprendizajes

Evaluación sumativa

I.M.4.1.3. / I.M.4.5.1. / I.M.4.5.2. / M.4.5.1.

Escoge la respuesta correcta en cada caso.

1. El resultado de $\dfrac{\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}\left(\frac{5}{8}\right)^{-2}\left(\frac{4}{5}\right)^{-2}}{\left(\frac{1}{8}\right)^{-2}\left(\frac{1}{5}\right)^{-3}}$ es:

a) 2^7 c) 5^3

b) 2^{-7} d) $5^3 2^7$

2. El resultado de $\dfrac{\sqrt{\left(\frac{1}{25}\right)\left(\frac{9}{4}\right)^{-1}\left(\frac{4}{7}\right)^{2}}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{3}+\left(\frac{2}{5}\right)}$ es:

a) $\dfrac{64}{121}$ c) $\dfrac{441}{64}$

b) $-\dfrac{64}{121}$ d) $-\dfrac{441}{64}$

3. El resultado de $\sqrt{\left(\frac{4}{9}\right)^{-2}}-\frac{1}{8}\div\frac{3}{4}+\left(\frac{3}{10}\right)\left(-\frac{15}{4}\right)-3^{-1}=$ es:

a) $\dfrac{5}{8}$ c) $\dfrac{4}{5}$

b) $\dfrac{3}{4}$ d) $\dfrac{1}{4}$

4. **Analiza,** según las medidas dadas, qué triángulo no puede trazarse.

a) 7 *cm*; 5 *cm*; 10 *cm*

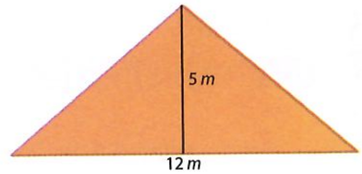
b) 12 *cm*; 10 *cm*; 15 *cm*

c) 3,2 *cm*; 2,4 *cm*; 4 *cm*

d) 5 *cm*; 3 *cm*; 8 *cm*

5. Lorena quiere cubrir con césped su terreno triangular. Una carretilla de césped cubre 15 m^2.

¿Cuántas carretillas necesita Lorena para cubrir su terreno?



a) 2 carretillas c) 4 carretillas

b) 3 carretillas d) 5 carretillas

6. **Relaciona** el punto de intersección y sus líneas notables.

A) alturas	1. baricentro
B) medianas	2. incentro
C) bisectrices	3. ortocentro
D) mediatrices	4. circuncentro

a) A1; B2; C3; D4

b) A2; B3; C4; D1

c) A3; B1; C2; D4

d) A4; B1; C2; D3

7. **Completa** con las palabras correctas.

Se puede trazar una circunferencia inscrita en un triángulo, al trazar las

a) alturas y medianas

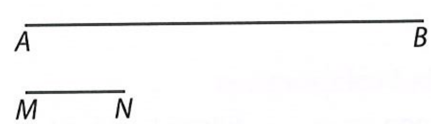
b) bisectrices y mediatrices

c) medianas y bisectrices

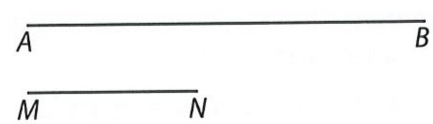
d) alturas y bisectrices

8. Cuál de los siguientes gráficos cumple con la condición de proporcionalidad de 3 a 5.

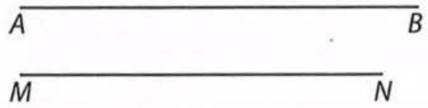
a)



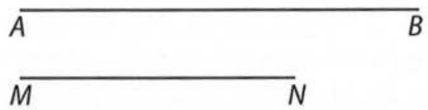
b)



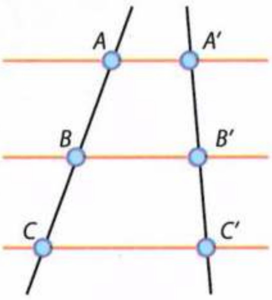
c)



d)



9. ¿Qué relación de proporcionalidad es la correcta?



a) $\frac{\overline{AC}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{CB}}{\overline{C'B'}} = \frac{\overline{BA}}{\overline{B'C'}}$

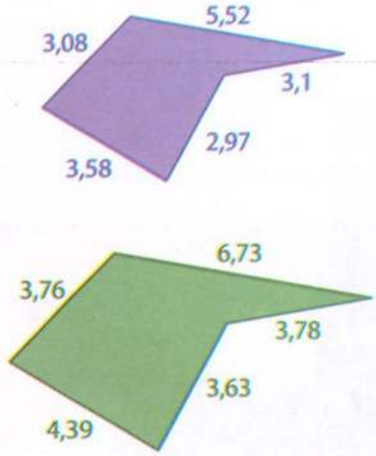
b) $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C'}}$

c) $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$

d) $\frac{\overline{AA'}}{\overline{BB'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}$

Coevaluación

10. Demuestren si las dos figuras son semejantes y **escojan** cuál es la razón de proporcionalidad.



a) 0,99

b) 0,68

c) 1,22

d) 1,5

11. Expreso mis emociones. Si ves a un compañero con problemas de sociabilidad, ¿te acercarías a él para integrarlo a tu círculo de amigos? **Explica** tu respuesta.

Autoevaluación

12. Pinta según la clave.

Puedo ayudar a otros **Resuelvo por mí mismo** **Necesito ayuda** **Estoy en proceso**

Contenidos	Identifico y aplico propiedades de la potenciación y radicación.	
	Resuelvo operaciones combinadas con números racionales.	
	Identifico líneas y puntos notables de triángulos.	
	Construyo triángulos de acuerdo con sus medidas y ángulos.	
	Identifico la razón de proporcionalidad entre segmentos y figuras.	

Metacognición

- ¿Aclaraste dudas y necesidades con los temas aprendidos?
- ¿En qué momento de tu vida puedes utilizar algunos de los temas aprendidos?
- ¿Para qué te servirá lo aprendido?

unidad 5

Monomios. Conjuntos. Teorema de Pitágoras

La ciencia y la tecnología constituyen, hoy en día, un motor importante para el desarrollo de la humanidad. No existe actividad en el planeta en la que estas dos áreas no estén inmersas. Gracias a los descubrimientos científicos, los avances y las innovaciones tecnológicas, el ser humano puede gozar de una mejor calidad de vida. Esto se evidencia, además, en el progreso y crecimiento de sectores como la agricultura, la minería, la industria, la salud, los medios de comunicación. Ciencia y tecnología necesitan estar ligadas para lograr un proceso integral en la construcción de nuevos inventos.

Shutterstock, 61876534.

Preguntas generadoras

- ¿De qué manera crees que los avances tecnológicos han ayudado en el campo de la salud?
- Nombra dos eventos de tu vida en los que hayas utilizado avances tecnológicos.
- Averigua con tus padres de qué manera se comunicaban anteriormente y cuál es la diferencia con las formas de comunicarse en la actualidad.

Lo que vamos a aprender

Álgebra y funciones

- Monomios
- Grado de un monomio
- Monomios semejantes
- Conjuntos: relación y determinación

Geometría y medida

- Proposiciones simples y compuestas
  - Disyunción, conjunción e implicación
- Congruencia de triángulos
- Teorema de Pitágoras
- Simetría y homotecia

Objetivos

O.M.4.3. / O.M.4.5. / O.M.4.7.

Tema 1 Monomios

Saberes previos

¿Cómo escribes con símbolos matemáticos "el valor de 5 cuadernos, si cada uno cuesta \$ d"?

Recuerda que...

Al signo "×" de la multiplicación lo podemos sustituir por el signo "·".

$2 \times a \Rightarrow 2 \cdot a$

En la unidad 2 revisamos las expresiones algebraicas. Estas son cantidades desconocidas, representadas con variables (letras). Por ejemplo, si para su cumpleaños, Rebeca recibe de su tía cierta cantidad de dinero, la representamos por x. Si sus abuelitos le reglan el triple de esa cantidad, será $3x$.

Tía: x dólares

Shutterstock, 424318885

Abuelitos: $3x$ dólares

¿Sabías que?

Cuando el coeficiente de un monomio es 1, este coeficiente se sobrentiende y no se escribe.

La expresión algebraica más sencilla recibe el nombre de monomio.

Un monomio es una expresión algebraica que no contiene las operaciones de suma y resta. Un monomio consta de dos partes: el coeficiente o número y la parte literal, que puede o no estar elevada a un exponente.

$$\underbrace{2}_{\text{Coeficiente}}\overbrace{ab^2}^{\text{Parte literal}}$$

Recuerda que...

Un monomio tiene solo exponentes naturales.

No son ejemplos de monomios:

$3x^{-3}$

$2\sqrt{x}$

Ejemplo 1

Señalamos las partes del monomio en cada expresión algebraica.

a) $x^2y \rightarrow$ el número 5 es el **coeficiente** y x^2y es la **parte literal**.

b) $-3mnp \rightarrow$ el número -3 es el **coeficiente** y mnp es la **parte literal**.

c) $-ab^3 \rightarrow$ el número -1 es el **coeficiente** y ab^3 es la **parte literal**.

Reglas de escritura del lenguaje algebraico

- Cuando el signo de la multiplicación aparece entre letras o entre un número y una letra, se suprime. $7 \cdot b \cdot c = 7bc$
- No se escribe el coeficiente 1. $1x^3y^4 = x^3y^4$
- No escribimos el exponente 1. $a^1b^2c^1 = ab^2c$

M.4.1.9. Aplicar las propiedades algebraicas (adición y multiplicación) de los números enteros en la suma de monomios homogéneos y la multiplicación de términos algebraicos.

Grados de un monomio

El **grado absoluto** de un monomio está dado por la suma de todos los exponentes de sus variables.

El **grado relativo** de un monomio está dado por cada exponente de sus variables.

Ejemplo 2

Encontramos el grado absoluto del monomio y relativo de cada letra.

Solución

$5a^3b^2c \longrightarrow$ Grado absoluto: $3 + 2 + 1 = 6$

Grados relativos:

Grado de a: 3

Grado de b: 2

Grado de c: 1

Suma de monomios

La suma de monomios es posible entre monomios semejantes.

Para sumar dos o más monomios, se suman los coeficientes y se conserva la parte literal.

Ejemplo 3

Sumamos:

$3ab; -7ab; 2ab$

Solución

$(3 - 7 + 2)ab = -2ab$

Multiplicación de monomios

Para multiplicar dos o más monomios, se encuentra el producto de los coeficientes y las letras. Si existen letras iguales, se aplica el producto de potencias de igual base.

Ejemplo 4

Multiplicamos:

$(-5xy) \cdot (4xy^2z)$

Solución

$= (-5xy) \cdot (4xy^2z) = -5 \cdot 4x^{1+1}y^{2+1}z = -20x^2y^3z$

Ejemplo 5

Multipliquemos los monomios: $(-2x^2y)(4x^3y^2)$

$(-2x^2y)(4x^3y^2) = -2(4)x^{2+3}y^{1+2} = -8x^5y^3$

¿Sabías que?

Monomios semejantes son los que tienen la misma parte literal: las mismas letras con los mismos exponentes.

$2x^3n^2y - 4x^3n^2$ son semejantes.

$6x^2n^3y - 6x^3n^2$ no son semejantes.

Recuerda que...

Para dividir dos monomios, se dividen sus coeficientes y se aplica el cociente de potencias de igual base.

$6m^3n \div -3m^3n =$

$-3m^{3-1}n^{1-1} =$

$-2m$

Competencia digital

Ingresa al siguiente enlace web: *lynk.ec/8m27*

Imprime la página 2 y **refuerza** tu conocimiento.

Taller

Evaluación formativa

I.M.4.2.1.

1. **Identifica** las expresiones que representan a un monomio.

a) $-4x^2z$

b) $-a^2b^3c^4$

c) $-x+y$

d) $-7+s$

e) a^2-b^2

f) $-4+x$

g) t

h) $-ab^2+c$

i) a^2-b^2

j) $\frac{4}{3}\pi r^3$

2. **Copia** en tu cuaderno y **colorea** los monomios de este grupo de expresiones.

$3xy^2$	$6mn^{-2}$	$2m+2$
$x+y$	$3a^3b^2$	$-5x^3y^4$
$2x^{-2}y^4$	$x+y^2$	$9xyz$

3. **Copia** en tu cuaderno y **completa** la siguiente tabla:

Monomio	Coeficiente	Parte literal	Grado
$8x^2y$			
$5mno^3$			
x^2y^3			
$\frac{3}{4}p^2qr$	En tu cuaderno		
$-9m^2n^3z$			
$\frac{1}{3}x^5y^3$			

4. **Escribe** en tu cuaderno un monomio del grado solicitado.

Grado 3	Grado 1
Grado 5	Grado 8
Grado 12	Grado 6

5. **Relaciona** cada monomio con su semejante.

a) $-6mn^4$	1) m^5
b) $-mno$	2) $-6m^4n$
c) $3m^4n$	3) $5mno$
d) $-2m^5$	4) $-9m^2n^2o$
e) $-m^2n^2o$	5) $-2mn^4$

6. **Escribe** en tu cuaderno cuatro parejas de monomios semejantes.

7. **Copia** en tu cuaderno el cuadro y **escribe**, junto a cada monomio, otro que tenga el mismo grado.

	Monomio 1	Monomio 2
a)	$4abc$	
b)	$8a^2b^3c$	
c)	$\frac{1}{2}op^6q$	En tu cuaderno
d)	$5x^3y^2z$	
e)	$3m^3n^2$	
f)	$-5a^2b^2c^3$	
g)	$-\frac{4}{3}ay^4x$	
h)	$6m$	

8. **Suma** los siguientes monomios.

a) $3xy + 4xy - 5xy =$

b) $6x^2y + 4x^2y =$

c) $-2ab + 5ab - 5ab =$

d) $8mn^3 - 5mn^3 - 7mn^3 =$

e) $6p^2q^2 - 3p^2q^2 - 2p^2q^2 =$

f) $9ab^4 - 5ab^4 - 2ab^4 =$

g) $-2p^3q + 4p^3q - 8p^3q =$

h) $9xyz + 4xyz - 8xyz =$

i) $-5ab^5 + 10ab^5 - 3ab^5 =$

j) $2rs^3t + 6rs^3t + 8rs^3t =$

9. **Encuentra** la diferencia de los monomios.

a) $3xy - 4xy =$

b) $6x^2y - 7x^2y^2 =$

c) $-2ab - (-5ab) =$

d) $10mn^3 - (-5mn^3) =$

e) $-6p^2q^2 - 3p^2q^2 =$

f) $-12ab^4 - (-5ab^4) =$

g) $-12p^3q - 9p^3q =$

h) $12xyz - (-3xyz) =$

10. **Reduce** los siguientes polinomios a un solo monomio.

a) $-5m^2n + m^2n - 6m^2n + 9m^2n - m^2n + 15m^2n - 3m^2n$

b) $-8x^2 + x^2 - 14x^2 - 10x^2 + 9x^2 - 2x^2 + 15x^2 - 3x^2 + x^2$

c) $4ab^3 + 6ab^3 - 12ab^3 + 8ab^3 - 14ab^3 + 16ab^3$

d) $3xy - 10xy + 18xy - 25xy + 40xy - 16xy + xy$

e) $10ab^3c^5 - 30ab^3c^5 + 50ab^3c^5 - 40ab^3c^5 - 20ab^3c^5 + 100ab^3c^5$

11. **Multiplica** los monomios.

a) $3xy \cdot 4xy =$

b) $3x^2y^2z \cdot (-2x^2z) =$

c) $9mn^2 \cdot (-3mn) =$

d) $3xy \cdot 2x =$

e) $5m^2n \cdot 6abm^2 =$

f) $7mn \cdot (-3am^2) =$

g) $-2ab \cdot 2ab =$

h) $-5xyz \cdot (-2x^2y) =$

i) $(-25b^5)(5b^3cx) =$

j) $(-4x^2y)(3x^3y)(2xyz) =$

k) $(-22x^2y)(6x^3y^3w) =$

l) $(-abc)(abcd) =$

m) $(-14m^2nt)(5t^3y) =$

12. **Encuentra** el cociente entre monomios.

a) $\dfrac{35x^5y^4}{7xy} =$

b) $\dfrac{-20a^4b^5}{4a^2b^2} =$

c) $\dfrac{-72a^5b^4c^5}{-6a^4b^2} =$

d) $\dfrac{-60r^6st^3}{12rst^2} =$

e) $\dfrac{12p^4q^3r^2}{4p^4q^3r^2} =$

Trabajo colaborativo

13. **Trabajen** en parejas.

Elaboren diez tarjetas con monomios diferentes en cada una. **Coloquen** las tarjetas boca abajo. Cada pareja **escoge** una y **nombra** un monomio semejante.

Actividad indagatoria

14. **Acude** a la biblioteca e **indaga** qué es un polinomio algebraico y **escribe** tres ejemplos.

Tema 2 Proposiciones simples y compuestas

Desequilibrio cognitivo

¿Conoces los sólidos geométricos y sus características?

¿Sabías que?

La negación de una proposición cambia su valor de verdad. Se representa con estos signos "~"; "¬" delante de la letra.

Proposiciones simples

Ana y Pamela arman sólidos geométricos y juegan al verdadero y falso. Para eso, escriben las siguientes proposiciones simples y las representan con las siguientes letras:

Shutterstock, 88919872

p: Todos los sólidos son amarillos.

q: Hay dos pirámides.

r: Ninguno es esfera.

Cuáles proposiciones son verdaderas y cuáles son falsas?

p: falsa **q:** verdadera **r:** falsa

Una proposición simple es una oración o enunciado que se comprende como una afirmación que tiene sentido y que puede determinarse como verdadera o falsa.

Competencia socioemocional

Si has tenido experiencias positivas en tu actuar académico o personal, procura transmitirlas a tus compañeros sin menospreciar sus capacidades.

Comenta tu criterio en la clase.

Ejemplo 1

Identificamos si son o no proposiciones. **Justificamos** la respuesta.

a) ¿Vas a tu casa?

b) Juan tiene 40 años.

c) Micaela y Daniela son hermanas y salen al cine.

Solución

a) No es proposición porque es una pregunta.

b) Sí es proposición porque es una afirmación que puede ser verdadera o falsa.

c) Sí es proposición porque es una afirmación que puede ser verdadera o falsa.

Interculturalidad

Las políticas educativas en el Ecuador, para el bienestar de los pueblos y las nacionalidades, han procurado una educación de calidad y reconocen la cultura de los pueblos para lograr aprendizajes en torno de sus vivencias culturales y modos de vida.

Ejemplo 2

Indicamos el valor de verdad de la siguiente proposición y de su negación en una tabla.

Solución

p: La ventana es redonda.

La negación de esta preposición es:

~p: La ventana no es redonda.

Si p es verdadera, la negación de p es falsa.

Si p es falsa, la negación de p es verdadera.

Representación en la tabla	
p	~p
V	F
F	V

En el lenguaje común se utilizan proposiciones simples y proposiciones compuestas. En el lenguaje matemático, que es considerado más preciso y claro, podemos desarrollar el razonamiento de estas proposiciones reemplazando las palabras con letras y símbolos.

M.4.2.1. Definir y reconocer proposiciones simples a las que se puede asignar un valor de verdad para relacionarlas entre sí con conectivos lógicos: negación, disyunción, conjunción, condicionante y bicondicionante; y formar proposiciones compuestas (que tienen un valor de verdad que puede ser determinado).

Proposiciones compuestas

Para formar proposiciones compuestas, se unen proposiciones simples mediante conectores lógicos.

Conjunción

Existe conjunción si las proposiciones simples se unen con la conjunción "**y**", la cual se representa con el signo "∧".

Ejemplo 3

p: El libro es grande.

q: El libro es interesante.

p ∧ q: El libro es grande y el libro es interesante.

Para determinar el valor de verdad de la proposición compuesta, se utiliza la tabla de verdad, en la que se presentan los posibles valores de verdad de las proposiciones simples y sus combinaciones.

Tabla de verdad		
p	q	p ∧ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disyunción

Existe disyunción si las proposiciones simples se unen con la disyunción **"o"**, la cual se representa con el signo "∨".

Ejemplo 4

p: El libro es grande.

q: El libro es pequeño.

p ∨ q: El libro es grande o el libro es pequeño.

La tabla de verdad de la disyunción es:

Tabla de verdad		
p	q	p ∨ q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Implicación

Existe implicación si las proposiciones simples se unen con la implicación **"Si…, entonces"**, la cual se representa con el signo "⇒".

Ejemplo 5

p: Llueve.

q: Se moja el suelo.

p ⇒ q: Si llueve, **entonces** se moja el suelo.

La tabla de verdad de la implicación es:

Tabla de verdad		
p	q	p ⇒ q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Competencia digital

Profundiza en el tema de proposiciones simples y compuestas; ingresando al siguiente enlace web:

lynk.ec/8m28

Recuerda que...

Cuando aseguramos que una proposición es verdadera o falsa, se le está asignando un valor de verdad.

¿Sabías que?

El valor de verdad de una proposición compuesta depende del valor de verdad de las proposiciones simples que la componen y de la propiedad de la operación lógica.

Taller — Evaluación formativa

I.M.4.4.1.

1. **Selecciona** en tu cuaderno las expresiones que son proposiciones.

   a) 5 es múltiplo de 10.

   b) ¡Levántate temprano!

   c) María usa lentes.

   d) ¿Has entendido lo que es una proposición?

   e) ¡Estudia esta lección!

   f) Cambia de cuaderno.

   g) El gato es un herbívoro.

   h) El triángulo tiene 3 ángulos.

   i) Todos los cuadrados son paralelogramos.

   j) Quito es la capital del Ecuador.

   k) Mañana lloverá.

   l) Europa es un continente.

   m) Cuidado con el perro.

   n) Prohibido fumar.

   o) 2 es un número irracional.

2. **Determina** si las siguientes proposiciones son verdaderas (V) o falsas (F).

   a) 5 es divisor de 20.

   b) 345 es divisible para 3.

   c) Todo cuadrado tiene 3 ángulos.

   d) Quito es la capital del Ecuador.

   e) Tungurahua es una provincia del Ecuador.

   f) Los ángulos internos de un triángulo suman 90º.

   g) El cero es el módulo de la adición.

   h) Todos los cuadriláteros son paralelogramos.

   i) El aluminio es un metal.

   j) Argentina es el país de mayor extensión en América del Sur.

   k) El idioma oficial de Ecuador es el kichwa.

3. **Escrib**e la negación de cada proposición.

   a) El mono tiene plumas.

   b) 23 + 50 es igual 73.

   c) Un cuadrado tiene cuatro ángulos rectos.

   d) Un pentágono tiene seis lados.

   e) La suma de los ángulos de un triángulo es 180°.

   f) El radio mide la mitad del diámetro.

4. **Extrae** tres proposiciones del siguiente texto y **escríbelas** en tu cuaderno

   ¿Cuáles han sido los avances más impactantes del año 2017?

   Podemos nombrar dos de ellos:

   Drones: estos aparatos voladores ya consiguen salvar vidas, y es que se han estado utilizando para captar señales de socorro en catástrofes naturales, investigan daños y localizan a las personas que han de ser rescatadas.

   Gafas de realidad mixta: el ascenso de la realidad virtual en el mercado ha llevado a crear las HoloLens de Microsoft, gafas de realidad mixta que unifican la realidad aumentada y la virtual. Pueden ayudar tanto a clientes como a empresas de todo el mundo a realizar tareas de manera más rápida y segura. Un ejemplo es su intervención en operaciones quirúrgicas.

   Fuente: https://mrhouston.net/blog/7-avances-tecnologicos-2017/

5. **Escribe** en tu cuaderno otra proposición junto a cada una de las mencionadas para hacerlas compuestas.

Observa el ejemplo:

El 15 es múltiplo de 5 y divisor de 30.

a) Mi hermana es profesora.

b) El cuadrado tiene cuatro lados.

c) Guayaquil está en la región Costa.

d) La poesía es una arte.

e) La televisión es un medio de comunicación.

f) El río Amazonas está en Sudamérica.

g) Un pentágono es un polígono.

h) 3 es un número primo.

i) El inverso aditivo de 8 es –8.

6. **Forma** dos proposiciones compuestas, a partir de las siguientes proposiciones simples.

p: Vivo en Ecuador.

q: Estudio Matemática.

r: Tengo 13 años.

s: Tengo una mascota.

7. **Escribe** la negación de la proposición dada; luego, **indica** el valor de verdad en una tabla.

a) **p:** Todos los triángulos son equiláteros.

~ p:

p	~p
~~En tu cuaderno~~	

b) **p:** Todos los números primos son pares.

~ p:

p	~p
~~En tu cuaderno~~	

c) **p:** El pentágono tiene 5 lados.

~ p:

p	~p
~~En tu cuaderno~~	

8. **Simboliza** las siguientes proposiciones.

a) No fui al cine, pero fui al parque.

b) No hice el deber ni traje el cuaderno.

c) Tengo un gato, aunque no tengo un perro.

d) Juego con mis amistades o estudio para el examen.

9. **Determina** las proposiciones simples y **simboliza** las siguientes proposiciones compuestas.

a) No es cierto que Ecuador y Colombia están en Europa.

b) Me gusta la música y navegar en Internet.

c) No es cierto que no me guste el fútbol.

d) Un polígono es regular si y solo si tiene sus lados iguales.

e) Si no tuviera deberes, iría al cine.

10. **Determina** el valor de verdad de las proposiciones compuestas, para cada valor de verdad de las proposiciones simples siguientes.

a) $v(p) = V; v(q) = V$ $\quad v[\sim(p \wedge q)] =$

b) $v(p) = F; v(q) = V$ $\quad v[\sim(p \vee q)] =$

c) $v(p) = V; v(q) = F$ $\quad v[\sim(p \Rightarrow q)] =$

d) $v(p) = V; v(q) = V$ $\quad v\sim(p \wedge q) =$

e) $v(p) = V; v(q) = F$ $\quad v(p \vee \sim q) =$

f) $v(p) = F; v(q) = F$ $\quad v[\sim(p \Rightarrow q)] =$

Trabajo colaborativo

11. **Trabajen** en parejas.

Escriban dos proposiciones compuestas que contengan implicación y **establezcan** el valor de verdad. **Representen** en una tabla.

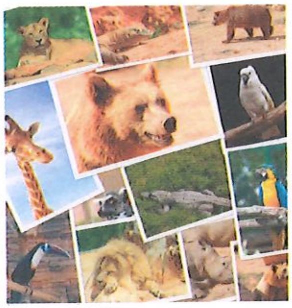
Actividad indagatoria

12. **Indaga** sobre una noticia actual. **Escribe** dos proposiciones simples, dos compuestas y **establece** el valor de verdad en ellas.

Tema 3 Conjuntos, relaciones y determinación

Saberes previos

Si tienes muchos cromos, cada uno con la imagen de un animal, ¿de qué manera los clasificarías?



Shutterstock, 222267340

En casi todos los objetos de la vida cotidiana se pueden ver conjuntos.

Ricardo y Fabiana realizan un trabajo de investigación sobre la clase de algunos animales. Si representamos con O a los ovíparos y con V a los vivíparos, tendríamos lo siguiente:

O = {cacatúa, tucán lagarto, loro}

V = {jirafa, oso, león, tigre, rinoceronte}

Un conjunto es una colección de objetos que tiene una característica común. Estos objetos se denominan elementos.

Pertenencia

La relación de pertenencia se da entre elementos de un conjunto. Para indicar que un elemento pertenece a un conjunto, utilizamos el símbolo $\in$. Para indicar que no pertenece, utilizamos el símbolo $\notin$.

Recuerda que...

A los conjuntos se los nombra con una letra mayúscula del alfabeto.

La cacatúa $\in$ al conjunto O

El tucán $\in$ al conjunto O

El loro $\in$ al conjunto O

El lagarto $\in$ al conjunto O

La jirafa $\notin$ al conjunto O

El oso $\notin$ al conjunto O

El león $\notin$ al conjunto O

El tigre $\notin$ al conjunto O

Contenencia

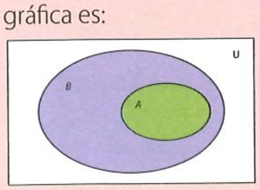
La relación de **contenencia** se da entre conjuntos. Un conjunto ***M*** está contenido en un conjunto ***N***, o es subconjunto, si todo elemento de ***M*** es también elemento de ***N***.

M contenido en *N* $\quad M \subset N \quad$ *M* no está contenido en *N* $\quad M \not\subset N$

Si $M \subset N$ y $N \subset M$, entonces $M = N$

¿Sabías que?

Si A$\subset$B, entonces A es subconjunto de B. Su representación gráfica es:



Ejemplo 1

Determinamos si los conjuntos A o B son subconjuntos de M:

M = {0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20}

a) A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

b) B = {4, 8, 12, 16, 20}

Solución

a) A no es subconjunto de M; $A \not\subset M$, ya que 1 $\in$ A, pero 1 $\notin$ M.

b) B sí es subconjunto de M; $B \subset M$, porque todos los elementos que pertenecen a B también pertenecen a M.

M.4.2.4. Definir y reconocer conjuntos y sus características para operar con ellos (unión, intersección, diferencia, complemento) de forma gráfica y algebraica.

Determinación de conjuntos

Un conjunto se determina por **extensión** si se nombra cada uno de sus elementos, y por **comprensión** cuando se menciona una característica común a todos ellos.

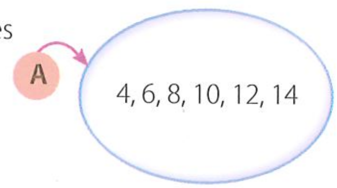
Un conjunto se determina por comprensión cuando se da una propiedad que la cumplan todos los elementos del conjunto. Se expresa mediante una regla.

Por comprensión

$A = \{x / x \in \mathbb{N}, x \text{ es par}, 4 \leq x < 16\}$

Se lee: x tal que x, pertenece a los números naturales pares mayores o igual a 4 y menor a 16.

Representación gráfica



Por extensión

$A = \{4, 6, 8, 10, 12, 14\}$

Ejemplo 2

Determinamos por extensión y comprensión los números múltiplos de 5 que van desde -15 al 15, utilizando símbolos matemáticos.

Solución

Por comprensión $C = \{x/x \in \mathbb{Z}, x \text{ es múltiplo de } 5, -15 \leq x \leq 15\}$

Por extensión $C = \{-15, -10, -5, 0, 5, 10, 15\}$

Conjunto complemento

Para conocer el complemento de un conjunto, es necesario saber cuál es el conjunto universo.

El conjunto complemento es aquel que tiene como elementos todos aquellos que no pertenecen al conjunto dado. Se expresa A' o A^c, y se lee "complemento de A".

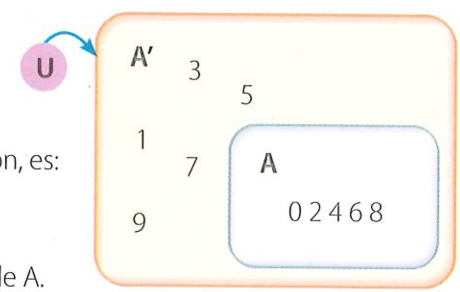
U = {números dígitos}

A = {números dígitos pares}

A' = {números dígitos impares}

Este conjunto, expresado por comprensión, es:

$A' = \{x \in U / x \notin A\}$



Lo que está coloreado es complemento de A.

Si un conjunto es complemento de otro conjunto, se dirá que los dos son complementarios.

Ejemplo 1

Dado U = {a, e, i, o, u} A = {vocales abiertas}, determinar su conjunto complemento.

Solución

$A^c = \{i, u\}$

Competencia socioemocional

Cuando te sientas de buen humor y con optimismo, comparte tus emociones con tus compañeros de clase.

Comenta en la clase cómo actuarías en este caso.

Recuerda que...

Existen otros símbolos de relación de conjuntos:

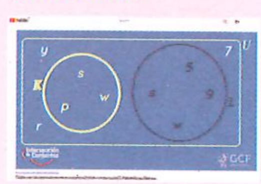
= es igual a

≠ no es igual a

Competencia digital

Revisa más sobre conjuntos y sus operaciones; para esto, **ingresa** al siguiente enlace web:

lynk.ec/8m29



I.M.4.4.1.

1. **Identifica** características de los elementos y **forma** tres conjuntos con ellos.

2	5	3	20	25	30
18	24	40	32	50	36
45	28	12	39	60	75

A =

B =

C =

2. Sean los conjuntos:

A = {d } **B** = {c, d }

C = {a, b, c} **D** = {a, b} **E** = {a, b, d}

Establece si es verdadero (V) o falso (F) cada caso:

a) $D \subset C$

b) $B \neq E$

c) $A \not\subset D$

d) $a \in C$

e) $C = B$

f) $b \in A$

g) $E \subset A$

h) $E \not\subset C$

i) $d \in E$

j) $a \notin D$

3. **Toma en cuenta** como conjunto universal a los estudiantes de tu aula. **Determina**, por extensión, los siguientes conjuntos:

a) Estudiantes que usan lentes.

b) Estudiantes que tienen el cabello ondulado.

c) Estudiantes que tienen hermanos mayores.

d) Estudiantes que son hijos únicos.

e) Estudiantes que no son ecuatorianos.

f) Estudiantes que no tienen hermanas.

g) Estudiantes que no les gusta el fútbol.

4. **Determina** por extensión los siguientes conjuntos:

A = {números pares mayores que 6 y menores que 16}

$N = \{ x/x \in \mathbb{Z}$, x es múltiplo de 3, $-12 \leq x \leq 21\}$

$O = \{ x/x \in \mathbb{Z}$, x es par , $-10 \leq x \leq 4\}$

$P = \{x / x \in \mathbb{Z}; -1 \leq x < 5;\}$

$B = \{x / x \in \mathbb{Z}; x \in [-2, \infty);\}$

$C = \{y / y \in \mathbb{Z}; 3y = 2;\}$

$D = \{x / x$ es un número primo $1 \leq x < 11;\}$

5. **Determina** por comprensión los siguientes conjuntos:

$M = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$Q = \{-11, -9, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7\}$

$P = \{-10, -5, 0, 5, 10, 15, 20, 25\}$

$E = \{-10, -5, 0, 5, 10, 15, 20, 25\}$

$H = \{-10, -5, 0, 5, 10, 15, 20, 25\}$

$J = \{-10, -5, 0, 5, 10, 15, 20, 25\}$

$M = \{-10, -5, 0, 5, 10, 15, 20, 25\}$

6. **Escribe** dos subconjuntos a partir de cada conjunto:

a) **A** = {animales domésticos}

b) **B** = {números enteros}

c) **C** = {x/x provincias del Ecuador}

d) **D** = {frutas cítricas}

e) **B** = {números enteros}

f) **C** = {x/x provincias del Ecuador}

g) **D** = {frutas cítricas}

7. **Escribe** un conjunto universo para cada subconjunto:

a) **A** = {martes, jueves, sábado}

b) **B** = {enero, febrero, marzo}

c) **C** = {agudo, recto}

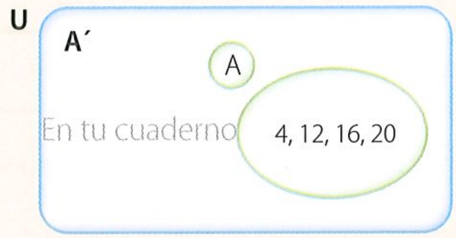
d) **E** = {Cuadriláteros}

e) **F** = {Cantones de la provincia de Pichincha}

f) **G** = {Regiones naturales del Ecuador}

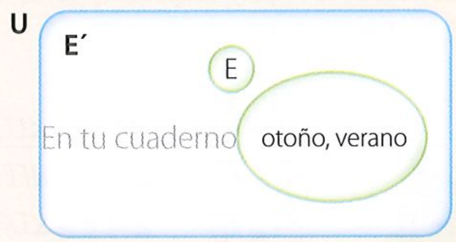
8. En tu cuaderno, **escribe** en cada caso el conjunto complemento en el gráfico correspondiente.

a) **U** = {números pares hasta el 20}



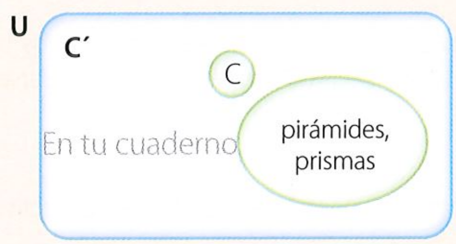
A^c =

b) **U** = {estaciones del año}



E^c =

c) **U** = {cuerpos geométricos}



C^c =

9. En tu cuaderno, **completa** el conjunto complemento y **representa** por comprensión en el diagrama de Venn.

a) **U** = {abecedario}

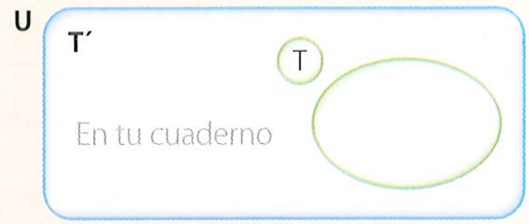
V = {vocales}

V^c =

b) **U** = {clases de triángulos por la medida de sus ángulos}

T = {equiángulo}

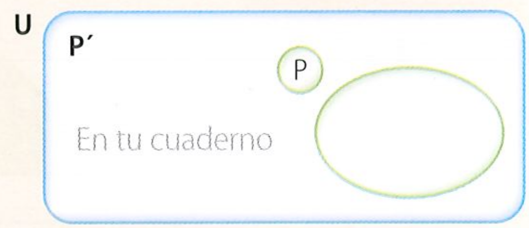
T^c =



c) **U** = {poliedros regulares}

P = {tetraedro, cubo, octaedro}

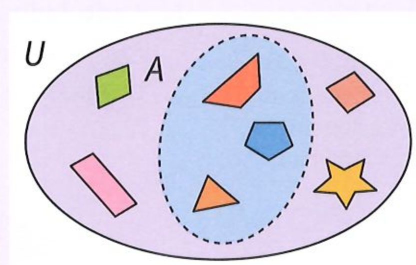
P^c =



Trabajo colaborativo

10. **Trabajen** en parejas.

Analicen el gráfico y **completen** con los símbolos ∈, ∉, ⊂, ⊄, según corresponda.



triángulo	U	estrella	U
círculo	U	estrella	A
rectángulo	U	rombo	A
A	U	trapecio	A
pentágono	A	romboide	U

Actividad indagatoria

11. **Averigua** qué son conjuntos iguales, disjuntos, intersecantes y **escribe** ejemplos de cada uno.

Tema 4 Congruencia de triángulos

Desequilibrio cognitivo

¿Crees que es lo mismo semejantes que congruentes? **Explica** por qué.

Camilo juega con su tangram y quiere saber si los triángulos de la gráfica son congruentes. ¿Cómo puede saber Camilo si lo son o no?

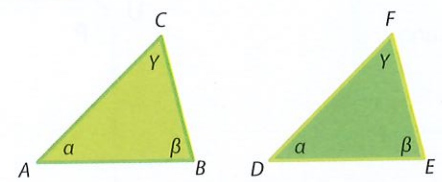
Para que Camilo sepa si los triángulos son congruentes, es necesario que identifique los criterios de congruencia de los triángulos.

¿Sabías que?

Dos figuras son congruentes si no varían sus dimensiones y si sus áreas son iguales.

Dos triángulos son congruentes si sus ángulos correspondientes tienen la misma medida y si sus lados homólogos tienen igual medida.

Son congruentes si:



$\overline{AB} \cong \overline{DE}$ $\measuredangle BAC \cong \measuredangle EDF$

$\overline{BC} \cong \overline{EF}$ y $\measuredangle CBA \cong \measuredangle FED$

$\overline{CA} \cong \overline{FD}$ $\measuredangle ACB \cong \measuredangle DFE$

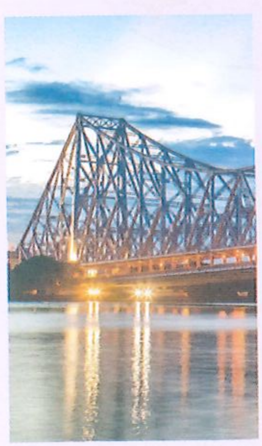
Los triángulos de la gráfica sí son congruentes porque tienen los lados y ángulos correspondientes congruentes.

Para construir un triángulo congruente, es necesario que conozcamos tres medidas de este, ya sean ángulos o lados. Dicha información debe basarse en los criterios de semejanza.

Interdisciplinariedad

Matemática y Geometría

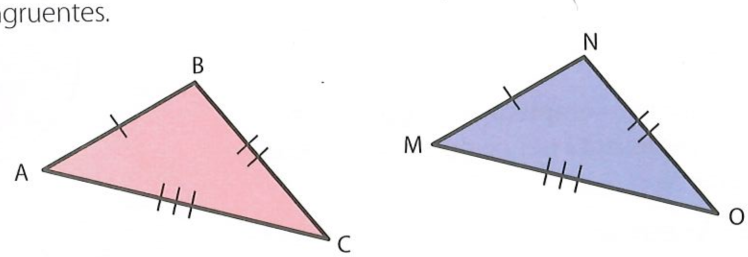
Los triángulos congruentes se utilizan para construir puentes, soportes de techos o andamios.



Responde: ¿qué son los criterios de congruencia?

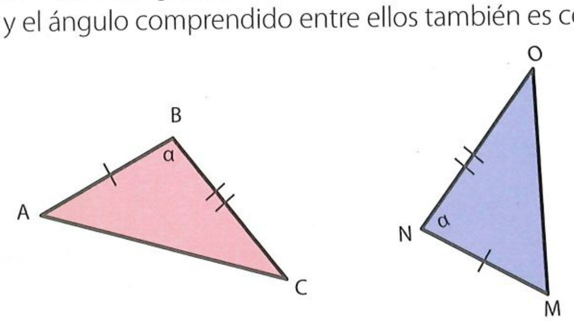
1. **Lado, lado, lado (LLL)**

   Dos triángulos son congruentes si tienen sus tres lados respectivamente congruentes.



2. **Lado, ángulo, lado (LAL)**

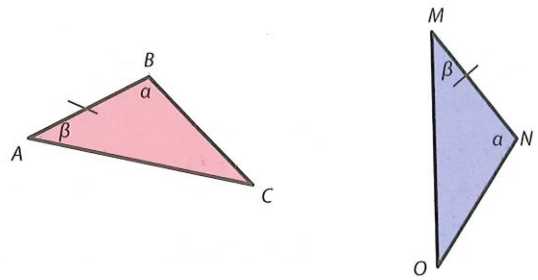
   Dos triángulos son congruentes si tienen dos lados respectivamente congruentes y el ángulo comprendido entre ellos también es congruente.



4.2.9. Definir e identificar la congruencia de dos triángulos de acuerdo a criterios que consideran las medidas de sus lados y/o sus ángulos.

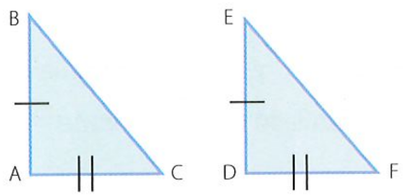
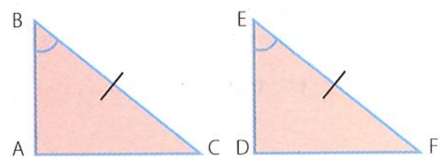
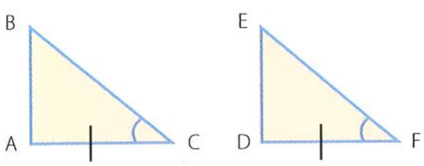
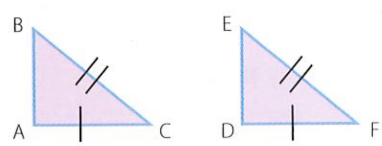
3. Ángulo, lado, ángulo (ALA)

Dos triángulos son congruentes si tienen dos ángulos correspondientes y el lado comprendido entre ellos es congruente.



Congruencia en triángulos rectángulos

Dos triángulos son congruentes si tienen dos lados correspondientes y el ángulo opuesto a estos es congruente.

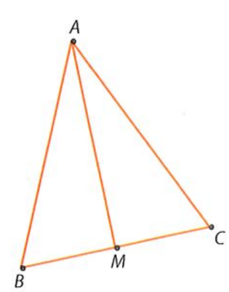
a) Dos triángulos rectángulos son congruentes si tienen los catetos respectivamente congruentes. 	**b)** Dos triángulos rectángulos son congruentes si tienen la hipotenusa y un ángulo agudo respectivamente congruentes. 
c) Dos triángulos rectángulos son congruentes si tienen un cateto y un ángulo agudo respectivamente congruentes. 	**d)** Dos triángulos rectángulos son congruentes si tienen la hipotenusa y un cateto respectivamente congruentes. 

Ejemplo 1

Determinamos si $\Delta AMB \cong \Delta AMC$, tomando en cuenta que ΔBAC es isósceles y M es punto medio. **Justificamos** la respuesta.

Solución

Sí existe congruencia entre los dos triángulos según el criterio LLL.



Justificación:

Si M es punto medio, entonces, $\overline{BM} \cong \overline{CM}$.

Por reflexión $\overline{AM} \cong \overline{AM}$

$\overline{AB} \cong \overline{AC}$ porque el triángulo isósceles tiene dos lados iguales.

Interculturalidad

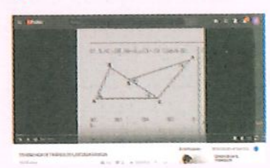
La Ley Orgánica de la Educación Intercultural (Ecuador, 2011) estipula la contextualización, la valoración, el respeto, el desarrollo y la transversalización de la interculturalidad en el sistema de educación nacional. Así se busca el fomento de la diversidad cultural y lingüística.

Ahonda sobre esta disposición, **elabora** un resumen y **preséntalo** en clase.

Competencia digital

Revisa ejercicios resueltos sobre congruencia de triángulos en el siguiente enlace web:

lynk.ec/8m30



Taller

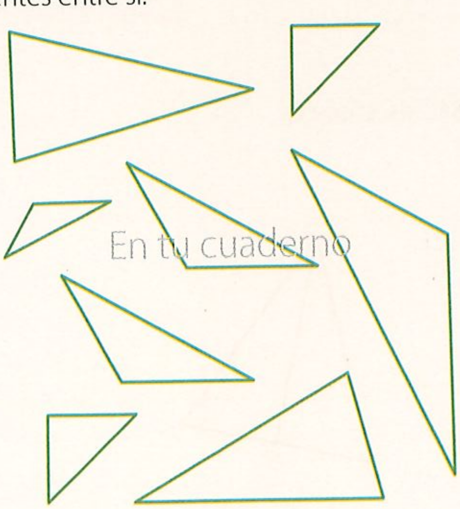
Evaluación formativa

I.M.4.5.1.

1. **Escribe** en tu cuaderno V (verdadero) o F (falso) junto a cada proposición.
   a) Para que dos triángulos sean congruentes, basta con que sus ángulos correspondientes sean congruentes entre sí.
   b) Para que dos triángulos rectángulos sean congruentes, basta con que un lado y un ángulo agudo del primer triángulo tengan la misma medida que un lado y un ángulo agudo del otro.
   c) Si se trazan las diagonales de un rombo, se obtienen cuatro triángulos congruentes entre sí.
   d) Si dos lados de un triángulo tienen la misma medida que los dos lados de otro triángulo, estos triángulos son congruentes.
   e) Si dos triángulos son congruentes, sus lados son proporcionales.
   f) Si dos triángulos son congruentes, todos los elementos del primer triángulo tienen la misma medida que los correspondientes elementos del segundo triángulo.
   g) En geometría, "congruencia" es lo mismo que "igualdad".

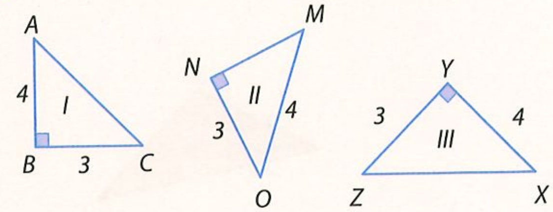
2. **Traza** en tu cuaderno los triángulos solicitados en cada caso.
   a) Triángulos congruentes isósceles en diferentes posiciones
   b) Triángulos congruentes rectángulos en diferentes posiciones

3. **Copia** los triángulos en tu cuaderno y **pinta** con colores diferentes los triángulos que son congruentes entre sí.



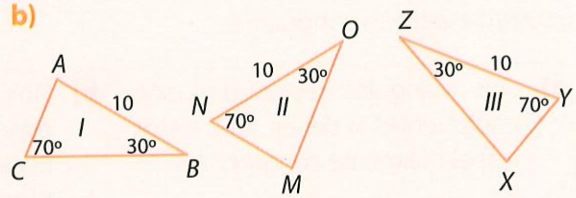
4. En cada grupo de triángulos, **escoge** los que sean congruentes y **justifica** con el respectivo postulado.

   a)



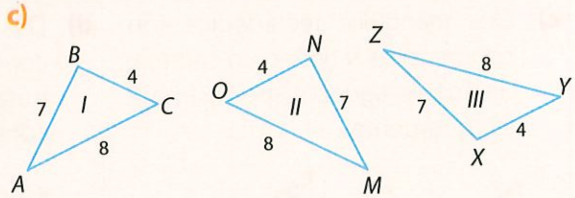
   Los triángulos y son congruentes.
   Cumple el postulado porque:

   b)



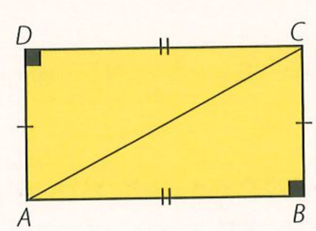
   Los triángulos y son congruentes.
   Cumple el postulado porque:

   c)



   Los triángulos y son congruentes.
   Cumple el postulado porque:

5. **Demuestra** en tu cuaderno que al trazar una diagonal en un rectángulo los triángulos resultantes son congruentes.



6. **Traza** las diagonales del cuadrado y **selecciona** la respuesta correcta.

Al trazar las diagonales del cuadrado, se forman:

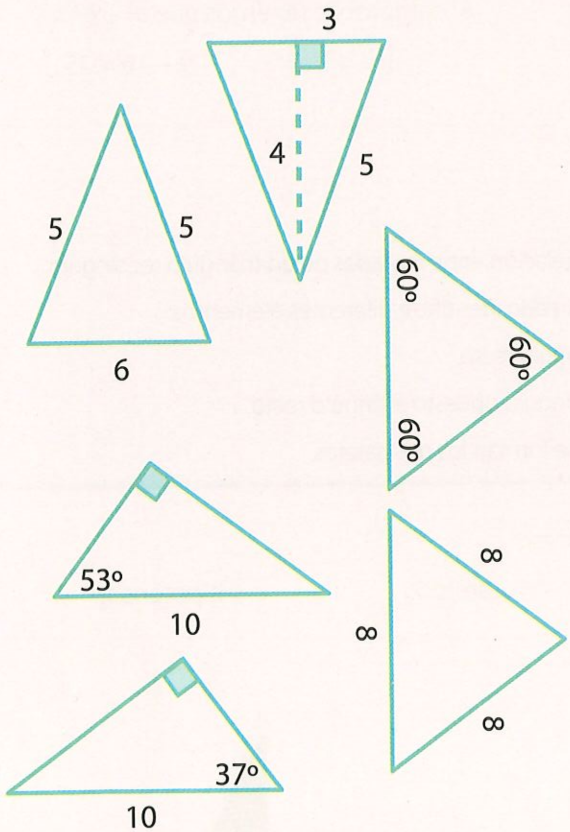
a) 4 triángulos equiláteros congruentes.

b) 4 triángulos isósceles congruentes.

c) 4 triángulos escalenos congruentes.

d) 4 triángulos obtusángulos congruentes.

7. **Copia** los gráficos en tu cuaderno y **colorea** aquellas parejas que son triángulos congruentes.

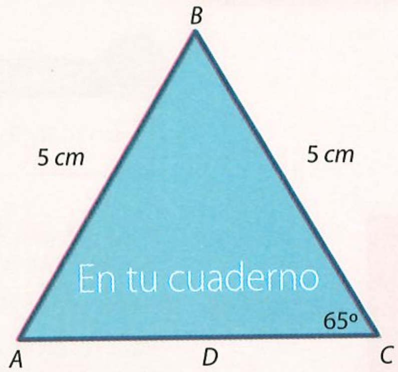


8. **Trabajen** en parejas.

Tracen, tres triángulos isósceles, **determinen** sus alturas y **demuestren** los postulados de congruencia (LAL, AAA, ALA) en cada uno.

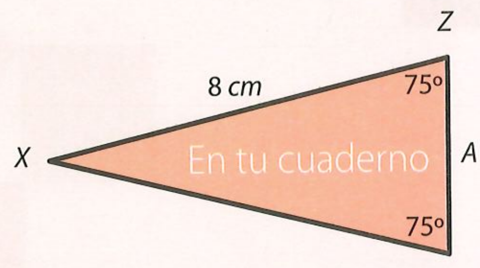
9. **Traza** una bisectriz en cada caso y **demuestra** la congruencia de los postulados solicitados.

a)



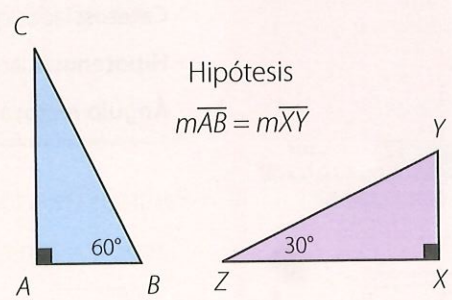
Postulado ALA

b)



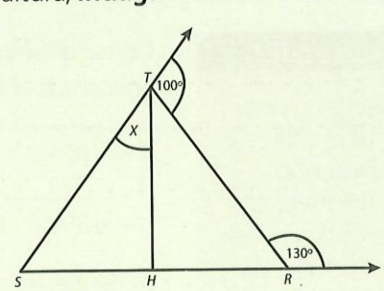
Postulado LAL

10. **Demuestra** en tu cuaderno que los dos triángulos de las figuras son congruentes.



Actividad indagatoria

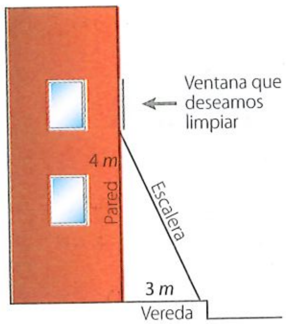
11. **Observa** el gráfico y, tomando en cuenta que TH es altura, **indaga** cuál es el valor de x.



Tema 5 Teorema de Pitágoras

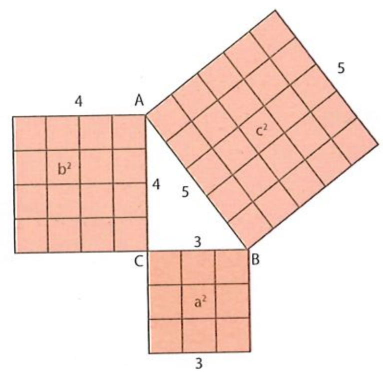
Saberes previos

Si un triángulo tiene un ángulo de 50° y otro de 40°, ¿qué clase de triángulo es?



Un edificio tiene una ventana a 4 *m* de altura que requiere ser limpiada. Para ello, se debe colocar una escalera asentada a 3 *m* de la pared. ¿Cuántos metros deberá medir la escalera?

Para resolver esta situación, primero analizamos el gráfico. Como este esquema forma un triángulo rectángulo, podemos demostrar lo siguiente:



Entonces, el cuadrado de a (a^2) más el cuadrado de b (b^2) es igual al cuadrado c (c^2).

Al comprobar, tenemos que $a^2 + b^2 = c^2$

$3^2 + 4^2 = 5^2 \qquad 9 + 16 = 25$

Competencia digital

Observa otra demostración del teorema de Pitágoras en el enlace web:

lynk.ec/8m31

El teorema de Pitágoras es una relación entre los lados de un triángulo rectángulo.

En un triángulo rectángulo se pueden identificar diferentes elementos:

Catetos: lados que forman el ángulo recto.

Hipotenusa: lado mayor del triángulo opuesto al ángulo recto.

Ángulo recto: ángulo de 90° que forman los dos catetos.

Partimos de la fórmula: $a^2 + b^2 = c^2$

Siendo a = cateto 1 $\qquad$ b = cateto 2 $\qquad$ c = hipotenusa

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

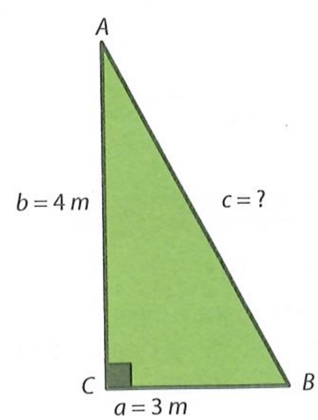
$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

Como queremos encontrar la hipotenusa, aplicamos la fórmula:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

La escalera deberá medir 5 *m*.



¿Sabías que?

En la mayoría de casos, aunque los catetos sean números naturales, 1, 2, ..., la hipotenusa es un número con infinitas cifras decimales.

M.4.2.14. Demostrar el teorema de Pitágoras utilizando áreas de regiones rectangulares.
M.4.2.15. Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de triángulos rectángulos.

Ejemplo 1

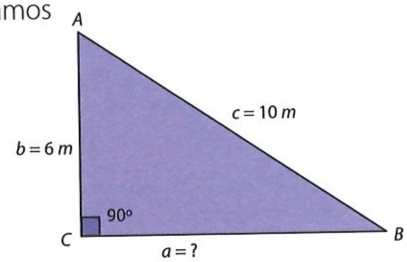
¿Cuál es la medida del cateto 2 del triángulo rectángulo?

Solución

Como necesitamos la medida del cateto, aplicamos la fórmula $a = \sqrt{c^2 - b^2}$.

$a = \sqrt{10^2 - 6^2}$

$a = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8\ m$



Ejemplo 2

Calculamos cuánto mide la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyo cateto 1 mide 36 *cm* y cuyo cateto 2 mide 48 *cm*.

Solución

$c = \sqrt{a^2 + b^2}$

$c = \sqrt{36^2 + 48^2} = \sqrt{1\,296 + 2\,304} = \sqrt{3\,600}$

Obtenemos la raíz de 3 600 mediante la descomposición de factores primos.

$\sqrt{3\,600}$		
3 600	2	2^2
1 800	2	
900	2	2^2
450	2	
225	3	3^2
75	3	
25	5	5^2
5	5	
1		

$\sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = \sqrt{4} \times \sqrt{4} \times \sqrt{9} \times \sqrt{25} =$

$2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$

La hipotenusa del triángulo mide 60 *cm*.

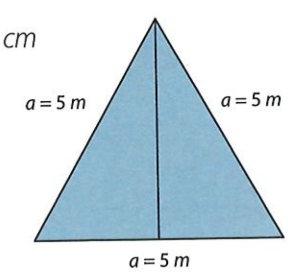
Ejemplo 3

¿Cuál es la medida de la altura del triángulo equilátero de la figura?

Solución

Trazamos la altura del triángulo y obtenemos dos triángulos rectángulos, luego determinamos el valor de uno de los catetos por el teorema de Pitágoras.

$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{5^2 - 2{,}5^2} = \sqrt{25 - 6{,}25} = \sqrt{18{,}75} = 4{,}33\ cm$



Competencia matemática

Existen tríos de números especiales, llamados ternas pitagóricas, que verifican el teorema de Pitágoras con números naturales. Por ejemplo:

3, 4, 5, ya que $3^2 + 4^2 = 5^2$

También son ternas pitagóricas sus múltiplos:

6, 8, 10 y 9, 12, 15.

Imagina que tienes una escalera en tu casa y que está reclinada en la pared. ¿Cuál sería la hipotenusa?

Competencia digital

Ingresa al siguiente enlace web: *lynk.ec/8m32*

Imprime el documento y **refuerza** tu conocimiento.

Taller

Evaluación formativa

I.M.4.6.1.

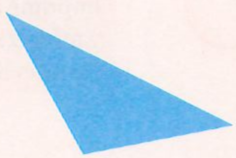
1. **Responde** V (verdadero) o F (falso) junto a cada proposición.
   - a) El teorema de Pitágoras se aplica en todo tipo de triángulos.
   - b) Para hallar la hipotenusa, dentro de la raíz va la suma.
   - c) Los catetos siempre forman un ángulo recto entre ellos.
   - d) Al obtener la raíz cuadrada, siempre resulta un número entero.
   - e) Para hallar un cateto, dentro de la raíz va la resta.
   - f) Si los ángulos agudos de un triángulo son 30° y 40°, se puede aplicar el teorema de Pitágoras.
   - g) Si el triángulo no es un triángulo rectángulo, se puede trazar una altura para dividirlo en dos triángulos rectángulos.
   - h) En un triángulo rectángulo, la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

2. **Copia** en tu cuaderno los siguientes triángulos y **traza** la altura en cada triángulo para obtener dos triángulos rectángulos.

a)

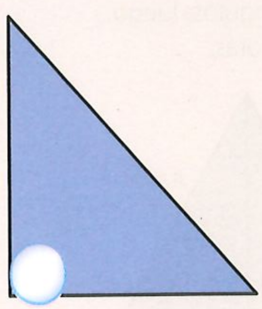
En tu cuaderno

b)

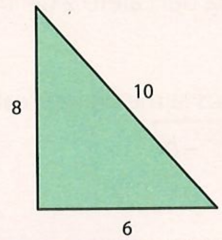


c)

3. **Dibuja** el triángulo en tu cuaderno e **identifica** sus elementos.



4. **Observa** el gráfico y **completa** en tu cuaderno la tabla con las medidas del triángulo.

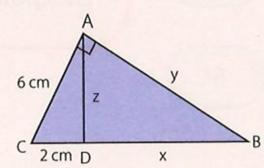


Cateto 1	
(Cateto 1)^2	
Cateto 2	
(Cateto 2)^2	
Hipotenusa	
Hipotenusa^2	

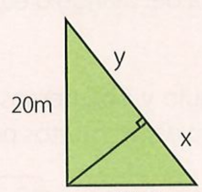
En tu cuaderno

5. **Completa** las siguientes afirmaciones.
   - a) Para encontrar el valor de la hipotenusa, es necesario utilizar la fórmula:
   - b) Para encontrar el valor de un cateto, es necesario utilizar la fórmula:

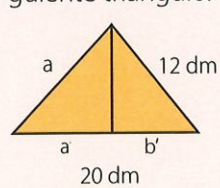
6. **Calcula** el lado que falta en cada triángulo rectángulo.
   - a) Un cateto de un triángulo rectángulo mide 6 cm y su proyección sobre la hipotenusa mide 2 cm. **Determina** los otros dos lados y la altura sobre la hipotenusa.



   - b) **Determina** los valores de x, y, z, en el siguiente triángulo.



   - c) **Determina** los valores de: a, a' y b', en el siguiente triángulo.



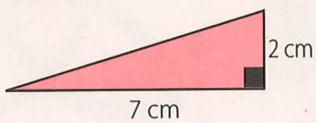
7. En tu cuaderno, **construye** un triángulo cuyos catetos midan $a = 6$ unidades y $b = 8$ unidades. Luego, **dibuja** cuadrados en cada uno de los lados y **comprueba** que se cumpla el teorema de Pitágoras, reemplazando sus medidas en la ecuación: $c^2 = a^2 + b^2$.

8. **Completa** la siguiente tabla.

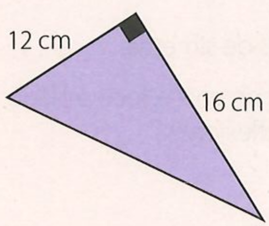
Cateto 1	Cateto 2	Hipotenusa
3	4	
9		15
	24	25
30	En tu cuaderno	50
21	28	
16		20
27	36	
	18	30

9. **Resuelve** aplicando el teorema de Pitágoras.

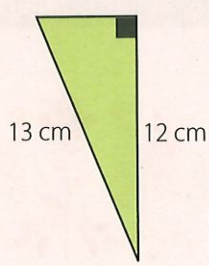
a)



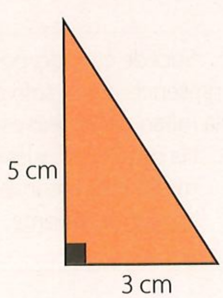
b)



c)



d)



10. **Resuelve** aplicando el teorema de Pitágoras.

a) ¿Cuánto mide la hipotenusa de un triángulo cuyo primer cateto mide 25 *m* y su segundo cateto mide 22 *m*?

b) ¿Cuánto mide un cateto si la hipotenusa mide 25 *cm* y el otro cateto, 20 *cm*?

c) ¿Cuánto mide un cateto si la hipotenusa mide 24 *cm* y el otro cateto mide 7 *cm*?

d) ¿Qué valor tiene la hipotenusa de un triángulo cuyos catetos miden 6 *cm* y 8 *cm*?

11. **Resuelve** los siguientes problemas; **utiliza** un dibujo para que te guíes.

a) ¿Cuánto mide la diagonal de un rectángulo cuyos lados valen 15 *m* y 25 *m*?

b) ¿Hasta qué altura de una pared alcanza una escalera de 14 *m* si colocamos su pie a 6 *m* de distancia de la pared?

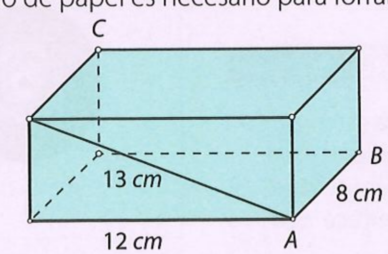
12. **Problema-decisión.** Se quiere construir un camino recto que una los vértices opuestos de una hacienda rectangular. Si los lados de dicha propiedad miden 45 *hm* y 65 *hm*, ¿cuánto medirá el camino?

Si la persona que quiere construir el camino, desconoce si es el momento adecuado para realizar este proyecto, ¿qué decisión le sugieres? **Justifica.**

Trabajo colaborativo

13. **Trabajen** en parejas.

Analicen: ¿cuántos centímetros cuadrados mínimo de papel es necesario para forrar la caja?



Actividad indagatoria

14. **Indaga**, con algún familiar, en qué momento de la vida se utiliza el teorema de Pitágoras y **comparte** un ejemplo con la clase.

Tema 6 Simetría y homotecia

Interdisciplinariedad

Matemática y Diseño

Shutterstock, 523947289.

El cociente de los lados proporcionales de dos figuras semejantes también se llama razón de semejanza o escala, y es usada en diversas actividades. ¿Has escuchado de las figuras a escala? Un auto a escala, por ejemplo, es una versión pequeña de un auto auténtico. Si la escala es de 1:32, quiere decir que el auto pequeño es una versión 32 veces reducida de su versión real.

Recuerda que...

Una figura es simétrica cuando una línea o eje la divide en dos partes que tienen la misma forma.

Competencia digital

Profundiza el tema de tipos de simetría. Para esto puedes utilizar el siguiente enlace web:

lynk.ec/8m33

Desequilibrio cognitivo

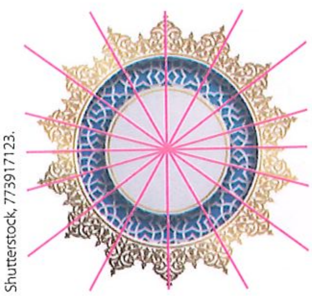
Comenta: ¿cómo trazarías una línea que divida cada figura en dos partes iguales?

El eje de simetría es una línea que divide una figura en dos partes simétricas.

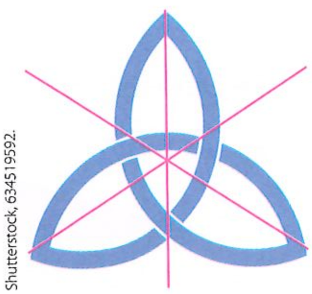
Se puede definir la simetría como la correspondencia de posición, forma y dimensiones de un cuerpo o una figura alrededor de un punto o eje.

Observa el eje o los ejes de simetría de las siguientes figuras simétricas:

Shutterstock, 677530756.



Shutterstock, 773917123.

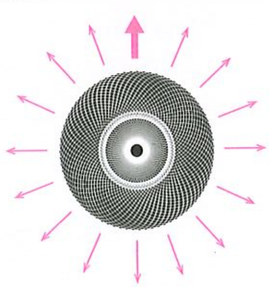
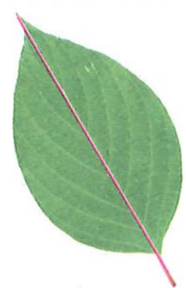


Shutterstock, 634519592.

Una figura simétrica puede tener uno o varios ejes de simetría.

La simetría de un objeto se representa en relación con un eje, foco o plano. También se puede asociar a las traslaciones, rotaciones o reflexiones.

Existen diferentes tipos de simetrías.

Simetría esférica	Simetría axial	Simetría reflectiva
 Shutterstock, 413297905.	 Shutterstock, 91129637.	 Shutterstock, 792986404.
Sucede cuando en relación con un punto central, de cualquier forma, un objeto encuentra simetría.	Sucede cuando el eje de simetría no conlleva cambios de perspectiva en el espacio, y quedan los dos lados idénticos.	Sucede cuando, por la presencia de un solo plano, la mitad del objeto es igual a la otra mitad, y las dos mitades se ensamblan correctamente.

M.4.2.7. Reconocer y trazar líneas de simetría en figuras geométricas para completarlas o resolverlas.

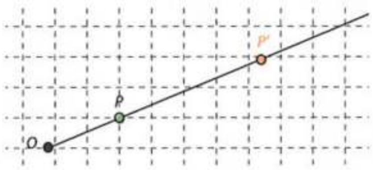
Homotecia

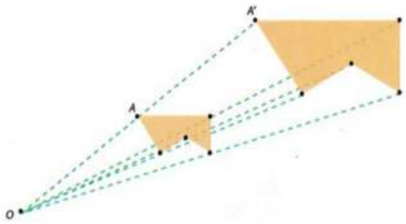
Es una transformación geométrica que, a partir de un punto fijo, multiplica las distancias por un mismo factor; permite ampliar o reducir el tamaño de una figura, conservando la medida de sus ángulos y manteniendo una razón constante en la medida de sus lados.

La homotecia transforma un polígono en otro semejante.

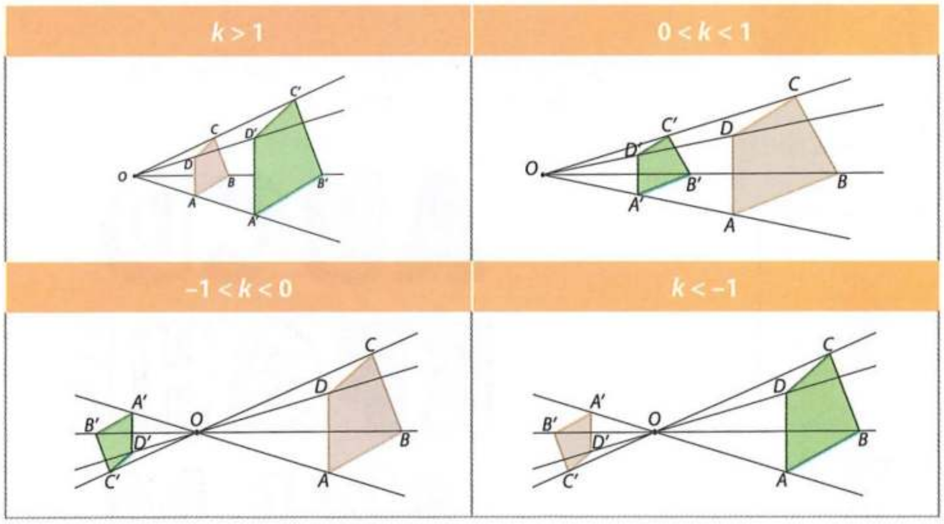
Una homotecia con centro O y razón k es una transformación en el plano porque a cada punto P le hace corresponder otro punto P'. Estos están alineados y cumplen lo siguiente.

$$k = \frac{OP'}{OP}$$





En función de la razón, las homotecias pueden verse de la siguiente manera:

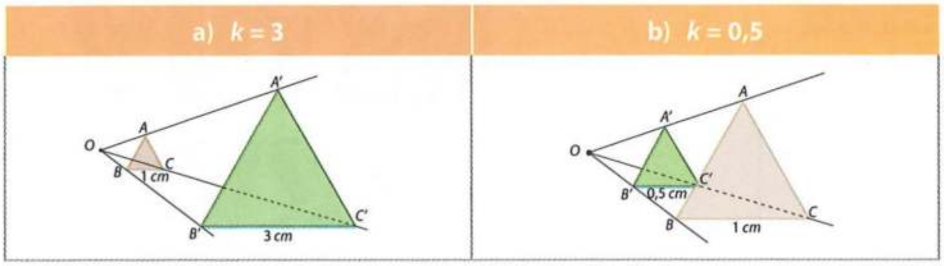


Ejemplo 1

Dibujamos un triángulo equilátero de 1 cm de lado y **aplicamos** la homotecia de centro O y razón:

a) $k = 3$ b) $k = 0{,}5$

Solución



Recuerda que...

- Si $k > 0$, entonces P' está en el $\overrightarrow{OP}$ y $OP' = k \times OP$.
- Si $k < 0$, entonces P' está en el rayo opuesto al $\overrightarrow{OP}$ y $OP' = |k| \times OP$.
- La imagen de O es O.
- $|k| > 1$ es una ampliación.
- $|k| < 1$ es una reducción.

¿Sabías que?

Una homotecia conserva el sentido de las figuras.

Una homotecia de razón $k = 1$ transforma cada punto en sí mismo. Recibe el nombre de identidad.

Si la razón de homotecia es $k = -1$, se trata de una simetría central.

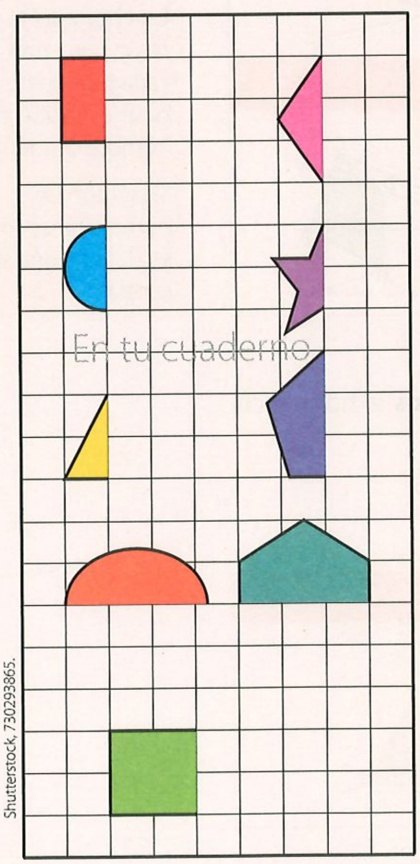
Taller

Evaluación formativa

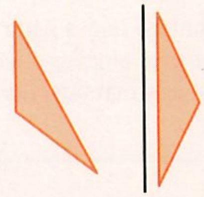
I.M.4.5.1.

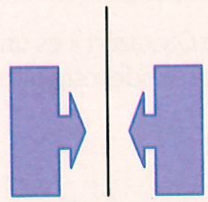
1. **Dibuja** en tu cuaderno los siguientes objetos y **traza** en ellos su eje de simetría.

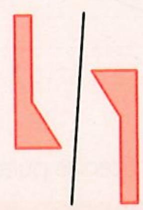
2. **Copia** en tu cuaderno y **completa** las siguientes figuras simétricas.



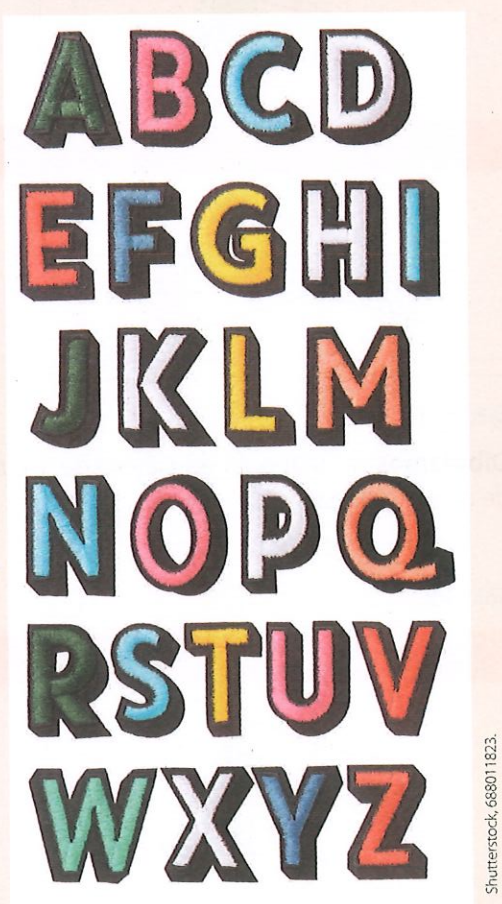
3. **Identifica** el eje de simetría e **indica** qué figuras son simétricas.

a) 

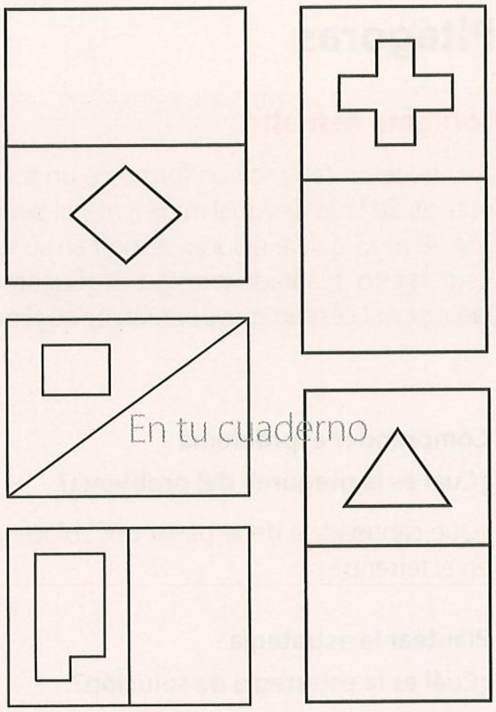
b) 

c) 

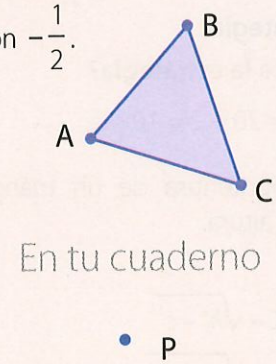
4. De las siguientes letras, **escribe** en tu cuaderno las que son simétricas.



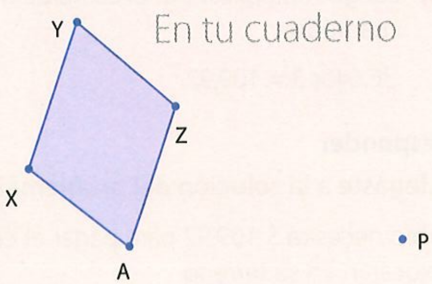
5. **Copia** en tu cuaderno y **dibuja** figuras simétricas respecto a la línea recta.



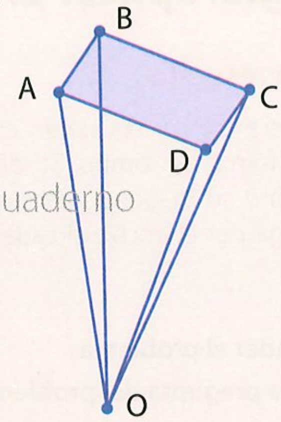
6. **Copia** en tu cuaderno y **determina** la imagen del del triángulo *ABC* bajo la homotecia de centro P y razón $-\frac{1}{2}$.



7. **Copia** en tu cuaderno y **determina** la imagen del del cuadrilátero. *WXYZ* bajo la homotecia de centro P y razón $\frac{1}{3}$.



8. **Copia** en tu cuaderno y **determina** la imagen del cuadrilátero *ABCD* bajo la homotecia de centro O y razón $\frac{1}{4}$.



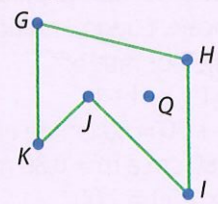
9. En tu cuaderno, **completa** las siguientes oraciones.
   a) La simetría es la de posición, forma y dimensiones de un cuerpo o una figura alrededor de un punto o eje.
   b) La línea que divide a la figura en dos partes con elementos equidistantes se llama
   c) La homotecia transforma un polígono en otro

10. **Problema-decisión. Analiza, decide** y **responde** con verdadero (V) o falso (F) las siguientes afirmaciones.
   a) En la simetría reflectiva, la mitad del objeto es igual a la otra mitad, y las dos mitades se ensamblan correctamente.
   b) La homotecia permite ampliar o reducir el tamaño de una figura, conservando la medida de sus ángulos y manteniendo una razón constante en la medida de sus lados.

Trabajo colaborativo

11. **Trabajen** en parejas.

Apliquen en su cuaderno las homotecias descritas en la figura.



Razón $\frac{1}{2}$

Actividad indagatoria

12. **Indaga** de qué manera se utiliza la homotecia para realizar murales o mosaicos.

Estrategia: aplicar el teorema de Pitágoras

Problema resuelto

Daniela quiere colocar encaje en el borde de un tapete con forma de rombo. Su diagonal mayor mide 32 cm y su diagonal menor mide 24 cm. ¿Cuánto paga por el encaje si cada metro cuesta $ 2,50?

1. **Comprender el problema**

   ¿Cuál es la pregunta del problema?

   ¿Qué valor se debe pagar por el encaje?

2. **Plantear la estrategia**

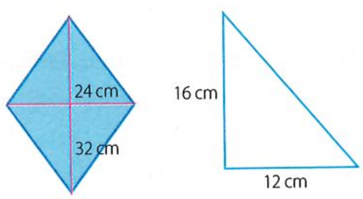
   ¿Cuál es la estrategia de solución?

   Resolver el problema aplicando el teorema de Pitágoras.

3. **Aplicar la estrategia**

   ¿Cómo se aplica la estrategia?

   a) Realizar un dibujo.



   b) Sacar la hipotenusa de uno de los triángulos formados, para obtener el valor de sus lados mediante el teorema de Pitágoras.

$$h = \sqrt{a^2 + b^2}$$
$$h = \sqrt{16^2 + 12^2}$$
$$h = \sqrt{256 + 144}$$
$$h = \sqrt{400} = 20 \text{ cm}$$

   c) Sacar el perímetro del tapete para conocer la cantidad de encaje. Luego, multiplicar por el precio del encaje por metro.

P = l + l + l + l

P = 20 + 20 + 20 + 20 = 80 cm de encaje

Transformar 80 cm a m = 0,80 m

$0,80 \times 2,50 = 2,00$

4. **Responder**

   ¿Llegaste a la solución del problema?

   Se debe pagar $ 2,00 por el encaje del tapete en forma de rombo.

Problema resuelto

Pablo tiene un terreno con forma de un triángulo isósceles. Su lado desigual mide 8 m y el perímetro mide 28 m. Él quiere colocar césped en su terreno y cada metro cuadrado cuesta $ 3. ¿Cuánto debe pagar por el césped que pondrán en su terreno?

1. **Comprender el problema**

   ¿Cuál es la pregunta del problema?

   ¿Qué cantidad se debe pagar por colocar césped en el terreno?

2. **Plantear la estrategia**

   ¿Cuál es la estrategia de solución?

   Resolver el problema aplicando el teorema de Pitágoras.

3. **Aplicar la estrategia**

   ¿Cómo se aplica la estrategia?

   a) P = 28 − 8 = 20 ÷ 2 = 10 m

   b) Sacar la hipotenusa de un triángulo para conocer su altura.

$$C = \sqrt{h^2 - c^2}$$
$$h = \sqrt{10^2 - 4^2}$$
$$h = \sqrt{100 - 16}$$
$$h = \sqrt{84} = 9,16 \text{ m}$$

   c) Calcular el área: $A = \dfrac{8 \times 9,16}{2} = 36,64 \text{ m}^2$

   d) Luego multiplicar por el costo de metro cuadrado:

   $36,64 \times 3 = 109,92$

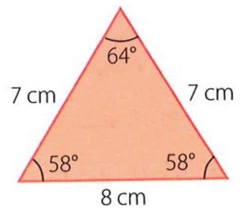
4. **Responder**

   ¿Llegaste a la solución del problema?

   Pablo necesita $ 109,92 para pagar el césped que colocarán en su terreno.

Problemas propuestos

1. Calcula la altura del triángulo equilátero.



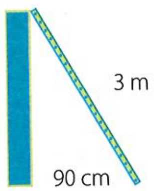
a) Comprender el problema.

b) Plantear la estrategia.

c) Aplicar la estrategia.

d) Responder.

2. Calcula la altura que podemos alcanzar con una escalera de 3 metros apoyada sobre la pared, si la parte inferior la situamos a 90 cm de esta.



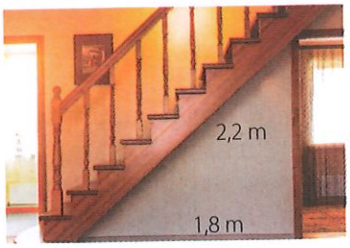
a) Comprender el problema.

b) Plantear la estrategia.

c) Aplicar la estrategia.

d) Responder.

4. Determina la altura de la puerta de la bodega de la casa.



Shutterstock. (2019). 420709228

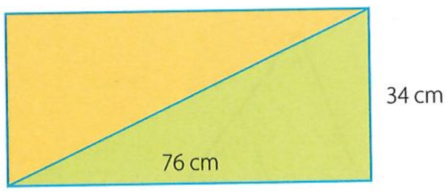
a) Comprender el problema.

b) Plantear la estrategia.

c) Aplicar la estrategia.

d) Responder.

5. Se desea colocar una cinta de *masking* para pintar una baldosa rectangular de dos colores diferentes. ¿Qué medida debe tener esta cinta?



a) Comprender el problema.

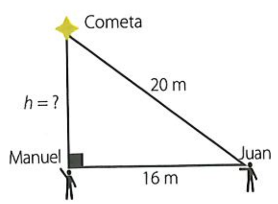
b) Plantear la estrategia.

c) Aplicar la estrategia.

d) Responder.

3. Resuelve los siguientes problemas.

Sebastián hace volar su cometa con toda la piola extendida, que tiene 20 m de longitud. A 16 m de Sebastián, y justo debajo de la cometa, está su amigo Manuel. ¿A qué altura de Manuel está la cometa?



a) Comprender el problema.

b) Plantear la estrategia.

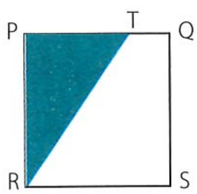
c) Aplicar la estrategia.

d) Responder.

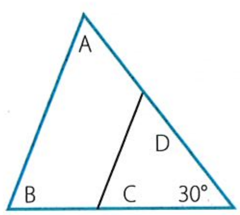
Shutterstock. 1021536379.

Habilidades matemáticas y geométricas

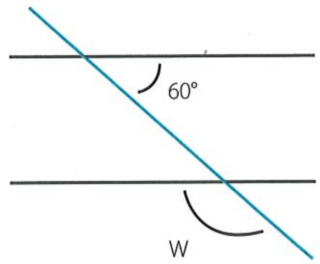
a) Si *PQRS* es un cuadrado de 15 centímetros por lado, ¿cuál es el área de la región sombreada en centímetros cuadrados, sabiendo que el segmento TQ es la tercera parte del lado?



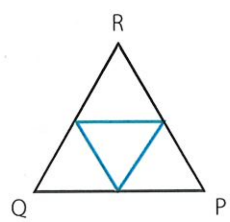
b) En la figura, ¿cuál es el valor de $\measuredangle A + \measuredangle B + \measuredangle C + \measuredangle D$? El triángulo pequeño es isósceles.



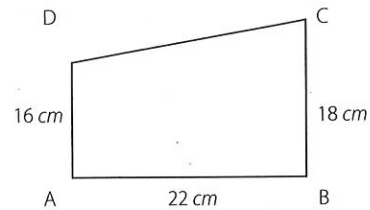
c) ¿Cuál es el valor de *w*?



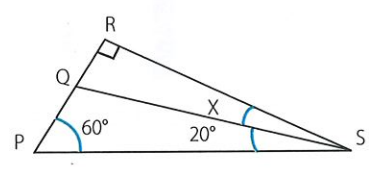
d) En la figura siguiente, *PQR* es un triángulo dividido en cuatro triángulos congruentes. Si el área de uno de esos triángulos es de 8 centímetros cuadrados, ¿cuál es el área del triángulo *PQR*, en centímetros cuadrados?



e) ¿Cuál es el área del polígono *ABCD*?



f) En la figura siguiente, el segmento de recta *RS* es perpendicular al segmento *PR*, entonces la medida del ángulo "x" es:



Cálculo mental

Dividir entre 0,5 o 0,25.

- Dividir para 0,5 es igual que calcular el doble:

  $70 \div 0,5 = 70 \cdot 2 = 140$

  $120 \div 0,5 = 120 \cdot 2 = 240$

- Dividir para 0,25 es igual que multiplicar por 4:

  $70 \div 0,25 = 70 \cdot 4 = 280$

  $120 \div 0,25 = 120 \cdot 4 = 480$

Ahora, hazlo tú.

a) $34 \div 0,5 =$

b) $100 \div 0,5 =$

c) $200 \div 0,5 =$

d) $220 \div 0,5 =$

e) $360 \div 0,5 =$

f) $28 \div 0,5 =$

g) $54 \div 0,5 =$

h) $72 \div 0,5 =$

i) $50 \div 0,25 =$

j) $45 \div 0,25 =$

k) $103 \div 0,25 =$

l) $28 \div 0,25 =$

m) $40 \div 0,25 =$

n) $30 \div 0,25 =$

o) $41 \div 0,25 =$

p) $100 \div 0,25 =$

Construyendo murales simétricos

Áreas asociadas al proyecto: Matemática y ECA

Justificación

La geometría se ha convertido en nuestra aliada al momento de construir, pues por medio de ella y de la mezcla de formas geométricas se pueden plasmar modelos y hermosos diseños abstractos.

La geometría permite desarrollar la creatividad; la simetría ayuda a formar modelos únicos que, por ejemplo, permitirán, a través de patrones geométricos, personalizar el espacio de una pared de nuestra casa o colegio.

Objetivos

Plasmar los conocimientos de simetría mediante la elaboración de murales o papeles tapices personalizados.

Shutterstock, 1979256833.

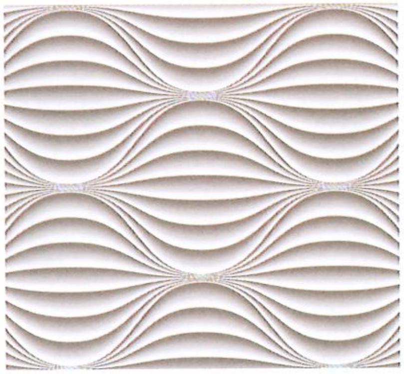
Recursos

- Pliegos de papel bond
- Lápiz, borrador
- Colores o témperas
- Pinceles

Actividades

- **Integren** grupos de trabajo de tres o cuatro estudiantes.
- **Definan** si se hará un mural o un papel tapiz. **Lleguen** a un consenso entre los participantes del grupo.
- **Diseñen** el borrador de una propuesta de mural en el que se utilice la geometría.
- Definan un mural que evidencie el tema de simetría.
- Identifiquen el lugar donde se hará el mural.

Shutterstock, 150710921.



Shutterstock, 173438444.

Shutterstock, 104954596.

Evaluación

1. **Elaboren** el mural o papel tapiz en el que se evidencie el uso de la geometría y especialmente la simetría.
2. **Tracen** la línea de simetría, que sea casi imperceptible, para apreciar el mural en todo su esplendor.

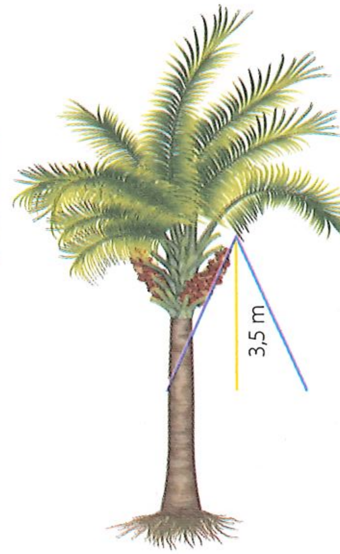
Aplico en la vida cotidiana

Tema: Conservando los ríos

Teorema de Pitágoras

Situación cotidiana

Nuestro país es productor de aceite de palma. Por eso, es necesario cuidar las palmas que están en mal estado para lograr una buena producción de dicho aceite.



Shutterstock. (2019). 346954724.

Carlos se ocupa de cuidar las palmeras de una plantación de aceite de palma. Debido a los fuertes vientos, se ve en la necesidad de sujetar los árboles con cuerdas, como se muestra en la figura. ¿Cuántos metros de cuerda comprará si tiene que sujetar 8 árboles, y cada estaca que emplea para sujetar las cuerdas está a 90 cm del pie de cada palmera?

Reflexiona

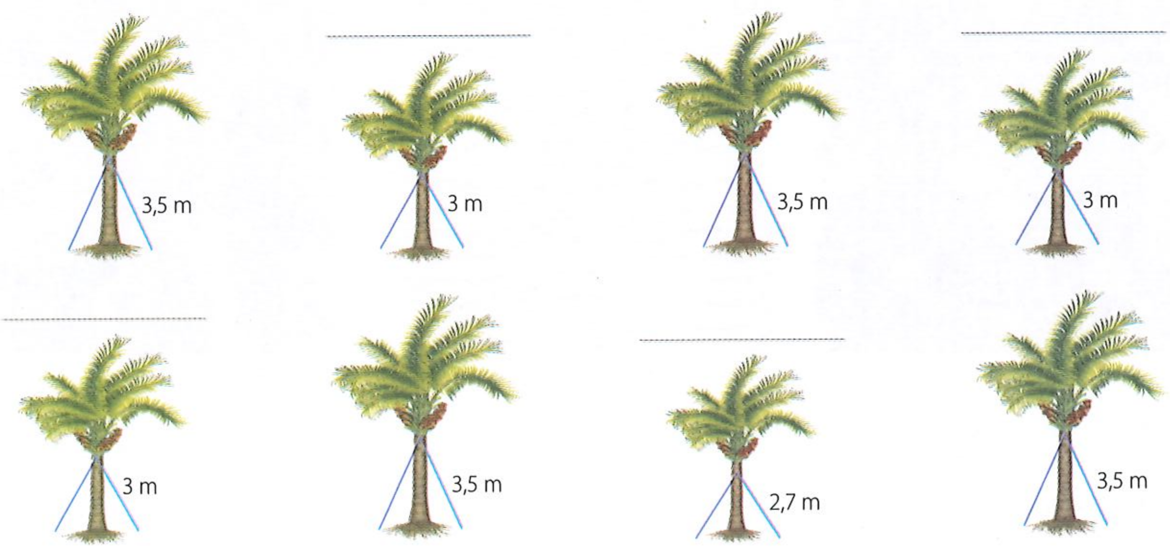
- **Realiza** un esquema gráfico de la posible solución.

- **Comprueba** la respuesta.

- Si las palmeras tienen diferentes medidas, ¿se utilizará la misma cantidad de cuerda?

Resuelve la situación

- Si las palmeras fueran de las alturas del gráfico, ¿cuántos metros de cuerda necesitaría Carlos?



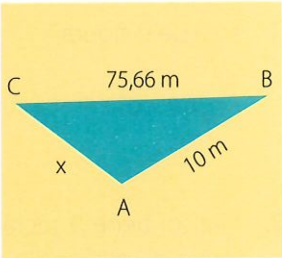
Tema: Cuidemos el río

Teorema de Pitágoras

Situación cotidiana

El teorema de Pitágoras es muy útil en la vida, pues a través de este se puede conocer la altura de un edificio, sabiendo la medida de la sombra que proyecta. Se puede conocer el ancho de un río si se conocen longitudes determinadas.

Los estudiantes de un colegio presentan un proyecto para la conservación y preservación del río de su localidad. Para dicho estudio, necesitan saber las dimensiones del ancho del río. Un estudiante registró las medidas (en metros) que se muestran en la figura, donde el segmento AC es perpendicular a AB. ¿Cuál es el ancho del río?

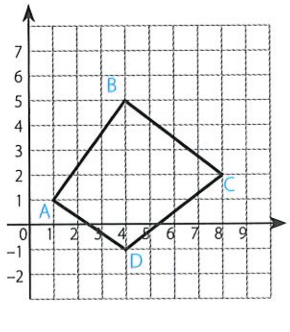


Reflexiona

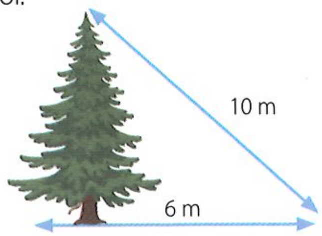
- Si miras el esquema a simple vista, ¿crees que el ancho del río puede ser menor que 10 metros?
- **Comprueba** la respuesta.
- Si no conoces la longitud del segmento CB y conoces la superficie del triángulo formado por ABC, ¿podrías conocer el ancho del río?
- **Demuestra** tu respuesta si el área del triángulo formado es 375 m^2.

Resuelve la situación

- Agustina mira el trayecto que recorre una hormiga en centímetros. Si sale del punto A y regresa a ese mismo punto, ¿qué distancia recorre?

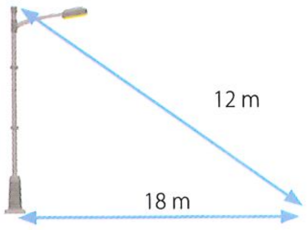


- Un árbol proyecta una sombra de 6 *m*. Si la longitud de la parte más alta del árbol hacia el extremo de la sombra es de 10 *m*, **calcula** la altura del árbol.



Shutterstock. 613860836.

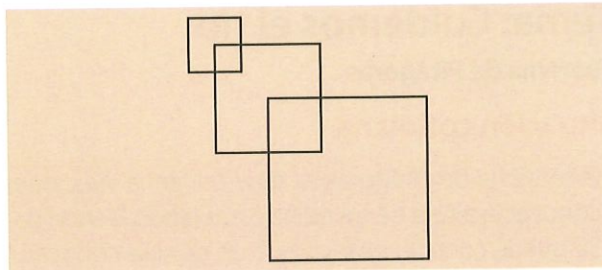
- Se quiere colocar un cable desde lo alto de un poste de 12 *m* hasta un punto situado a 18 *m* de su base. ¿Cuál debe ser la longitud del cable?



Shutterstock, 793769116.

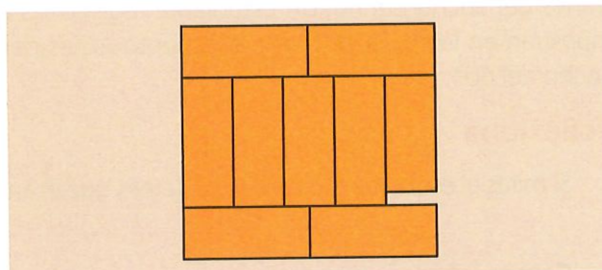
Olimpiadas matemáticas

1. En la figura se muestran tres cuadrados. Las longitudes de sus lados son 4 cm, 8 cm y 12 cm. Un vértice del cuadrado del medio es el centro del más pequeño, y un vértice del cuadrado más grande es el centro del de en medio. ¿Cuál es el área de la figura?



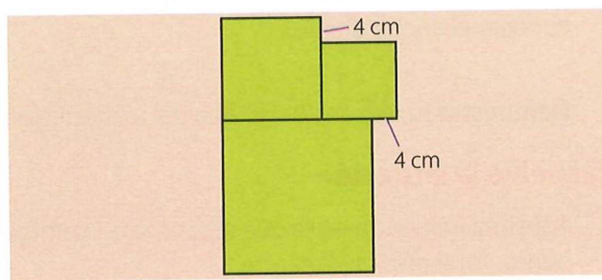
Argumenta en tu cuaderno la solución.

2. Marisol tiene 9 rectángulos iguales, con los que forma el rectángulo más grande que se muestra en la figura. Si el lado mayor de cada uno de los rectángulos pequeños mide 20 cm, ¿cuál es el perímetro del rectángulo más grande?



Argumenta en tu cuaderno la solución.

3. En la figura hay 3 cuadrados. La longitud del lado cuadrado más pequeño es 12 cm. ¿Cuál es el perímetro del lado cuadrado más grande?

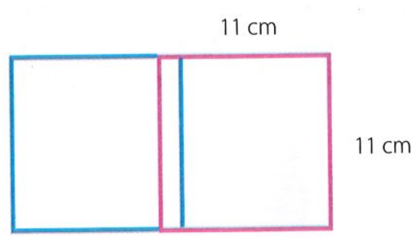


Argumenta en tu cuaderno la solución.

4. El área del cuadrado de la figura es *a* y el área de cada uno de los círculos es *b*. ¿Cuánto vale el área encerrada dentro de la línea gruesa?

Argumenta en tu cuaderno la solución.

5. La figura representa dos cuadrados que miden 11 × 11 que se han superpuesto para formar un rectángulo de 11 × 18. ¿Cuál es el área de la región sombreada?



Argumenta en tu cuaderno la solución.

Adaptado: http://www.ommenlinea.org/

Refuerza tus aprendizajes

1. **Lee** y **analiza**.

Determina los siguientes dos números en la siguiente secuencia: 1, 3, 3, 7, 5, 11, 7, 15,

Escoge la respuesta correcta.

a) 15, 17
b) 9, 19
c) 19, 17
d) 21, 23

2. **Lee** y **analiza**.

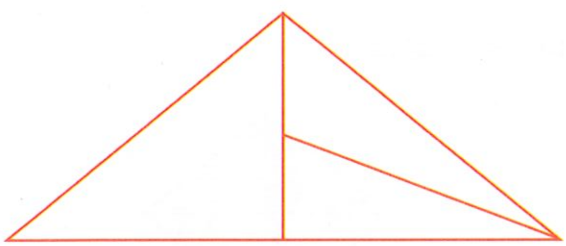
¿Qué porcentaje de 400 es 60?

Escoge la respuesta correcta.

a) 10 %
b) 15 %
c) 20 %
d) 60 %

3. **Lee** y **analiza**.

¿Cuántos triángulos hay en la figura?

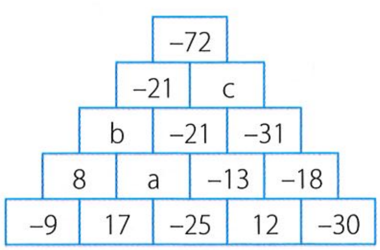


Escoge la respuesta correcta.

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5

4. **Lee** y **analiza**.

Completa la pirámide y calcula a + b – c.



Escoge la respuesta correcta.

a) 45
b) –59
c) –43
d) 18

5. **Lee** y **analiza**.

En una competencia de motos, Ricardo llegó en 5.º lugar. Estuvo en medio de los primeros y los últimos. ¿Cuántos motociclistas participaron en la carrera?

Escoge la respuesta correcta.

a) 25
b) 10
c) 8
d) 9

6. **Lee** y **analiza**.

¿Cuántas parcelas de 42 m por 56 m podrán obtener de un terreno que mide 168 m por 336 m?

Escoge la respuesta correcta.

a) 24
b) 6
c) 4
d) 12

7. **Lee** y **analiza**.

Daniela realiza ejercicio y quema aproximadamente 50 calorías por hora. ¿Cuántas calorías quemará si hace ejercicio desde las 14:00 h hasta las 18:30 h?

Escoge la respuesta correcta.

a) 550 calorías
b) 350 calorías
c) 225 calorías
d) 200 calorías

8. **Lee** y **analiza**.

Si a y b son positivos y $4\,(2^{3x}) = 2\,048$, ¿cuál es el valor de x?

Escoge la respuesta correcta.

a) 3
b) 4
c) 8
d) 9

9. **Lee** y **analiza**.

¿Cuánto es la suma de las cifras del valor de M?

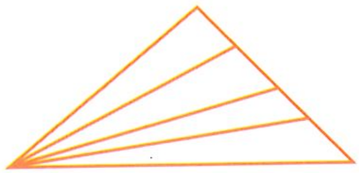
345	690	2
208	1 040	5
509	M	3

Escoge la respuesta correcta.

a) 12
b) 15
c) 24
d) 30

10. Lee y **analiza**.

¿Cuántos triángulos se pueden observar en la figura?



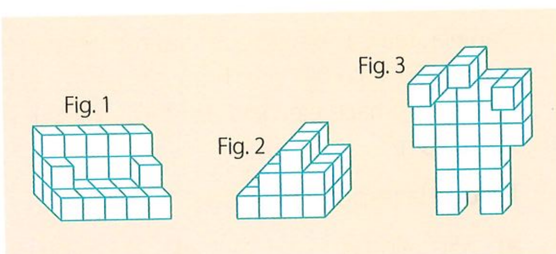
Escoge la respuesta correcta.

a) 12 c) 10

b) 9 d) 8

11. Lee y **analiza**.

¿Qué figuras tienen el mismo volumen?



Escoge la respuesta correcta.

a) Fig. 1 y Fig. 2 c) Fig. 2 y Fig. 3

b) Fig. 1 y Fig. 3 d) Todas

12. Lee y **analiza**.

¿Cuánto es el doble de la tercera parte del 50 % de 1 800?

Escoge la respuesta correcta.

a) 900 c) 200

b) 600 d) 450

13. Lee y **analiza**.

Si a ❀ b = a + b ÷ 4 entonces 5 ❀ 8

Escoge la respuesta correcta.

a) 4 c) 7

b) 6 d) 8

14. Lee y **analiza**.

A un número se le disminuye 150, al resultado se lo multiplica por 15 y, luego, el producto se divide entre 6 y se obtiene 60. ¿Cuál es el número?

Escoge la respuesta correcta.

a) 164 c) 124

b) 174 d) 84

15. Lee y **analiza**.

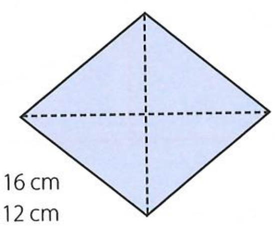
Si a la hipotenusa de un triángulo rectángulo la dividimos entre 3, al cociente le aumentamos 19 y a este resultado le multiplicamos por 2, obtenemos 56. ¿Cuánto mide la hipotenusa?

Escoge la respuesta correcta.

a) 69 c) 34

b) 27 d) 52

16. Lee y **analiza**.



D = 16 cm
d = 12 cm

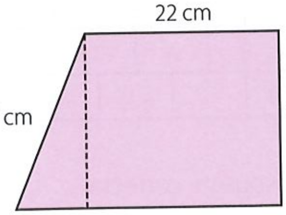
El perímetro del rombo es:

Escoge la respuesta correcta.

a) 28 cm c) 50 cm

b) 40 cm d) 64 cm

17. Lee y **analiza**.



El perímetro de la figura es:

Escoge la respuesta correcta.

a) 84 cm **c)** 86 cm

b) 69 cm **d)** 96 cm

18. Lee y **analiza**.

En el salón de clase de Pedro hay 7 niños más que niñas. Si en su clase hay el doble de niños que de niñas, ¿cuántas compañeras de clase tiene Pedro?

Escoge la respuesta correcta.

a) 10 **c)** 8

b) 9 **d)** 7

19. Lee y **analiza**.

Dennis escoge dos números de la lista –9, –7, –5, 2, 4, 6 y los multiplica. ¿Cuál es el menor resultado que puede obtener?

Escoge la respuesta correcta.

a) 8 **c)** –54

b) –18 **d)** –63

20. Lee y **analiza**.

Si Adrián tuviera 24 canicas más tendría el triple de las que tiene ahora. ¿Cuántas canicas tiene Adrián?

Escoge la respuesta correcta.

a) 10 **c)** 14

b) 12 **d)** 16

21. Lee y **analiza**.

¿De cuántas maneras se puede escribir el número 400 como producto de dos factores enteros positivos?

Escoge la respuesta correcta.

a) 5 **c)** 7

b) 6 **d)** 8

Luego de desarrollar y resolver los ejercicios anteriores, debes pintar la opción que consideres correcta, de acuerdo a las instrucciones.

Instrucciones

Correcto **Incorrecto**

1)	A	B	C	D
2)	A	B	C	D
3)	A	B	C	D
4)	A	B	C	D
5)	A	B	C	D
6)	A	B	C	D
7)	A	B	C	D
8)	A	B	C	D
9)	A	B	C	D
10)	A	B	C	D
11)	A	B	C	D
12)	A	B	C	D
13)	A	B	C	D
14)	A	B	C	D
15)	A	B	C	D
16)	A	B	C	D
17)	A	B	C	D
18)	A	B	C	D
19)	A	B	C	D
20)	A	B	C	D
21)	A	B	C	D

¿Cuáles son los usos de las matemáticas en la medicina?

"La matemática puede definir las bases de la vida cotidiana, y el cuidado de la salud no se escapa a esta norma.

Como cualquier otra ciencia, la medicina debe ser lo más exacta posible para poder ser efectiva, y es a través de los cálculos que logramos la exactitud.

Estos cálculos numéricos permiten a los profesionales de la medicina crear tratamientos ajustados y exactos a las necesidades particulares de sus pacientes.

El nivel de importancia de las matemáticas en medicina es, paradójicamente, incalculable, pues gracias a esa exactitud numérica, el médico tratante va a poder recetar un tratamiento realmente efectivo para una patología; de no ser así, se pone en riesgo la efectividad del tratamiento, la integridad física y hasta la vida de la persona.

Los médicos emplean matemáticas, por ejemplo, cuando toman la presión, temperatura, respiración, tensión arterial y pulso de sus pacientes. Además, deben realizar cálculos para recetar medicamentos, tomando en cuenta el peso de una persona. Analizan valores de los análisis clínicos de laboratorio o de imágenes de ultrasonidos o rayos x; calculan la fecha probable de parto de una paciente; miden la densidad de los huesos, el tamaño de órganos, el crecimiento anormal de glándulas, y muchas otras actividades en las que necesitan de las matemáticas.

Tal es el uso de las matemáticas en la medicina que existe una rama de esta ciencia denominada, precisamente, matemática médica, en la que las matemáticas explican fenómenos, procesos o eventos asociados a la medicina o a la biología".

Shutterstock, 1449915113.

Shutterstock, 1865019445.

Fuente: https://blogsalud.com/tendencias/matematicas-en-la-medicina/

Ficha de comprensión lectora

1. En general, ¿de qué trata el artículo?
2. ¿Por qué crees que la medicina debe ser lo más exacta posible?
3. ¿Cómo puede lograr la exactitud la medicina?
4. ¿En qué forma ayudan los cálculos numéricos a la medicina?
5. ¿Qué ocurriría si un médico no realiza correctamente sus cálculos en la prescripción de un medicamento?
6. **Indica**, por lo menos, tres aplicaciones de la matemática en la actividad médica.
7. ¿Qué variable consideran los médicos para recetar sus medicamentos?
8. **Menciona** una aplicación de la matemática durante la pandemia del COVID-19.

Ficha de escritura académica

Actividad personal

1. **Investiga** en Internet acerca de una aplicación de la matemática en la medicina. **Presenta** tu trabajo en una hoja A4.
2. **Ingresa** a Internet, **busca** imágenes sobre el tema y **realiza** un *collage*.
3. **Averigua** qué es el índice de masa corporal y **calcula** el tuyo. **Compara** el resultado con tus compañeros de clase.

Shutterstock, 125574206.

Actividad colaborativa

4. **Formen** grupos y **utilicen** las TIC de su preferencia para desarrollar la siguiente tarea: crear una infografía digital que resuma la lectura anterior.

   Presenten su trabajo ante el resto de la clase. **Tomen** en cuenta las siguientes recomendaciones:

   - Debe haber un organizador gráfico.
   - Incluir imágenes.
   - Los textos deben ser sintéticos y precisos.
   - Hay que citar las fuentes de donde se obtuvieron textos e imágenes.

Shutterstock, 1508727182.

Compruebo mis aprendizajes
Evaluación sumativa

M.4.1.4. / M.4.5.1.7 / M.4.2.1.

Resuelve los ejercicios y **escoge** la respuesta correcta.

1. El grado del absoluto del siguiente monomio es: $4n^2m^4o$:

   a) Grado 2 c) Grado 6

   b) Grado 3 d) Grado 7

2. El resultado de la operación

   $(50x^4 : 25x^2) - 12x^2$ es:

   a) $2x^4$ c) $-14x^2$

   b) $-10x^2$ d) $-6x^4$

3. ¿Qué expresión no es una proposición?

   a) Camila obtuvo 10 en el examen.

   b) Daniel no tiene una computadora.

   c) ¿Quién tiene la pelota?

   d) Quito es la capital del Ecuador.

4. ¿Qué expresión representa una conjunción?

   a) El 15 es múltiplo de 5 y múltiplo de 3.

   b) El 5 es menor que 8 o menor que 2.

   c) Luis camina, entonces se cansa.

   d) Si un número es compuesto, entonces tiene muchos divisores.

5. El siguiente conjunto $A = \{x/x \in \mathbb{Z}, 6 < x < 9\}$, expresado en extensión, es:

   a) $A = \{8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1\}$

   b) $A = \{9, 8, 7, 6\}$

   c) $A = \{6, 7, 8\}$

   d) $A = \{7, 8\}$

6. El conjunto complemento de $A = [a, e, o]$ es:

   a) $A^C = \{\text{vocales}\}$

   b) $A^C = \{a, b, d, d, e, i, o\}$

   c) $A^C = \{i, o\}$

   d) $A^C = \{a, e, o\}$

7. Dos triángulos isósceles que tienen el mismo valor en la base son siempre congruentes si:

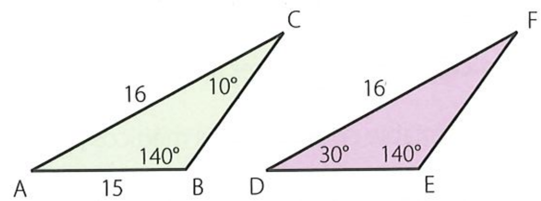
   a) La altura de los dos triángulos mide lo mismo.

   b) Los ángulos de la base son agudos.

   c) Cada lado de la base mide 10 *cm*.

   d) Sus lados desiguales miden diferente.

8. Según la figura, ¿qué expresión es falsa?



   I. $\measuredangle ACB \cong \measuredangle DFE$

   II. $\triangle BCA \cong \triangle EFD$

   III. $AB = DF$

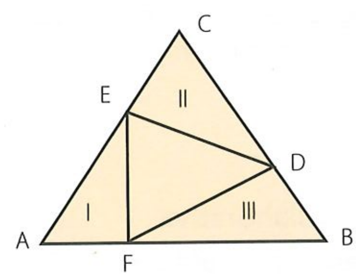
   a) Solo I

   b) Solo II

   c) Solo III

   d) Solo I y II

9. Si *ABC* equilátero *AF* = *BD* = *CE*, ¿cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?



   I. I ≅ II

   II. I ≅ III

   III. II ≅ II

   a) Solo I y II

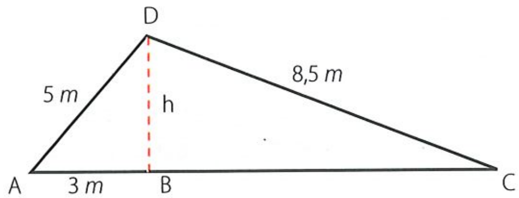
   b) Solo I y III

   c) Solo II y III

   d) Todas

Coevaluación

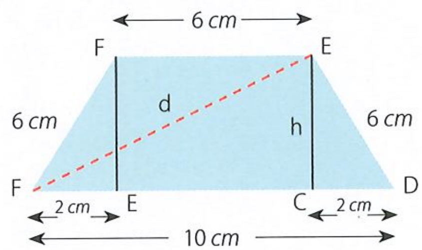
10. El perímetro del triángulo es:



a) 16,5 cm **c)** 24 cm

b) 21,5 cm **d)** 20,5 cm

11. La diagonal del trapecio mide:



a) 5,65 cm **c)** 6,75 cm

b) 9,8 cm **d)** 8,9 cm

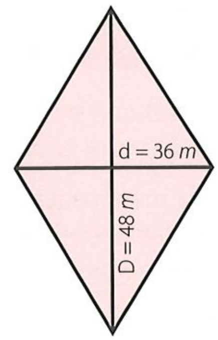
12. ¿Cuál es el valor del perímetro del rombo?

a) 30 cm

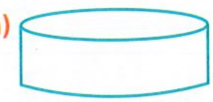
b) 120 cm

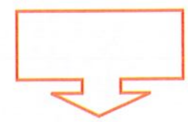
c) 168 cm

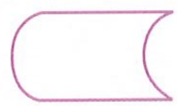
d) 63,2 cm

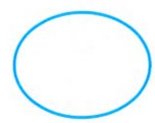


13. ¿Qué figura tiene más de dos ejes de simetría?

a)


c)


b)


d)


14. **Expreso mis emociones.** Has estudiado mucho para el examen, pero has reprobado. ¿Qué harías? **Expón** tus sentimientos.

Autoevaluación

15. **Pinta** según la clave.

Puedo ayudar a otros **Resuelvo por mí mismo** **Necesito ayuda** **Estoy en proceso**

Contenidos	Identifico el grado de un monomio y resuelvo operaciones.	
	Identifico proposiciones simples y compuestas.	
	Determino conjuntos por comprensión y extensión.	
	Identifico triángulos congruentes.	
	Soluciono situaciones que impliquen resolver con el teorema de Pitágoras.	
	Reconozco ejes de simetría.	

Metacognición

- ¿Aclaraste dudas y necesidades con los temas aprendidos?
- ¿En qué momento de tu vida puedes utilizar algunos de los temas aprendidos?
- ¿Para qué te servirá lo aprendido?

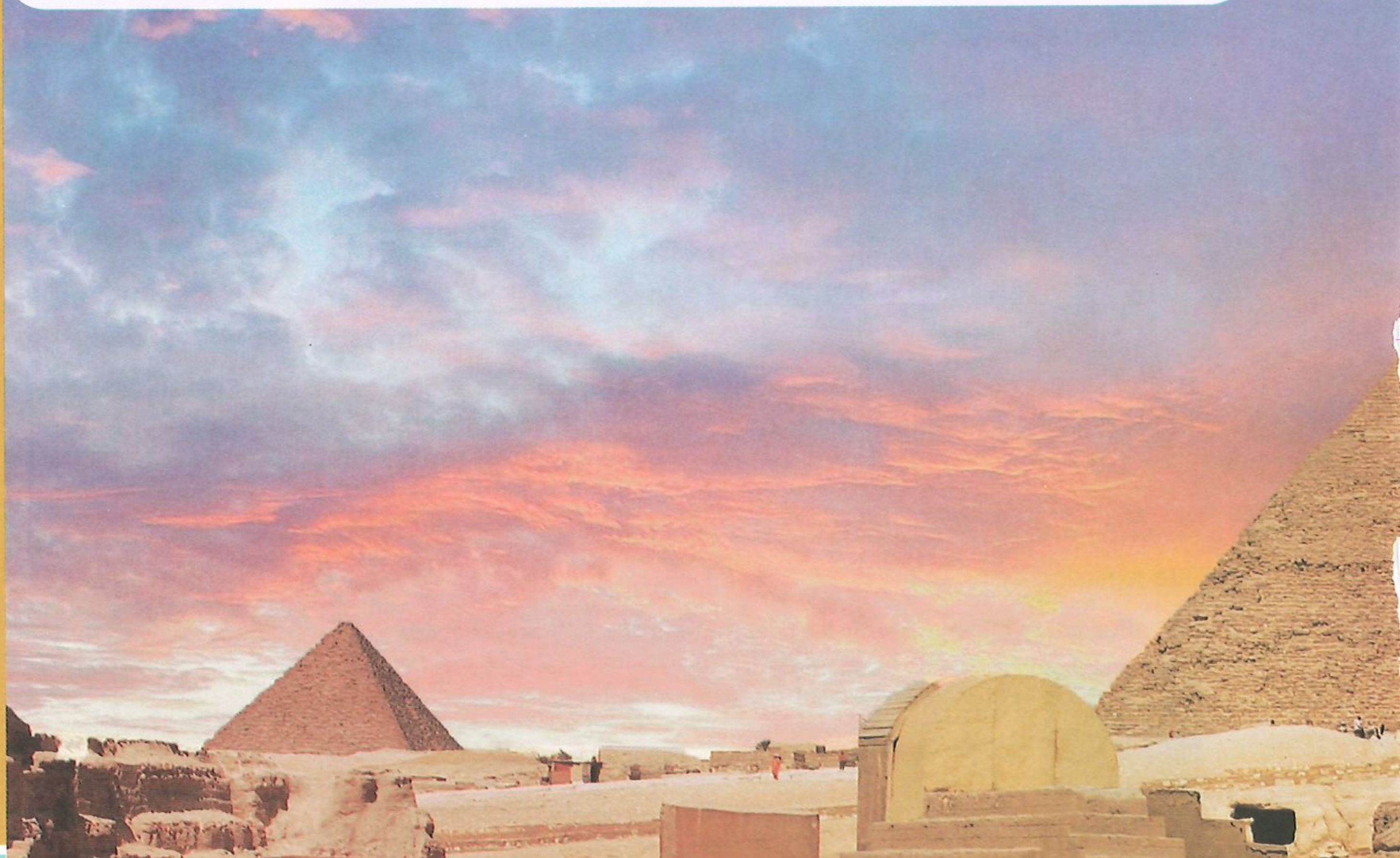
unidad 6

Polinomios. Conjuntos. Probabilidad

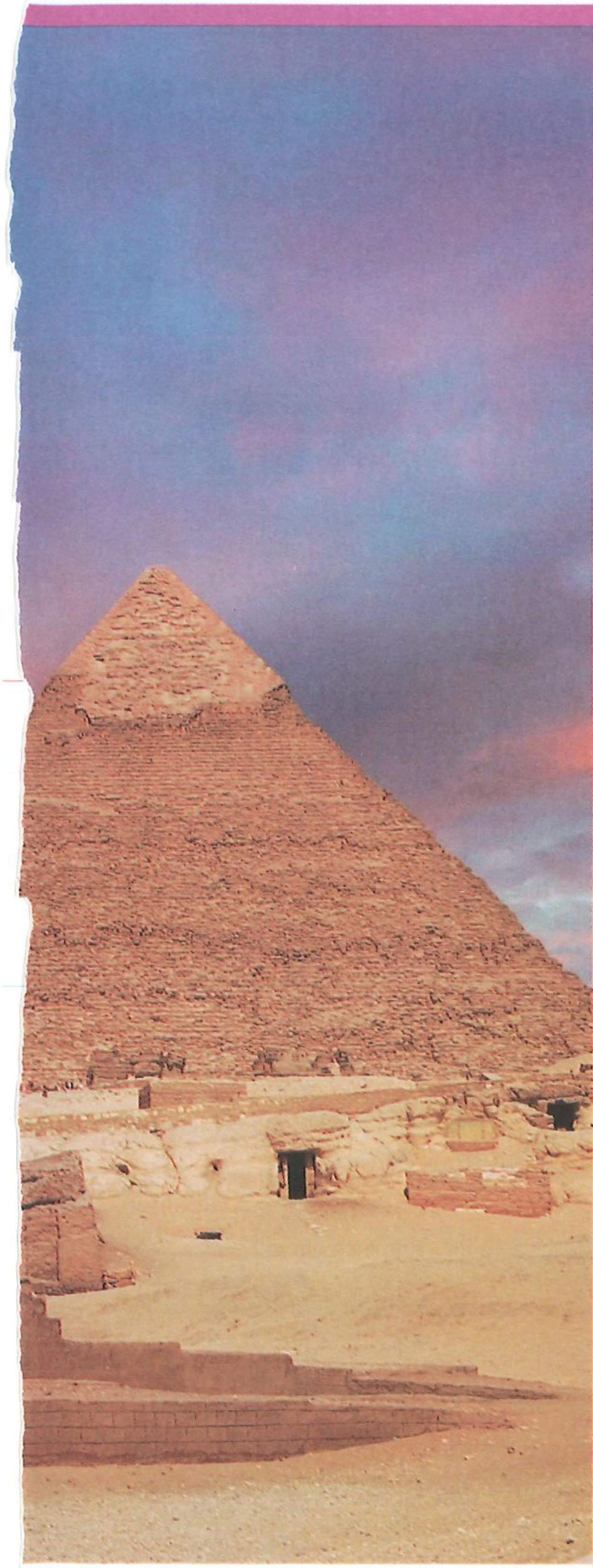
Todos sabemos que la matemática es necesaria para cada evento de nuestra vida; es la principal herramienta del ser humano para poder comprender lo que tiene a su alrededor.

Utilizamos la matemática en muchas actividades cotidianas: en la administración del dinero, al preparar una receta, en el cálculo del tiempo y la velocidad, etc. Pero lo más importante es que nos invita a analizar la relación de los números con las figuras geométricas.

La matemática ha sido la protagonista de varios avances tecnológicos, y se utiliza en el análisis estadístico y económico de los países, o en la evaluación de fenómenos naturales. Incluso está presente en una de las siete maravillas del mundo: las pirámides de Egipto.



Shutterstock, 656582236.



Preguntas generadoras

- ¿En qué momento de tu vida ha sido importante la matemática?
- ¿Qué tema de la geometría te ayudaría a conocer la altura de la pirámide?
- ¿Para qué otro evento puedes aplicar la matemática en tu vida?

Lo que vamos a aprender

Álgebra y funciones

- Polinomio y valor numérico
- Operaciones con conjuntos: unión, intersección, diferencia y complemento
- Producto cartesiano
- Relaciones
- Funciones

Geometría y medida

- Sólidos geométricos, características y construcción

Estadística y probabilidad

- Probabilidad. Eventos

Objetivos
O.M.4.1. / O.M.4.2. / O.M.4.5. / O.M.4.7.

Tema 1 Polinomios y valor numérico

Saberes previos

Nombra dos monomios semejantes a $14xy^2$.

Recuerda que...

Monomio es la expresión algebraica donde no figuran las operaciones de suma y resta.

Paula compra en una papelería tres esferos y dos cuadernos. ¿Cómo se puede expresar en lenguaje algebraico lo que tiene que pagar Paula en la papelería?

$ x

$ y

Lo que tiene que pagar es: $3x + 2y$.

Freepick, (2020).

Polinomio es la expresión algebraica formada por dos o más monomios unidos por las operaciones de suma o resta.

Algunos polinomios tienen nombres específicos de acuerdo con el número de términos que poseen:

Si tiene dos términos → Se llama binomio → $\frac{a^2}{2} - \frac{5m}{7}$.

Si tiene tres términos → Se llama trinomio → $x^2 - 2xy + y^2$.

Recuerda que...

Si en un monomio no aparece coeficiente, este es uno.

El **grado** de un polinomio se define como el mayor de los grados de sus términos. El grado puede ser absoluto o relativo.

Grado de un polinomio

El grado **absoluto** de un polinomio es el grado de su término de mayor grado.

Ejemplo:

$5a^4b^3 + 12ab^4$

↓ 7.º ↓ 5.º → *g. absoluto es 7.º*

El grado **relativo** de un polinomio en relación con una variable es el mayor exponente de dicha letra en el polinomio.

Ejemplo:

$5a^4b^3 + 12ab^4$ *respecto a letra b*

↓ 3.º ↓ 4.º → *g. relativo es 4.º*

En un polinomio, el **monomio** de mayor grado se denomina término principal, y el de grado 0 es el término independiente.

Competencia socioemocional

Lleva una agenda de tus actividades para que puedas administrar tu tiempo de una manera eficiente. Prioriza tus tareas y, sobre todo, cúmplelas a tiempo.

Responde: ¿qué piensas acerca de llevar una agenda para tus actividades?

Comenta con tus compañeros de clase.

Ejemplo 1

Encontramos el grado absoluto del trinomio y el relativo respecto a la variable y.

Solución

$x^5 - 2x^2y + y^3$ → Grado absoluto: 5.° grado, y grado relativo respecto a *y*: 3.° grado.

M.4.1.9. Aplicar las propiedades algebraicas (adición y multiplicación) de los números enteros en la suma de monomios homogéneos y la multiplicación de términos algebraicos.
M.4.1.23. Definir y reconocer polinomios de grados 1 y 2.

Un polinomio puede ser:

Polinomio completo: es aquel que contiene todos los **exponentes** sucesivos de dicha variable, desde el más alto hasta el más bajo que tenga la letra en el polinomio; caso contrario, se denomina polinomio incompleto.

Ejemplo 2

Completo → $x^5 + x^4 - 2x^3 + 5x^2 - x - 1$

Incompleto → $x^5 + x^4 + 5x^2 - x - 1$

Polinomio ordenado con respecto a una letra es un polinomio en el cual los exponentes de una letra escogida, llamada **letra ordenatriz**, van aumentando o disminuyendo sucesivamente.

Ejemplo 3

Ordenado en forma ascendente → $x + x^2 + 5x^3$

Ordenado en forma descendente → $x^2 + x + 5$

Valor numérico

Encontrar el valor numérico de una expresión algebraica significa reemplazar las variables por valores específicos y efectuar los cálculos correspondientes.
En ocasiones se evalúa una expresión algebraica para verificar una igualdad o para despejar un valor desconocido.

Valor numérico de un monomio

El valor numérico de $5ab$ para $a = 1, b = 2$.

Sustituimos la ***a*** por su valor **1** y la ***b*** por **2** y tendremos:

$$5 \cdot a \cdot b$$
$$\downarrow \ \downarrow \ \downarrow$$
$$5 \cdot 1 \cdot 2 = 10$$

Valor numérico de un polinomio

El valor numérico de $ac + b^2n^2 - bd$ para $a = 3, \quad b = 4, \quad c = \frac{1}{3}, \quad d = 0{,}5, \quad n = \frac{1}{4}$

$$a \ c + b^2 \ n^2 - b \ d$$
$$\downarrow \downarrow \ \downarrow \downarrow \quad \downarrow \downarrow$$

$3 \cdot \frac{1}{3} + 4^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 4 \cdot 0{,}5$ Reemplazamos.

$3 \cdot \frac{1}{3} + 16 \cdot \frac{1}{16} - 4 \cdot 0{,}5$ Resolvemos potencias.

$\frac{\cancel{3}}{\cancel{3}} + \frac{\cancel{16}}{\cancel{16}} - 2$ Resolvemos multiplicaciones.

$1 + 1 - 2 = 0$ Resolvemos sumas y restas.

¿Sabías que?

Un **polinomio** se suele designar por una letra mayúscula seguida de las variables entre paréntesis. Ejemplo:

$$P(x) = 2x^2 - 3$$

¿Sabías que?

Polinomio homogéneo es aquel polinomio que tiene todos sus términos de igual grado. Por ejemplo:

$$x^3 - 2x^2y + xy^2 + 4y^3$$

Recuerda que...

En operaciones combinadas, se resuelven las operaciones en el siguiente orden:

1. Potencias y raíces
2. Multiplicaciones y divisiones
3. Sumas y restas

I.M.4.1.1. / I.M.4.2.1.

1. **Escribe** en tu cuaderno la expresión algebraica correspondiente a cada uno de los siguientes enunciados:

a) La mitad de la diferencia de dos números.

b) Un tercio del cociente de dos números.

c) La suma del cubo de un número y cinco.

d) La mitad de la suma de un número y su cuadrado.

e) La suma de dos números consecutivos.

2. **Escribe** en tu cuaderno en lenguaje común los siguientes polinomios algebraicos:

a) $x^3 + y^3$

b) $(x + y)^2$

c) $2x^2 + y$

d) $\frac{1}{5}x + 3x^2$

e) $\frac{x + 3x^2}{5}$

f) $\frac{x^2 - y^2}{3}$

g) $\frac{2x^2 - 3y}{2}$

3. **Problema-decisión. Analiza, decide y responde** con verdadero (V) o falso (F) las siguientes afirmaciones.

a) Un polinomio es una expresión algebraica compuesta por varios monomios unidos por suma o resta.

b) El grado de un polinomio se define como el menor de los grados de sus términos.

c) El grado de un polinomio puede ser absoluto y en relación con una letra.

d) En un polinomio, el monomio de mayor grado se denomina término principal.

e) El término independiente de un polinomio es de grado 1.

f) Un polinomio es homogéneo si todos sus términos son del mismo grado.

g) El polinomio $2x^3 - 3x^2 - x + 5$ es completo.

h) El polinomio $4x^4 - 6x^3 + 2$ está ordenado en forma ascendente.

i) El valor numérico de un polinomio tiene parte literal.

4. **Transcribe** la tabla en tu cuaderno. En cada polinomio, **determina** el grado, el término principal y el término independiente.

Polinomio	Término principal	Término independiente	Grado
$4ab^2 - 2a + 5$			
$3x^3 - 5x - 1$			
$2m^2n^2 - 3m - 2$			
$4a^2b^3c - 3ab + 3$			
$2x^2yz^3 - 3xyz$			

En tu cuaderno

5. **Escribe** en tu cuaderno los polinomios con las características solicitadas.

a) Polinomio con 4 términos, de grado 5 y término independiente –2.

b) Binomio de grado 5 y término independiente 0.

c) Trinomio de grado 4, término independiente –8.

d) Polinomio de 5 términos de grado 8 y término independiente –1.

6. **Ordena** en forma descendente los siguientes polinomios.

a) $-3x^4 + 2x^2 + 3 + 3x$

b) $5x^4 + 2x - 1 - 3x^2$

c) $\frac{1}{2}m^3 + 5m + 3m^2 - 3m^4$

d) $5x^3 + x^2 - 3x^4 - 3$

7. **Determina** cuántos términos tiene cada polinomio. Luego, **indica** si es binomio, trinomio o polinomio.

a) $8x^3 - 2x^2 + 9x - 1$

b) $4a^2 - b^2$

c) $16x^2 - 8x + 1$

d) $(x - 1)^2 - 4$

e) $(m + 2)^2 - 4(m + 2) + 2$

8. De los siguientes polinomios, **señala** aquellos que son homogéneos.

a) $x^4 + 7x^3y - 5xy^3 - 3y^4$

b) $2x^3 + x^3y - 15xy^2 - y^3$

c) $x^5 + 9x^3y^2 - x^2y^3 + 6y^5$

d) $m^3 + m^2n - 2mn^2 - 2n^3$

e) $p^5 - q^5$

f) $s^3 + 2st^2 + t^2$

g) $v^3 + 5v^2w - 11vw^2 - 12x^3$

h) $x^7 + 4x^5y^2 + 8xy^6 - 1$

i) $x^6 - x^5y + x^3y^3 + y^6$

j) $m^3 + m^2 - m + 1$

9. **Calcula** el valor numérico de los siguientes polinomios. Para $x = -2$.

a) $2x^2 - 3x + 8 =$

b) $3x^3 - 3x - 5 =$

c) $2x^3 - 3x - x =$

d) $4x^3 - 2x^2 - 6 =$

e) $4x^4 - 5x + 2 =$

f) $-3x^2 + 2x - 12 =$

10. **Calcula** los valores numéricos de los siguientes polinomios:

a) $-3x^3 + 2x^2 - 12x + 4x + 9 =$

Para $x = -1$.

Para $x = 2$.

b) $-x^3y^2 + 3x^2y - 2xy - 3x + 2y =$

Para $x = 0, y = -1$.

Para $x = -1, y = 2$.

c) $3m^2np^2 + 4m^3n - 3mnp + 4mp^2 =$

Para $m = 1, n = -1, p = 2$.

Para $m = -1, n = 2, p = -3$.

11. **Halla** el valor numérico de las siguientes expresiones para los valores dados.

a) $(2x - 5y)$ para $x = -1; y = 2$

b) $x^2 - 3yz$ para $x = -2; y = 2; z = 1$

c) $(4x^2 - 2x)^3$ para $x = -1;$

d) $3x^2 - 2x + 6$ para $x = -3;$

e) $x^3 - 5x^2y + 3xy^2 - y^3$ para $x = 4; y = -2$

f) $2x^3 - 7x^2 + 4x - 25$ para $x = -5$

Trabajo colaborativo

12. **Trabajen** en parejas.

Inventen tres polinomios y **escriban** valores a sus variables. Luego, **intercambien** sus ejercicios con otras parejas y, finalmente, **realicen** comprobaciones.

Actividad indagatoria

13. **Indaga:** ¿cuántos términos tiene un polinomio completo de grado 5, uno de grado 2, y uno de grado 15? ¿Y si el grado es n?

Tema 2 Operaciones entre conjuntos

Desequilibrio cognitivo

¿Qué es para ti un conjunto? **Nombra** tres conjuntos.

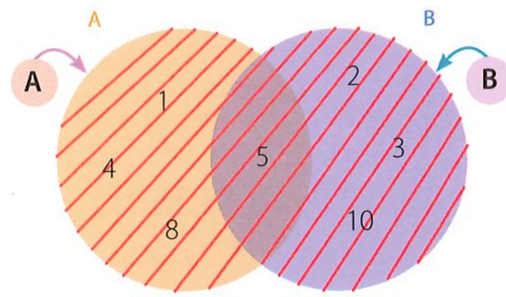
Interculturalidad

Los saberes ancestrales de los pueblos y las comunidades, nos permiten conocer sobre sus tradiciones y otros aspectos culturales.

Investiga acerca de sus conocimientos sobre su ciencia. **Elabora** un resumen y **preséntalo** a la clase.

Unión de conjuntos

Gabriela está completando un álbum de superhéroes y le hacen falta 12 cromos. Su mamá le regala los que ocupan los números A = {1, 4, 5, 8} y su papá le consigue los números B = {2, 3, 5, 10}. ¿Cuántos tiene y cuántos le faltan para completar la colección?



El total de lo que tiene Gabriela se obtiene al juntar los conjuntos. Es decir, la unión de conjuntos que se denota con A ∪ B y se lee "A unión B".

Tiene: A ∪ B = {1, 2, 3, 4, 5, 8, 10}

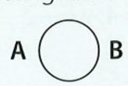
Gabriela tiene 7 superhéroes y le faltan 5.

La **unión** de dos conjuntos es un conjunto formado por **todos los elementos que están** en dichos conjuntos. Gráficamente, se representa pintando **toda** el área de los conjuntos.

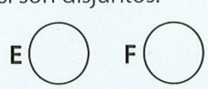
Recuerda que...

El diagrama de Venn de dos conjuntos depende de:

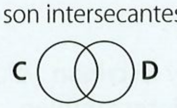
- si son iguales:



- si son disjuntos:



- si son intersecantes:



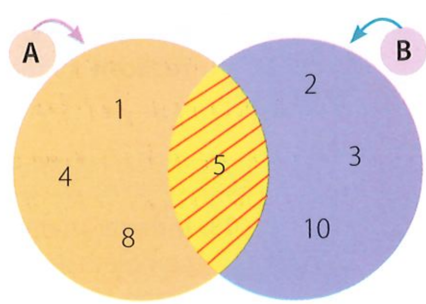
- si uno es subconjunto de otro:

Intersección de conjuntos

La **intersección** de dos conjuntos es un conjunto formado por todos los **elementos comunes** que tengan los conjuntos. Gráficamente, se representa pintando el **área común** de los conjuntos.

Ejemplo 1

En el regalo de la mamá y en el del papá de Gabriela, ¿hay algún cromo de superhéroe que se repite?



Se repite el superhéroe con número 5.

Es el elemento común entre los dos conjuntos. La intersección de conjuntos se denota por A∩B y se lee "A intersección B".

A∩B = {5}

M.4.2.4. Definir y reconocer conjuntos y sus características para operar con ellos (unión, intersección, diferencia, complemento) de forma gráfica y algebraica.

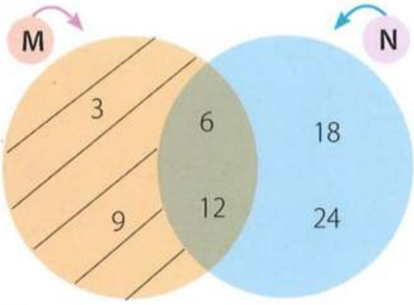
Diferencia de conjuntos

Ejemplo 2

Hallamos la diferencia entre el conjunto $M = \{3, 6, 9, 12\}$ y $N = \{6, 12, 18, 24\}$

Solución

1. **Analizamos** qué relación existe entre estos conjuntos.
2. **Pintamos** toda área que contiene elementos de M que no están en N.
3. **Escribimos** el conjunto solución.



La diferencia entre M y N es un conjunto formado por los elementos de M que no pertenecen a N.

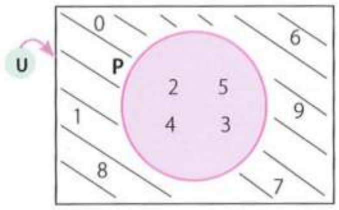
La diferencia se denota por $M - N$ y se lee "M menos N". $M - N = \{3, 9\}$.

> La **diferencia** entre dos conjuntos es un conjunto formado por **los elementos del primer conjunto que no pertenecen al segundo conjunto**. Gráficamente, se representa pintando el **área que pertenece solo al primer conjunto**.

Complemento de un conjunto

Ejemplo 3

Encontramos el complemento del conjunto $P = \{2, 3, 4, 5\}$ si el conjunto $U = \{\text{números dígitos}\}$.



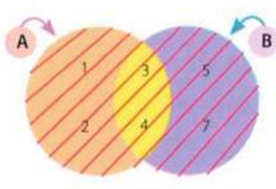
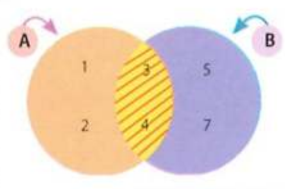
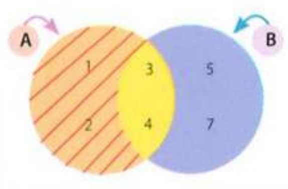
Solución

Como P es un conjunto contenido en un conjunto universal $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, entonces el complemento de P respecto a U, denotado por P', es otro conjunto formado por todos los elementos de U que no pertenecen a P.

> Si un conjunto A está dentro de un **conjunto universal** U, entonces el **complemento de A** respecto a U es otro conjunto con **todos los elementos de U** que **no pertenecen a A**. Gráficamente, se representa pintando el área fuera del conjunto A y dentro del conjunto U.

Ejemplo 4

Si $A = \{1, 2, 3, 4\}$ y $B = \{3, 4, 5, 7\}$, **hallamos** la unión, intersección y diferencia entre A y B.

		
$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$	$A \cap B = \{3, 4\}$	$A - B = \{1, 2\}$

Competencia digital

Practica lo aprendido.

Ingresa al enlace web:

lynk.ec/8m34

DFA

El comportamiento y las formas de hablar suelen variar de persona a persona. Es importante respetar el estilo que cada persona tenga a la hora de hablar y de comportarse.

Competencia digital

Ingresa al siguiente enlace web:
lynk.ec/8m35

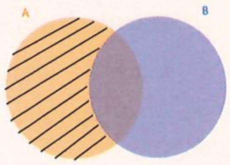
Imprime la página 3 para reforzar tu aprendizaje.

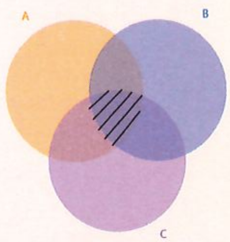
Taller

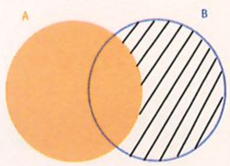
Evaluación formativa

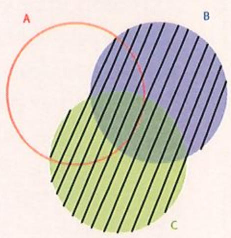
I.M.4.4.1.

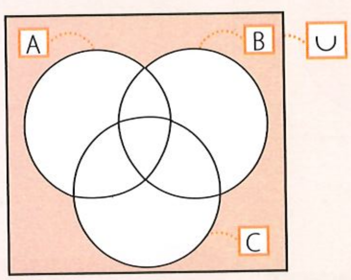
1. **Observa** el diagrama y **escribe** en tu cuaderno la operación que la representa.

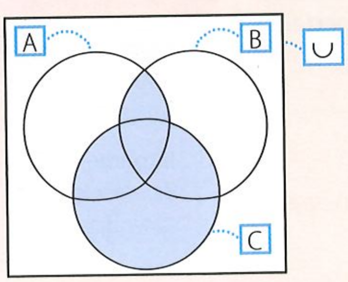
a) 

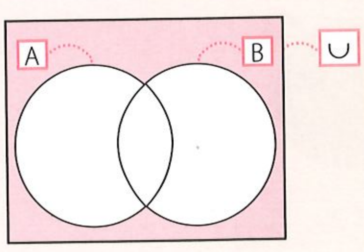
b) 

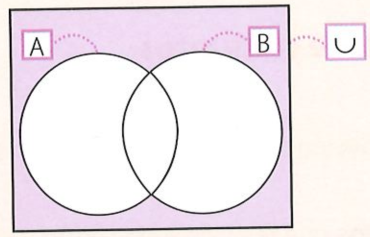
c) 

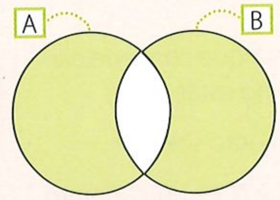
d) 

e) 

f) 

g) 

h) 

i) 

2. **Encuentra** la unión de los conjuntos:

A = {0, 2, 4, 6, 8, 10}

B = {1, 3, 5, 7, 9}

C = {2, 4, 6, 8}

A ∪ B =

A ∪ C =

B ∪ C =

3. Sean los conjuntos:

M = {a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k}

N = {a, e, i, o, u}

O = {d, e, f, g, h, i, m, n, o p},

escribe las operaciones solicitadas:

M ∩ N =

N ∩ O =

M ∩ O =

4. Sean los conjuntos:

M = {perro, gato, león, canario}

N = {león, tigre, mono, jirafa}

O = {elefante, zorro, lobo, ciervo},

escribe el conjunto diferencia solicitado en cada caso.

M – N =

N – O =

M – O =

5. Sean los conjuntos:

A = {2, 4, 8} **C** = {1, 10, 50}

B = {2, 6, 18} **D** = {2, 6, 18, 10, 30, 90},

halla las siguientes operaciones:

a) $A \cup B \cup C$

b) $(A \cup B) \cup D$

c) $(D \cup C) \cup (A \cap C)$

d) $A \cap B \cap C$

e) $(D \cap B)$

f) $(A \cup B) \cup (C \cap D)$

6. Dados los conjuntos:

$U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$B = \{3, 4, 5, 6\}$

Halla $A \cup B$; $A \cap B$; $A - B$; $B - A$; A'

7. **Escribe** el complemento del conjunto dado.

$U = \{x/x\ ; x \in \mathbb{Z}\ -3 < x < 5\}$

$A = \{-2, -1, 0\}$

$U = \{x/x\ ; x \in \mathbb{Z}\ -7 < x < 2\}$

$B = \{-1, 0, 1\}$

8. En tu cuaderno, **representa** gráficamente las operaciones entre conjuntos.

a) $(A \cup B) \cup C$

b) $(A - B) \cup C$

c) $M - N$

d) A^C

e) $A \cap B \cap D$

f) $(A \cup C)^C$

9. Sean F y G dos conjuntos cualesquiera, con $G \subset F$, ¿cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

a) $F \cap G = G$

b) $F \cup G = F$

c) $F - G = G$

d) $G - F = \emptyset$

10. **Resuelve** los siguientes problemas:

a) En una conferencia hay 6 docentes y 8 abogados; de los 6 docentes, 3 son también abogados, y de los 8 abogados, 3 son docentes. ¿Cuántos tienen una sola profesión?

b) De 300 turistas se sabe que 125 van a la playa, 110 van a la montaña, 50 van a la playa y la montaña. ¿Cuántos no van ni a la playa ni a la montaña?

c) A una kermés asistieron 200 personas, 50 de ellas no compraron nada, 80 personas compraron hamburguesa, 90 compraron *hot dogs*. ¿Cuántos compraron los dos productos?

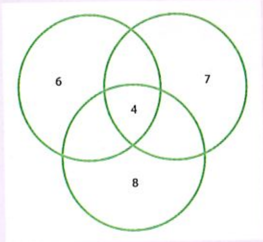
11. **Problema-decisión.** En un curso de 29 estudiantes, 12 juegan básquet, 20 juegan fútbol y 5 juegan ambos deportes a la vez. ¿Cuántos no realizan deporte?

Si conoces que la actividad física influye positivamente en la salud y debes decidir entre practicar deporte y no hacerlo, ¿cuál sería tu elección? **Justifica.**

Trabajo colaborativo

12. **Trabajen** en parejas.

Creen un problema que tenga como solución el siguiente gráfico:



Actividad indagatoria

13. **Indaga:** ¿qué son conjuntos coordinables? **Nombra** dos ejemplos.

Tema 3 Producto cartesiano y relaciones

Saberes previos

Se tienen 3 camisetas y 3 pantalones de diferentes colores cada uno. ¿Cuántas combinaciones de ropa se pueden formar?

¿Sabías que?

Al producto cartesiano se lo puede representar en: diagramas de flechas, diagramas arbolados, tablas y gráficos cartesianos.

Cada par que formemos con un elemento de A y uno de B, en ese orden, recibe el nombre de par ordenado.

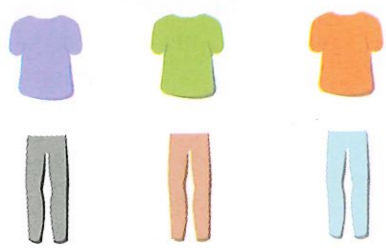
Producto cartesiano

Andrea tiene 3 camisetas de color rosado, negro y verde. Tiene 3 pantalones de color celeste, negro y rosado. Hallar todas las formas distintas como puede vestirse Andrea.

Para encontrar todas las combinaciones posibles, relacionamos cada camiseta con cada pantalón. Representaremos camisetas en el conjunto con la letra C y pantalones en el conjunto con la letra P. Los elementos son los colores y se representan con la inicial minúscula.

$$C = \{r, n, v\} \qquad P = \{c, n, r\}$$

$$C \times P = \{(r, c); (r, n); (r, r); (n, c); (n, n); (n, r); (v, c); (v, n); (v, r)\}$$



El conjunto compuesto por todos los pares ordenados forma el producto cartesiano A y B. El conjunto C × D son todas las alternativas que tiene Andrea.

El **producto cartesiano** de dos conjuntos es el conjunto formado por todos los pares ordenados, en los que la **primera componente** es un elemento del **primer conjunto** y la **segunda componente** es un elemento del **segundo conjunto**.

El producto cartesiano se puede representar mediante:

Competencia socioemocional

Si algún tema de clase no te quedó claro, pregunta a tu docente; no te quedes con la duda.

Responde: ¿por qué es importante no quedarse con duda sobre un tema de clase?

Plano cartesiano

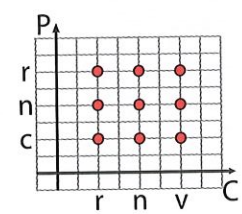


Diagrama sagital

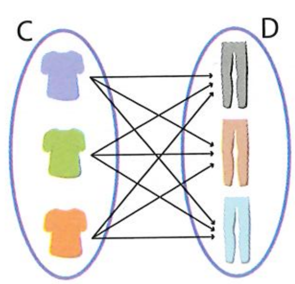
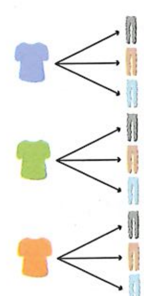


Diagrama de árbol



En el plano cartesiano, el primer conjunto está en el eje **x** y el segundo conjunto va en el eje **y**. En el diagrama sagital, el **conjunto C** de donde salen las flechas se llama **conjunto de partida**; y donde llegan, **el conjunto P**, se llama **conjunto de llegada**.

El **conjunto solución** es: $C \times P = \{(r,c); (r,n); (r,r); (n,c); (n,n); (n,r); (v,c); (v,n); (v,r)\}$

M.4.1.42. Calcular el producto cartesiano entre dos conjuntos para definir relaciones binarias (subconjuntos), representándolas con pares ordenados.

Relaciones

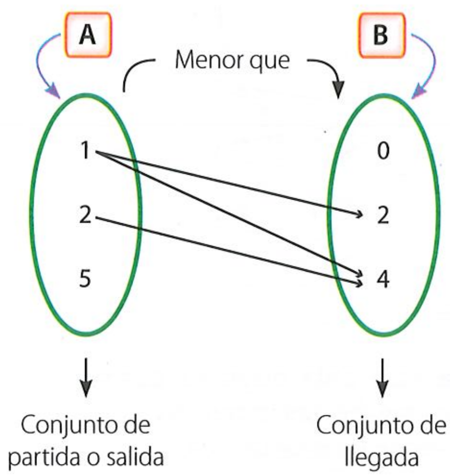
Una relación en un conjunto de números es una regla de correspondencia que asocia a cada número de un conjunto de partida, llamado dominio, uno o más números del conjunto de llegada, llamado contradominio.

Ejemplo 1

Relacionamos los conjuntos $A = \{1, 2, 5\}$ con el conjunto $B = \{0, 2, 4\}$, mediante la **condición** "ser menor que" y **representamos** gráficamente.

Una relación se puede representar gráficamente de dos maneras:

1. Diagrama sagital:



Se establece la relación mediante flechas, uniendo los elementos que cumplen la condición.

El resultado de la relación es un nuevo conjunto que se representa con C_1 y se llama **conjunto solución**.

$C_1 = \{(1, 2); (1, 4); (2, 4)\}$

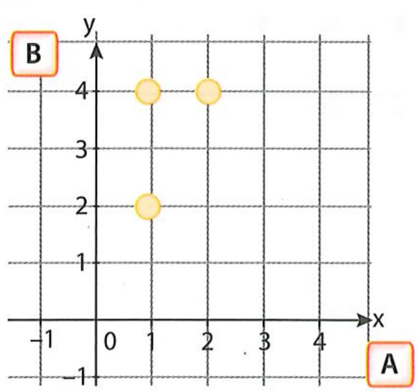
Las **primeras componentes** del conjunto C_1 forman un conjunto que se llama **dominio (D)**. $D(C_1) = \{1, 2\}$

Las **segundas componentes** del conjunto C_1 se llaman **rango o codominio (R)**. $R(C_1) = \{2, 4\}$

$C_1 = \{(1, 2); (1, 4); (2 , 4)\}$

$D(C_1) = \{1, 2\}$ $R(C_1) = \{2, 4\}$

2. Plano cartesiano:



Conjunto solución: $C_1 = \{(1, 2); (1, 4); (2, 4)\}$

Conjunto de partida: $A = \{1, 2, 5\}$

Conjunto de llegada: $B = \{0, 2, 4]$

Dominio de C_1: $D(C_1) = \{1, 2\}$

Rango de C_1: $R(C_1) = \{2, 4\}$

El conjunto C_1 es un subconjunto del producto cartesiano $A \times B$.

Producto cartesiano: $A \times B = \{(1, 0); \underline{(1, 2); (1, 4);} (2, 0); (2, 2); \underline{(2, 4);} (5, 0); (5, 2); (5, 4)\}$

$C_1 = \underline{\{(1, 2); (1, 4); (2, 4)\}}$; por lo tanto, $C_1 \subset (A \times B)$.

Una **relación** es un subconjunto del producto cartesiano determinado mediante una condición específica.

DFA

Si hay una discapacidad o dificultades visuales, es necesario ayudarnos unos a otros, ya sea con una explicación de los sucesos visuales o con un resumen de lo que sucede alrededor.

Interdisciplinariedad

Matemática y Arqueología

Antes de la conquista española, los pueblos indoamericanos ya tenían sus propias matemáticas; eso es posible identificar tanto en las actividades socioculturales de sus descendientes como en los restos arqueológicos y las crónicas disponibles que nos informan al respecto.

Evaluación formativa

I.M.4.3.1.

1. **Observa** los siguientes conjuntos y **responde**.

$A = \{4, 6\}$ $C = \{1, 2, 3\}$

$B = \{2, 4, 6\}$ $D = \{-4, -1, -3\}$

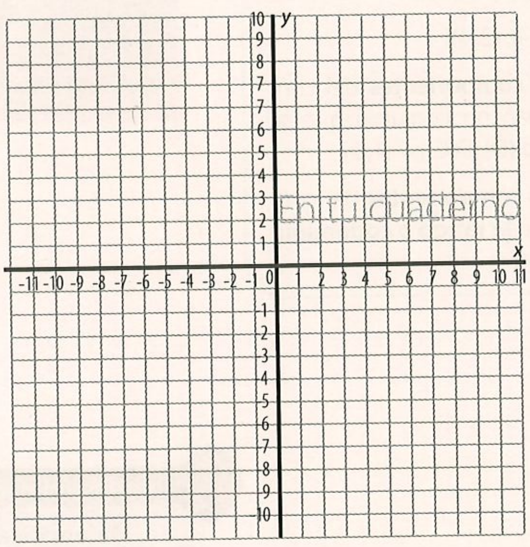
a) ¿Cuántos pares ordenados tiene el producto cartesiano $A \times B$?

b) ¿Cuántos pares ordenados tiene el producto cartesiano $A \times C$?

c) ¿Cuántos pares ordenados tiene el producto cartesiano $B \times D$?

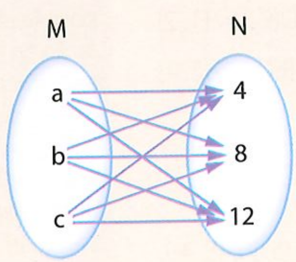
d) **Determina** $C \times D$, **copia** el plano cartesiano en tu cuaderno y **ubica** los pares ordenados.

$C \times D =$



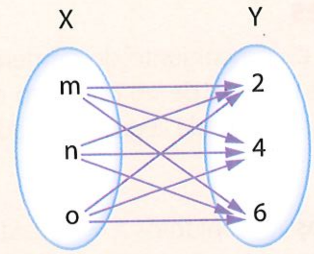
2. **Determina** para cada diagrama sagital: el producto cartesiano por extensión, el conjunto de salida y el conjunto de llegada.

a)



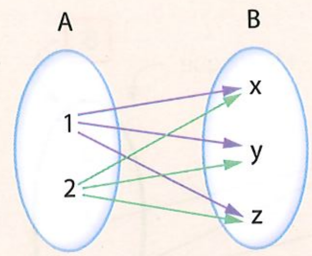
$M \times N =$

b)



$X \times Y =$

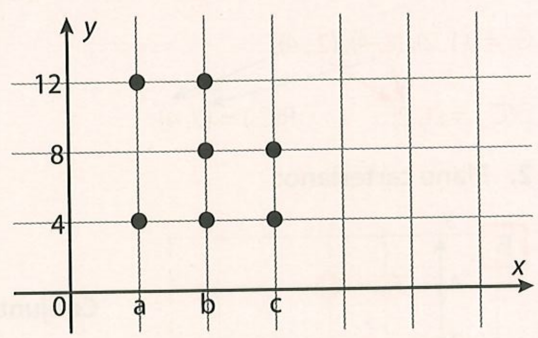
c)



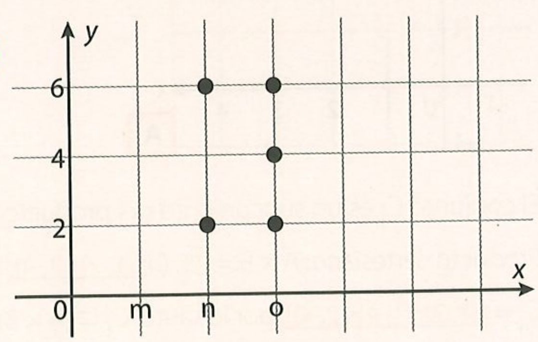
$A \times B =$

3. **Determina** para cada diagrama cartesiano: el producto cartesiano por extensión, el conjunto de salida y el conjunto de llegada.

a)



b)



4. Dados:

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ $C = \{5, 7, 9, 11, 14\}$

$B = \{2, 4, 6\}$ $D = \{5, 6, 7, 9\}$

a) **Escribe** la relación.

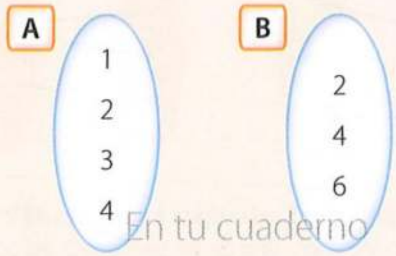
$R = \{(x, y) \in A \times B / y = 2x\}$

R =

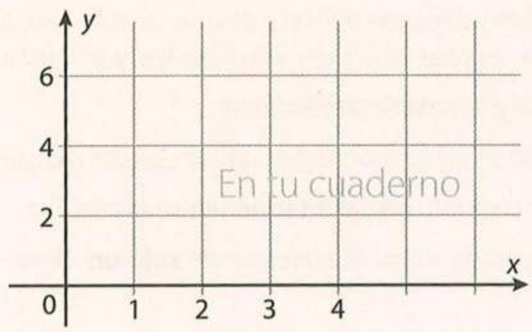
Dom R =

Rec R =

b) **Copia** en tu cuaderno el diagrama y **ubica** las flechas de la relación.



Plano cartesiano



c) **Escribe** la relación.

$R = \{(x, y) \in A \times C / y = 2x + 3\}$

R =

Dom R =

Rec R =

d) **Copia** en tu cuaderno el diagrama y **ubica** las flechas de la relación.

e) **Copia** en tu cuaderno el plano cartesiano y **ubica** las flechas de la relación.

f) **Escribe** la relación.

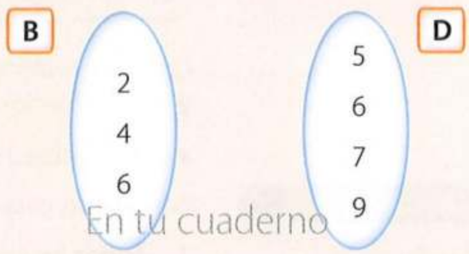
$R = \{(x, y) \in B \times D / y = \frac{x}{2} + 4\}$

R =

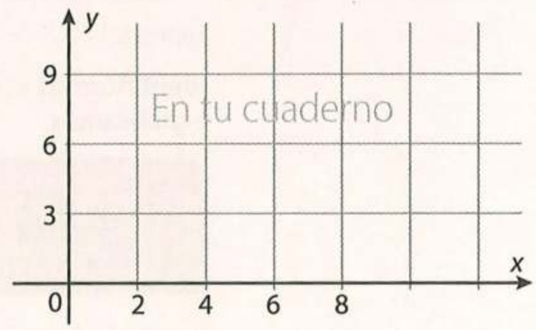
Dom R =

Rec R =

g) **Copia** en tu cuaderno el diagrama y **ubica** las flechas de la relación.



h) **Copia** en tu cuaderno el plano cartesiano y **ubica** las flechas de la relación.



Trabajo colaborativo

5. **Trabajen** en parejas.

Escriban cuatro conjuntos diferentes y **planteen** tres relaciones entre ellos; **elaboren** un diagrama sagital, y **encuentren** dominio y recorrido.

Actividad indagatoria

6. **Indaga** cómo una relación es una función y **nombra** un ejemplo.

Tema 4 Funciones

Desequilibrio cognitivo

¿Cuál es el conjunto solución de una relación entre $A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{0, 5, 7, 9\}$ que indica el "doble más 1"?

Interdisciplinariedad

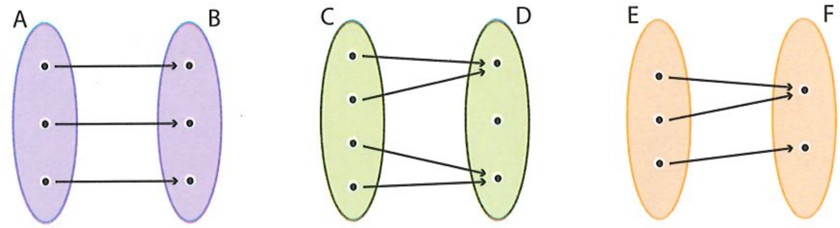
Matemática y Economía

Utilizamos funciones para conocer la dinámica de la oferta y la demanda.

Indaga y **escribe** un ejemplo en el cuaderno sobre la aplicación de funciones en la oferta y la demanda. **Preséntalo** a la clase.

Función

Los gráficos muestran las relaciones entre dos conjuntos, que además son funciones.



La **función** es una relación entre dos conjuntos A y B, que asigna a cada uno de los elementos del conjunto A (dominio o partida) uno y solo uno de los elementos del conjunto B (rango o llegada). Los elementos de A se llaman entradas y los elementos de B, salidas.

Cuando el valor de una variable *y* depende del valor de una variable x, se dice que **y** está en función de **x**. Esto se representa como $y = f(x)$ y se lee "**y** es igual a *f* de **x**".

x es la variable independiente ***y*** la variable dependiente.

Recuerda que...

La función es una relación, por lo tanto, tiene dominio y rango.

Por lo tanto, para que una relación sea función, debe cumplir con dos características:

1. **Todos** los elementos del conjunto **inicial intervienen** en la relación.
2. **A cada** elemento del conjunto inicial le corresponde **solo un** elemento del conjunto final.

Ejemplo 1

Identificamos variables dependientes e independientes, **completamos** la tabla y **graficamos**.

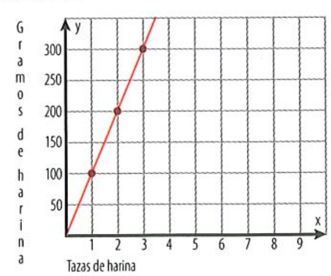
Independiente (tazas de harina)	0	1	2	3
Dependiente (gramos de harina)	0	100	200	300

En esta tabla, la relación es multiplicativa: por cada taza de harina que se aumenta, la cantidad sube 100 *g*.

Estos valores se pueden graficar en el plano cartesiano.

Para cada relación se puede escribir una ecuación. Esta ecuación toma el nombre de función, porque el valor de la variable dependiente está en función de los cambios en la variable independiente.

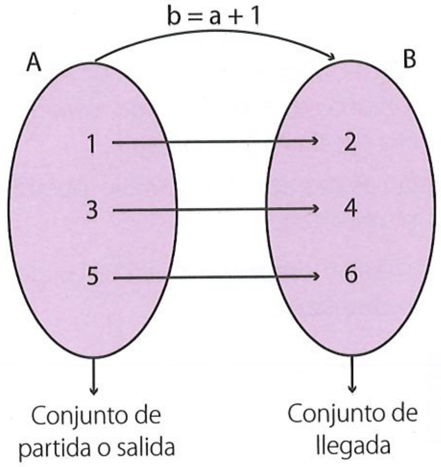
$f(x) = 100x$



M.4.1.44. Definir y reconocer funciones de manera algebraica y de manera gráfica, con diagramas de Venn, determinando su dominio y recorrido en Z.

Ejemplo 2

Relacionamos los conjuntos A = {1, 3, 5} y B = {2, 4, 6, 8} con la condición de que $b = a + 1$. **Identificamos** si es o no función. En el caso de que lo fuera, **indicamos** el rango.



Características de una función:

1. Dominio = conjunto de partida D (f)= {1, 3, 5}
2. No sale más de una flecha de cada uno de los elementos del conjunto de partida.

Por lo tanto, sí es una función.

R(f)= {2, 4, 6}

¿Sabías que?

Se le llama variable dependiente porque toma valores que se obtienen con base en la variable independiente.

Ejemplo 3

Representamos gráficamente la relación $y = x + 2$.

Solución

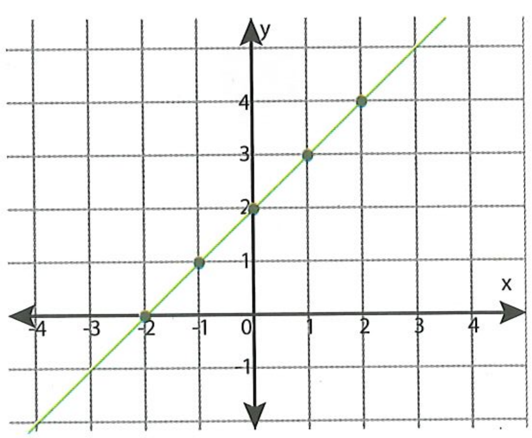
Se elabora una tabla de valores escogiendo los valores que tomará **x** y se reemplaza en la función.

x	*f(x)*
2	y = **2** + 2 = 4
1	y = **1** + 2 = 3
0	y = **0** + 2 = 2
−1	y = **−1** + 2 = 1
−2	y = **−2** + 2 = 0

x	y
2	4
1	3
0	2
−1	1
−2	0

Los ejes cartesianos nos sirven también para representar gráficamente funciones. Según la función, las coordenadas del plano cartesiano son:

(2, 4)
(1, 3)
(0, 2)
(−1, 1)
(−2, 0)



¿Sabías que?

La representación gráfica de las funciones se la debemos a René Descartes, quien fue el primero en utilizar el término función.

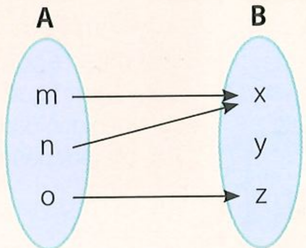
André Hataia, Wikimedia Commons (2020).

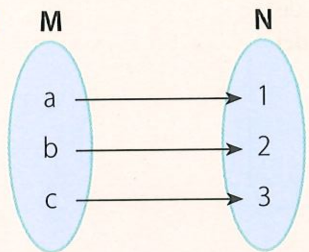
Taller

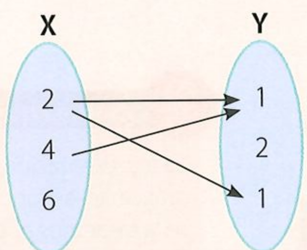
Evaluación formativa

I.M.4.3.2.

1. **Determina** si los gráficos presentados son o no funciones. **Argumenta** en tu cuaderno tu respuesta.

a) 

b) 

c) 

2. **Copia** en tu cuaderno y **completa** la tabla con variables dependientes e independientes, según el caso.

Variable independiente	Variable dependiente
En tu cuaderno	Perímetro del triángulo
Cantidad de pantalones	En tu cuaderno
En tu cuaderno	Costo de la factura
Tiempo empleado	En tu cuaderno

3. **Escribe** verdadero (V) o falso (F).

a) Toda relación es una función.

b) Si sobran elementos en el conjunto de salida, una relación ya no puede ser función.

c) Una función es un subconjunto del producto cartesiano.

d) Una función se la puede graficar en el plano cartesiano.

e) Toda función es una relación.

f) Si sobran elementos en el conjunto de llegada, una relación ya no puede ser función.

g) Si de un elemento del conjunto de salida salen dos flechas esa relación sí puede ser función.

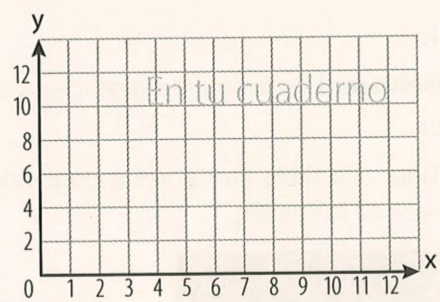
h) Una relación es función cuando el dominio es igual al conjunto de salida y cada elemento del dominio tiene una sola imagen.

i) Dos o más elementos del dominio pueden tener la misma imagen.

4. **Completa** las tablas y **representa** en tu cuaderno en el plano cartesiano.

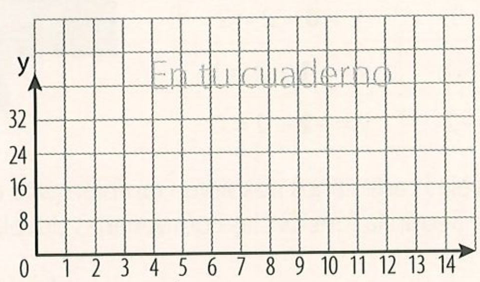
a)

x	12	11	10	9	8
y	10	9	En tu cuaderno		



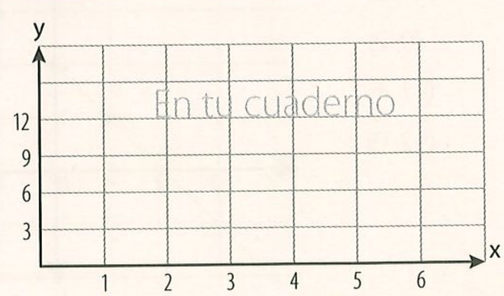
b)

x	10	12	14
y	20	24	En tu cuaderno



c)

x	5	4	3	2
y	11	9	En tu cuaderno	



d)

x	12	11	10	9	8
y	10	9	En tu cuaderno		

5. **Completa** la tabla y **escribe** la ecuación correspondiente.

a)

x	y
2	En tu cuaderno
4	2
8	4
10	5
En tu cuaderno	7
16	8

b)

x	y
1	En tu cuaderno
2	6
3	En tu cuaderno
4	12
5	15
6	18

6. **Completa** la tabla dando valores a la variable x en la función dada y **grafica** en un plano cartesiano *x* y *y* son elementos de los números reales.

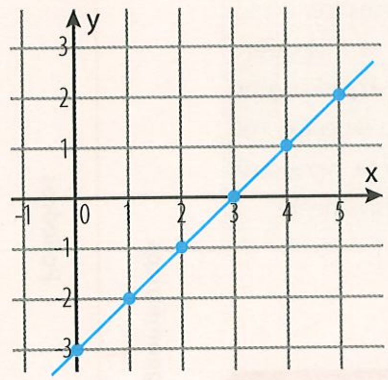
a) $f(x) = 2x + 1$

x	y
−2	
−1	
0	En tu cuaderno
1	
2	

b) $f(x) = \dfrac{x}{2} + 3$

x	y
−2	
−1	
0	En tu cuaderno
1	
2	

7. **Observa** el gráfico, **completa** en tu cuaderno la tabla y **escribe** la ecuación correspondiente.



x			En tu cuaderno			
y						

Ecuación:

8. Dadas las siguientes relaciones, **indica** si es o no una función y **explica** la razón.

a) $R_2 = \{(1, 5); (1, 4); (3, 5); (4, 4); (5, 8); (6, 9)\}$

b) $R_3 = \{(3, 3); (4, 4); (5, 5); (6, 6)\}$

c) $R_4 = \{(-1, 1); (1, 2); (2, 3); (2, 4)\}$

d) $R_5 = \{(-3, 5); (-4, 4); (3, 8); (6, 7); (3, 4)\}$

Trabajo colaborativo

9. **Trabajen** en parejas.

Realicen una tabla de las funciones y **representen** gráficamente en un plano.

$y = 2x - 2 \qquad y = 3x - 7 \qquad y = -2x - 3$

$x = (-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3)$

Actividad indagatoria

10. **Investiga** sobre la ecuación de la recta $y = mx + b$; **escribe** lo que representa la letra *m*.

Tema 5 Cuerpos geométricos

Saberes previos

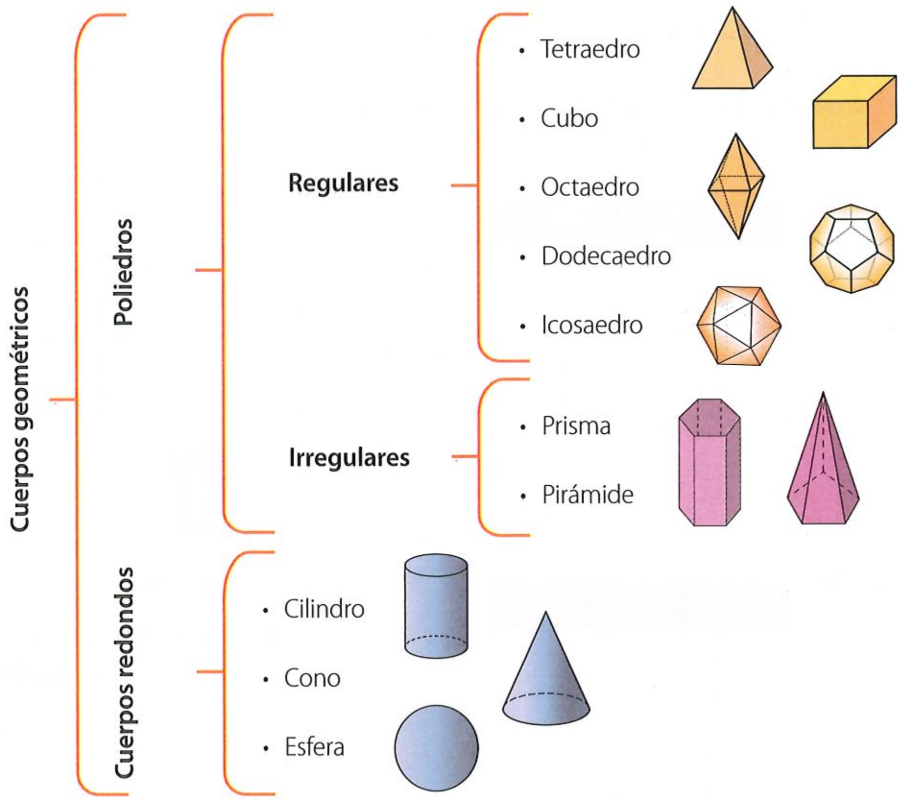
Nombra tres objetos de tu entorno que tengan forma de cuerpos geométricos.

Recuerda que...

Cuando se va a referir que un objeto tiene forma de, se dice:

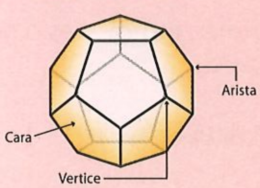
Triángulo → triangular
Cuadrado → cuadrangular
Pentágono → pentagonal
Hexágono → hexagonal
Y así, sucesivamente.

Micaela realiza un cuadro sinóptico de los cuerpos geométricos, para saber los distintos grupos de la clase de sólidos.



¿Sabías que?

Los elementos generales de un cuerpo geométrico son caras, aristas y vértices.

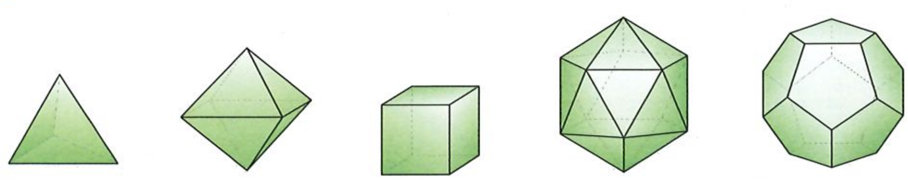


Poliedros regulares

Ejemplo 1

Analizamos las características de los poliedros y **escribimos** el número correspondiente en cada sólido:

1. Tiene cuatro caras que son triángulos equiláteros iguales.
2. Tiene seis caras que son cuadrados iguales.
3. Tiene ocho caras que son triángulos equiláteros iguales.
4. Tiene doce caras que son pentágonos iguales.
5. Tiene veinte caras que son triángulos equiláteros iguales.



Tetraedro	Octaedro	Hexaedro	Icosaedro	Dodecaedro
1	3	2	5	4

Glosario

cara. Es cada uno de los polígonos que forman o limitan un poliedro.

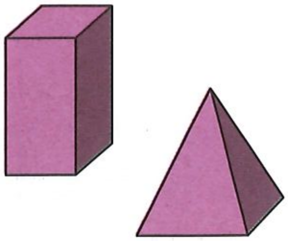
vértice. Es el punto donde se encuentran dos o más caras.

arista. Es el segmento de línea donde se encuentran dos caras.

M.4.2.20. Construir pirámides, prismas, conos y cilindros a partir de patrones en dos dimensiones (redes), para calcular el área lateral y total de estos cuerpos geométricos.

Poliedros irregulares

Paty y Felipe han llevado estos dos poliedros para su estudio en la clase de geometría. Preguntan a sus compañeros:



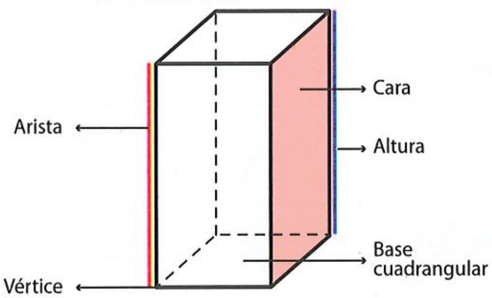
¿Cómo se llaman estos poliedros? Prisma y pirámide.

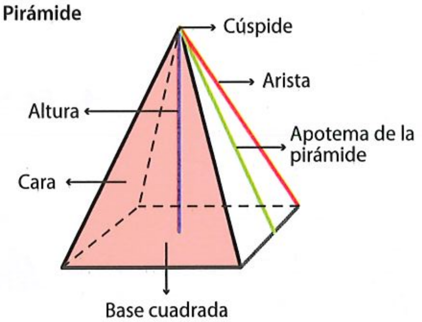
¿Qué figuras geométricas encuentran en el primer poliedro? Rectángulos y cuadrados.

¿Qué figuras geométricas encuentran en el segundo poliedro? Triángulos y un cuadrado.

Ejemplo 2

Observamos y **numeramos** las diferencias entre el prisma y la pirámide.





Solución

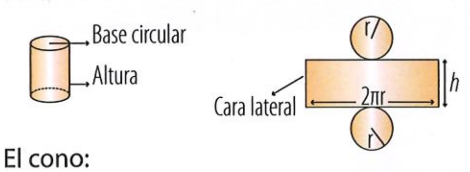
Diferencias:

- El **prisma** tiene dos bases poligonales; la **pirámide** tiene una base.
- En el prisma las caras laterales son rectángulos; en la pirámide las caras laterales son triángulos.
- El prisma no tiene cúspide, la pirámide sí tiene cúspide.

Cuerpos redondos

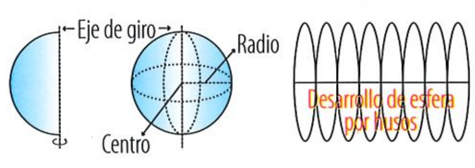
Los cuerpos redondos son el cilindro, el cono y la esfera. Se originan de la rotación de una figura geométrica que forma un círculo.

El cilindro:



El cono:

La esfera:



Cilindro

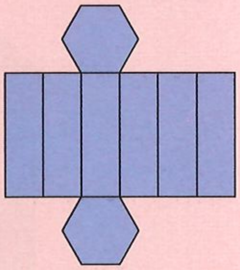
- Tiene dos bases circulares.
- Tiene una sola cara lateral, que es un rectángulo.

Cono

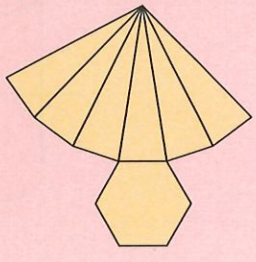
- Tiene una base circular.
- Tiene una cúspide, que es el vértice.
- Tiene una cara lateral.

¿Sabías que?

El desarrollo de un prisma hexagonal es:



El desarrollo de una pirámide hexagonal es:

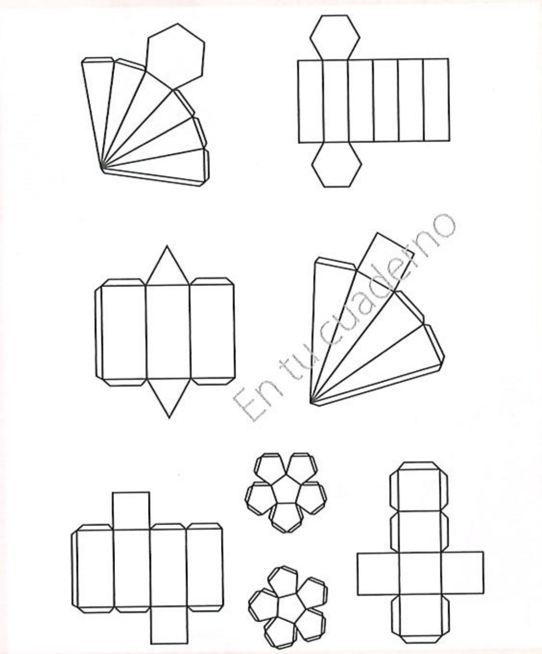


Taller

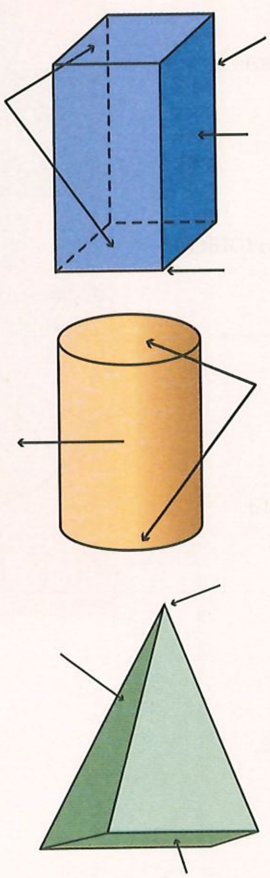
Evaluación formativa

I.M.4.6.3.

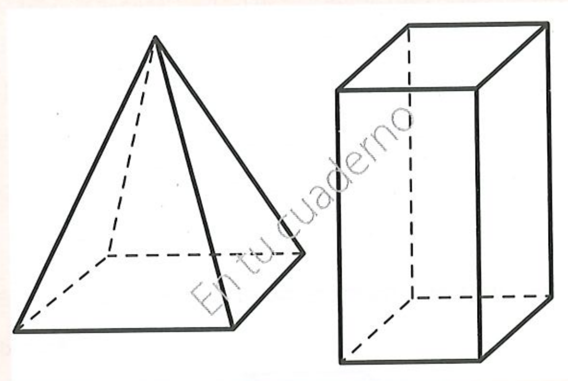
1. **Colorea** en tu cuaderno los desarrollos que representan prismas.



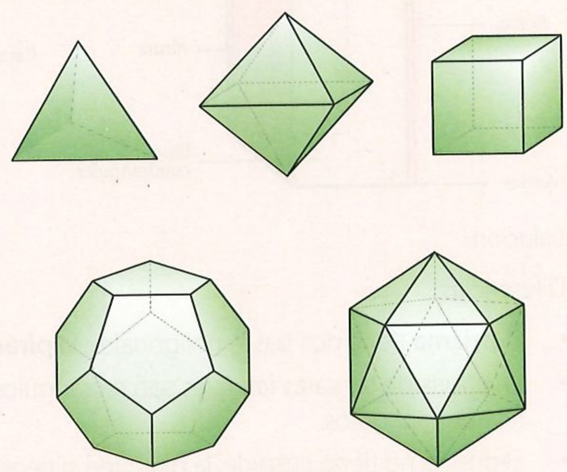
2. **Copia** las imágenes en tu cuaderno y **nombra** los elementos del prisma, la pirámide y el cuerpo redondo.



3. **Copia** en tu cuaderno las figuras y **colorea**, las caras de color azul y las aristas de color rojo.



4. **Escribe** el nombre de cada cuerpo geométrico.



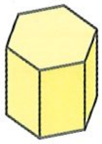
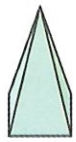
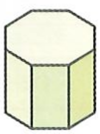
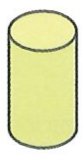
Shutterstock, 140529199.

5. **Escribe** en tu cuaderno el nombre de dos objetos que tengan la misma forma del sólido geométrico.

Sólido	Objeto 1	Objeto 2
Prisma cuadrangular		
Pirámide triangular		
Prisma rectangular		
Cilindro		
Cono		
Esfera		
Pirámide cuadrangular		

En tu cuaderno

6. **Completa** la tabla.

Sólido	Nombre	N.° de vértices	N.° de aristas
			
			
			
			
			

En tu cuaderno

Shutterstock, 573792847.

7. **Escribe** el nombre del cuerpo geométrico que corresponde a los siguientes objetos:

En tu cuaderno

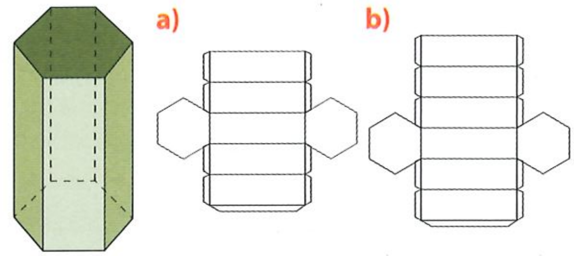
En tu cuaderno

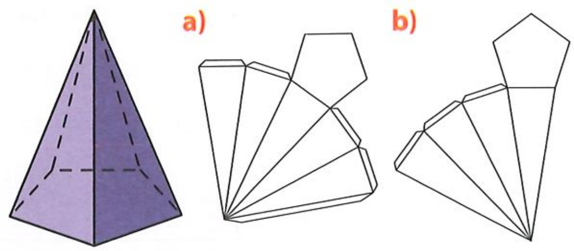
En tu cuaderno

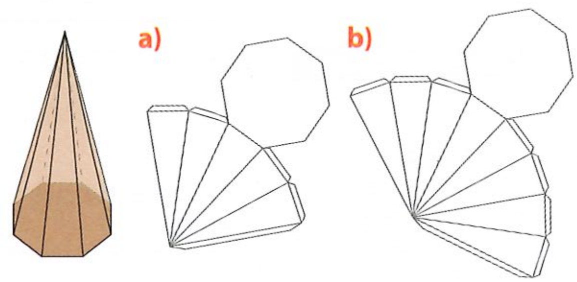
En tu cuaderno

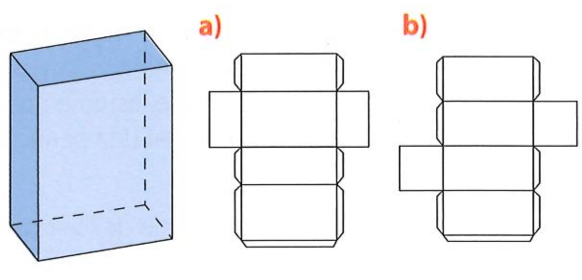
Shutterstock, (2021). 129663626-1676478616-1242883669-129099236.

8. **Observa** el sólido y **selecciona** en tu cuaderno el desarrollo correcto en cada caso.









Trabajo colaborativo

9. **Trabajen** en parejas.

Desarrollen un icosaedro y **constrúyanlo**.

Actividad indagatoria

10. **Indaga** cómo se calcula el área total de un prisma rectangular y **obtén** el área de una caja de zapatos.

Tema 6 Probabilidad

Desequilibrio cognitivo

¿En qué medida un acontecimiento es impredecible? Si hay nubarrones en el cielo, ¿es poco probable o es muy probable que llueva?

Glosario

aleatorio. Relativo al azar. En latín, *alea* significa "dado" y también "suerte", "azar".

Se tienen 6 cajas. Hay botones en una de las cajas, es decir en $\frac{1}{6}$ de las cajas. Hay monedas en 2 de las cajas, es decir, en $\frac{2}{6}$ o en $\frac{1}{3}$ de las cajas. Si escoges una caja, la probabilidad de que contenga botones será de 1 entre 6, es decir, $\frac{1}{6}$. La probabilidad de que contenga monedas será de 2 entre 6, es decir, $\frac{2}{6}$ o $\frac{1}{3}$. ¿Qué probabilidad hay de obtener una caja de pelotas?

botones	monedas	monedas	pelotas	pelotas	pelotas

Interculturalidad

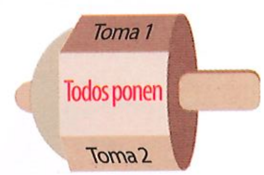
La práctica de conteo vigente en algunas zonas de los Andes tiene relación con sus creencias; por ejemplo, el resultado del conteo de semillas significa que tendrán abundancia o deficiencia de producción en la agricultura, según se obtenga una cantidad par o impar.

Hay 3 cajas de pelotas de 6 que hay en total. Por tal razón, la probabilidad de coger una caja de pelotas es de $\frac{1}{2}$.

Se llaman **sucesos aleatorios** a aquellos acontecimientos en cuya realización influye el azar.

Experiencias aleatorias

Podemos realizar **experiencias aleatorias**, es decir, experimentos cuyos resultados dependen del azar. Por ejemplo, estudiemos la experiencia aleatoria consistente en lanzar una perinola y observar lo que sale.



Caso

Cada uno de los resultados que puede obtenerse al realizar una experiencia aleatoria se llama **caso**.

Los posibles casos al lanzar la perinola son:

Espacio muestral

El conjunto de todos los casos posibles se llama **espacio muestral**, al que designamos con *E*.

E = {pon 2, toma todo, pon 1, toma 2, todos ponen, toma 1}

Los resultados de un experimento aleatorio forman un conjunto llamado espacio muestral. Los subconjuntos del espacio muestral se llaman eventos o **sucesos**.

M.4.3.9. Definir la probabilidad (empírica) y el azar de un evento o experimento estadístico para determinar eventos o experimentos independientes.

Probabilidad de un suceso

La **probabilidad** de un suceso indica el grado de confianza que podemos tener en que ese suceso ocurra. Se expresa mediante un número comprendido entre 0 y 1.

Para designar la probabilidad de un suceso, S, escribimos $P[S]$.

Por ejemplo, $P[S]=\frac{1}{5}$ significa que el suceso ocurre una de cada cinco veces que se realiza la experiencia.

- Si $P[S]$ es un número próximo a cero, el suceso es poco probable.
- Si $P[S]$ es próximo a uno, el suceso es muy probable.

Ejemplo 1

¿Cuál es la probabilidad de que salga "Toma 2" en una perinola, si de 10 lanzamientos salieron 3 veces?

$P[Toma\ 2]=\frac{3}{10}$ → Esta es la probabilidad empírica.

La **probabilidad empírica** es la que se obtiene a partir de un número de repeticiones de un experimento.

No se puede concurrir siempre a la experimentación, por lo que se calcula la **probabilidad clásica**.

La probabilidad clásica es igual al cociente entre los casos favorables para el número de casos posibles.

$$P[S]=\frac{\text{número de casos favorables}}{\text{número de casos posibles}}$$

Ejemplo 2

¿Cuál es la probabilidad si se desea obtener números múltiplos de 3 al lanzar un dado?

Casos posibles: $S=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ Casos favorables: $A=\{3, 6\}$

$P[A]=\frac{2\,casos}{6\,casos}=\frac{1}{3}$

En el lanzamiento de un dado de 6 caras, es igualmente probable obtener cara 1, cara 2, cara 3, cara 4, cara 5, cara 6; son resultados equiprobables.

$$P[1]=\frac{1}{6};P[2]=\frac{1}{6};P[3]=\frac{1}{6};P[4]=\frac{1}{6};P[5]=\frac{1}{6} \text{ y } P[6]=\frac{1}{6}$$

A cada uno de estos resultados posibles lo llamamos **suceso fundamental**. Hay dos sucesos que van de la mano con este experimento y son:

- **Suceso imposible**, aquel que nunca se va a dar.

Ejemplo: que al lanzar un dado salga 8.

- **Suceso cierto o seguro**, aquel que se presenta siempre.

Ejemplo: obtener una puntuación menor o igual que 6 al lanzar el dado.

Competencia digital

Refuerza lo aprendido. **Mira** el video del enlace web::

lynk.ec/8m36

Glosario

equiprobables. Son sucesos que tienen igual probabilidad.

Taller

Evaluación formativa

I.M.4.8.2.

1. **Selecciona** en tu cuaderno las experiencias que son de azar.

   a) Lanzar una pelota a la canasta y encestar.

   b) Que un billete de lotería sea el premiado.

   c) Sacar la ficha 12 en un juego de bingo.

   d) Lanzar una moneda y que se caiga al piso.

   e) Lanzar una moneda y que salga sello.

2. **Escribe** dos experiencias que sean de azar y dos que no lo sean.

   Experiencias de azar:

   Experiencias que no son de azar:

3. **Responde** V (verdadero) o F (falso).

   a) La probabilidad puede ser negativa.

   b) Si el suceso es seguro que ocurra, la probabilidad es 100 %.

   c) En el espacio muestral están todos los resultados posibles.

   d) Para calcular la probabilidad se divide el total para los casos favorables.

   e) Si en una vitrina hay 12 lámparas, de las cuales 3 están defectuosas, la probabilidad de elegir al azar una lámpara en buen estado es ¼.

   f) Los subconjuntos del espacio muestral se denominan eventos.

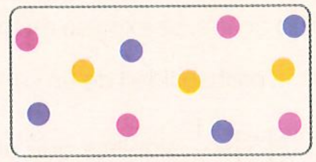
   g) Una probabilidad puede ser 7/5.

   h) La probabilidad solo puede medirse en porcentajes.

   i) Si la probabilidad de ganar una apuesta es 5/8, la probabilidad de perder es 3/8.

   j) La probabilidad depende del azar.

4. **Considera** que tienes el siguiente conjunto de pelotas en una bolsa y **responde**.



   Si tocas una de las pelotas sin verlas, cuál será la probabilidad de que la pelota que tocas sea:

   a) una pelota azul

   b) una pelota amarilla

   c) una pelota lila

   d) una pelota azul o amarilla

   e) una pelota azul, lila o amarilla

   f) una pelota verde

   g) una pelota lila o azul

   h) una pelota lila o amarilla

5. **Responde** en tu cuaderno.

   Si se lanza un dado, cuál es la probabilidad de:

   a) que salga cinco

   b) que salga seis

   c) que salga tres

   d) que salga cero

   e) que salga número par

   f) que salga número impar

6. **Escribe** la probabilidad expresada en fracción.

   a) Si hay limones en una canasta, 4 verdes y 5 amarillos, ¿cuál es la probabilidad de coger un limón amarillo sin ver el interior de la canasta?

   b) Si hay 7 paquetes iguales, de los cuales 5 contienen chocolates, ¿cuál es la probabilidad de coger uno que tenga chocolates?

   c) ¿Cuál es la probabilidad de escoger un saco verde de un ropero que contenga 5 sacos, 3 de ellos verdes, sin ver el interior del ropero?

   d) Si conoces 30 de 35 estrategias para resolver acertijos, ¿cuál es la probabilidad de que te pregunten una estrategia que no sabes?

7. Responde.

a) ¿Qué es espacio muestral?

b) ¿Qué es un suceso imposible?

8. Escribe verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

a) La probabilidad de sacar una canica roja de una funda que contiene cinco canicas rojas es de $\frac{1}{5}$.

b) La probabilidad de que una pareja tenga dos hijos del mismo género es $\frac{1}{4}$.

c) La probabilidad de sacar una canica azul de una funda que contiene cuatro canicas azules y una roja es $\frac{4}{5}$.

d) La probabilidad de que al lanzar el dado tres veces seguidas el resultado sea siempre cinco es $\frac{4}{6}$.

e) La probabilidad de que al lanzar una moneda salga cruz es $\frac{1}{2}$.

9. Determina la probabilidad mediante una fracción.

a) La probabilidad de abrir en la página 20 un libro que tiene 100 páginas.

b) La probabilidad de abrir en una página impar un libro de 80 páginas.

c) La probabilidad de sacar una pelota amarilla en una bolsa de doce pelotas amarillas y ocho rojas.

d) La probabilidad que en un juego de cartas se obtenga un número cuatro.

e) La probabilidad de obtener un número menor que cinco en un juego de naipes.

f) La probabilidad de obtener el número tres al lanzar el dado.

10. Identifica si el evento es seguro, probable o imposible.

a) Lanzar un dado y que salga el número ocho.

b) Lanzar una moneda y que salga cara.

c) Lanzar un dado y que salga un número menor a siete.

d) Lanzar un dado y que salga un número mayor a uno.

11. Determina en fracción la probabilidad de cada evento.

a) Al lanzar un dado, obtener un número mayor a 4.

b) Ser elegido al azar de entre un grupo de 10 personas.

c) Elegir al azar a una mujer, de entre un grupo de 10 mujeres y 12 hombres.

d) Ganar una rifa, si compro 5 boletos de la rifa y se vendieron 600.

e) Elegir al azar una bola roja de una caja que tiene cinco bolas rojas y ocho azules.

f) Elegir una manzana dañada de una canasta en que hay 4 manzanas dañadas y 20 buenas.

g) Elegir al azar un número del 1 al 9 y resulte par.

12. Lee la situación y **responde** las siguientes preguntas.

Se hace una encuesta a un grupo de 60 personas acerca de si les gusta leer y practicar un deporte. Los resultados son:

- A 15 personas les gusta leer y hacer deporte.
- A 30 personas les gusta solo leer.
- A 15 personas les gusta solo hacer deporte.

Si elegimos al azar a una de esas personas:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que no le guste hacer deporte?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que le guste leer, sabiendo que le gusta hacer deporte?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que le guste leer?

Trabajo colaborativo

13. Trabajen en parejas.

Lancen una moneda al aire 20 veces.

¿Cuántas veces obtuvieron cara? ¿Cuántas sello? **Expresen** la siguiente frase por medio de una fracción: "En 20 veces que arrojaron la moneda, ¿cuántas veces salió cara?".

Actividad indagatoria

14. Indaga con las personas de tu familia sobre eventos seguros, probables e imposibles y **nombra** tres de cada uno de ellos.

Estrategia: construir una gráfica

Problema resuelto

Lorena va de viaje con su mamá y sus dos hermanas. Su madre llevó un equipaje de 40 *kg* y pagó $ 120. Su hermana pagó $ 75 por 25 *kg*. ¿Cuánto dinero pagarán ella y su otra hermana si llevan maletas de 35 y 30 *kg*, respectivamente?

1. **Comprender el problema**

¿Cuáles son las preguntas del problema?

¿Cuánto pagarán Lorena y su hermana por el equipaje? ¿Cuánto pagará una persona que lleva un equipaje de 48 *kg*?

2. **Plantear la estrategia**

¿Cuál es la estrategia de solución?

Construir una tabla y una gráfica.

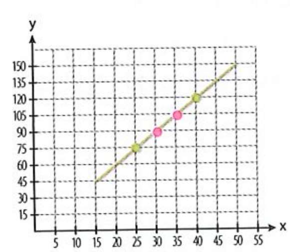
3. **Aplicar la estrategia**

¿Cómo se aplica la estrategia?

a) Se elabora una tabla con los datos que se tienen para completarla, y luego se representan los datos de los pares ordenados en un plano cartesiano.

Peso (*kg*)	Precio
25	75
30	?
35	?
40	120

b) Representamos los puntos de los datos de la tabla en un plano, trazamos la recta y buscamos en el eje **y** el valor que corresponde a 30 y 35.



4. **Responder**

¿Llegaste a la solución del problema?

Lorena y su hermana tienen que pagar $ 90 y $ 105, respectivamente. Y una persona que lleva 48 *kg* tendrá que pagar $ 144.

Problema resuelto

Verónica utilizó 5 horas el parqueadero y tiene que pagar $ 4 dólares por su uso. Su amiga canceló por 12 horas $ 9,60. ¿Cuánto pagarán 2 personas que usan el parqueadero 10 y 8 horas, respectivamente?

1. **Comprender el problema**

¿Cuál es la pregunta del problema?

¿Cuánto pagarán por el parqueadero dos personas que lo usan 10 y 8 horas?

2. **Plantear la estrategia**

¿Cuál es la estrategia de solución?

Construir una tabla y una gráfica.

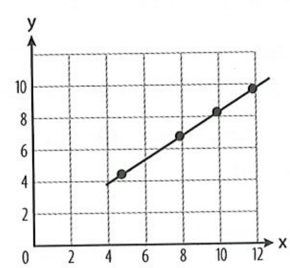
3. **Aplicar la estrategia**

¿Cómo se aplica la estrategia?

a) Se elabora una tabla y se realiza la gráfica para identificar lo que tienen que pagar las dos personas.

Horas de parqueo	Costo
5	4
8	?
10	?
12	9,60

b) Representamos los puntos de los datos de la tabla en un plano, trazamos la recta y buscamos en el eje y el valor que corresponde a 8 y 10.



c) Buscamos la intersección de 8 y 10. Por cada hora de parqueo se paga $ 0,80.

4. **Responder**

¿Llegaste a la solución del problema?

Las dos personas pagarán por el parqueadero $ 6, 40 y $ 8, respectivamente.

Problemas propuestos

1. Al llegar al zoológico, a Sara le entregaron un mapa con los lugares de visita. Cada 2 cm del mapa representaban 150 m de la realidad. Si desea ir donde está el león, que se encuentra a 7 cm en el mapa, ¿a qué distancia del león se encuentra?

Shutterstock, 1719270343.

   a) Comprender el problema.

   b) Plantear la estrategia.

   c) Aplicar la estrategia.

   d) Responder.

2. Para obtener el pase de año en inglés, Cristina necesita obtener un 7 sobre 10 en un examen de 240 preguntas. ¿Cuál sería el puntaje de Cristina si contestara 180 o 165 preguntas? ¿Cuántas preguntas mínimo deben estar correctas?

   a) Comprender el problema.

   b) Plantear la estrategia.

   c) Aplicar la estrategia.

   d) Responder.

3. Una compañía de telefonía móvil ofrece a sus clientes un plan. Un teléfono nuevo por $ 100 y pagar una tarifa fija mensual de $ 50 por mes, con llamadas ilimitadas. ¿Cuánto se pagará al cabo de un año?

   a) Comprender el problema.

   b) Plantear la estrategia.

   c) Aplicar la estrategia.

   d) Responder.

4. El precio de un paquete de 17 esferos es de $ 12,75. ¿Cuántos esferos se pueden comprar con un presupuesto de $ 15,75 y de $ 21?

Shutterstock, 1825606133.

   a) Comprender el problema.

   b) Plantear la estrategia.

   c) Aplicar la estrategia.

   d) Responder.

5. Sebastián produce 3 artesanías durante 45 minutos. Si el lunes dispone de 4 horas y el martes de 5,5 horas. ¿Cuántas artesanías producirá durante los dos días?

Shutterstock, 1376720549.

   a) Comprender el problema.

   b) Plantear la estrategia.

   c) Aplicar la estrategia.

   d) Responder.

6. Anita demoró una hora en leer 30 páginas de una novela de ciencia ficción y le quedan 270 páginas para terminar el libro. Suponiendo que lee a una velocidad constante, ¿en cuánto tiempo espera ella terminar de leer el libro?

   a) Comprender el problema.

   b) Plantear la estrategia.

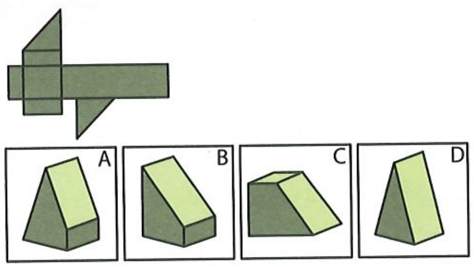
   c) Aplicar la estrategia.

   d) Responder.

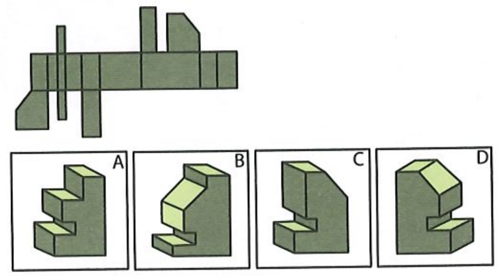
Razonamiento espacial

Observa el desarrollo del sólido y **selecciona** la opción que corresponda.

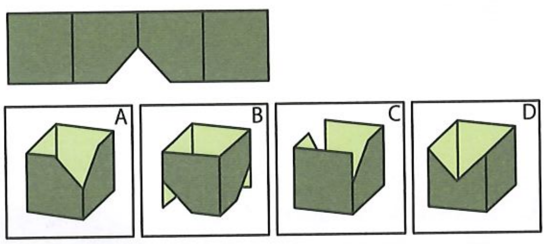
a)



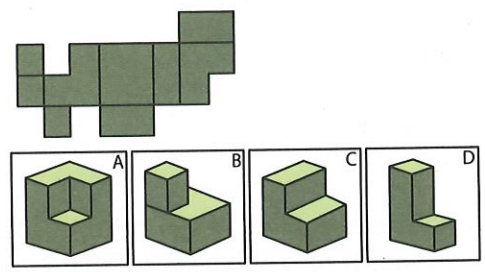
d)



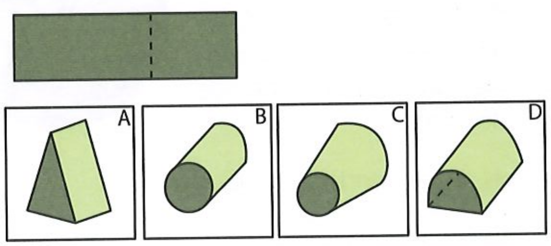
b)



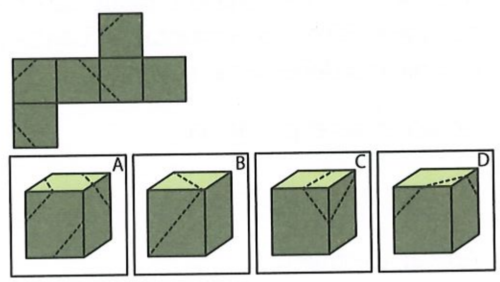
e)



c)



f)



Fuente: https://www.fibonicci.com/es/razonamiento-espacial/razonamiento-espacial-test/prueba-de-razonamiento-espacial-facil/

Cálculo mental

Calcular el cuadrado de un número que termina en ceros.

- Separamos las cifras de la siguiente manera:

  60^2

  $(6 \times 10)^2 = 6^2 \times 10^2 = 36 \times 100 = 3\,600$

- Separamos las cifras de la siguiente manera:

  300^2

  $(3 \times 100)^2 = 3^2 \times 100^2 = 9 \times 10\,000 = 90\,000$

Ahora, hazlo tú.

a) $20^2 =$

b) $40^2 =$

c) $50^2 =$

d) $60^2 =$

e) $70^2 =$

f) $800^2 =$

g) $900^2 =$

h) $110^2 =$

i) $120^2 =$

j) $130^2 =$

Construir espacios creativos

Área asociada al proyecto: Matemática y Ciudadanía

Justificación

Las figuras geométricas y los sólidos creados por estas forman, en su gran mayoría, varios objetos que nos rodean. Por tal razón, el estudio de la geometría resulta esencial al momento de unirla con la creatividad.

Con las figuras y los sólidos geométricos se pueden elaborar dibujos, maquetas, carteles con diseños creativos y llamativos.

La elaboración de sólidos geométricos nos invita a reproducir espacios cotidianos, como una sala, una cocina, un dormitorio o hasta un barrio a escala.

Pongamos en marcha nuestra creatividad y realicemos nuestros propios diseños.

Objetivos

Rescatar el sentido de creatividad en los estudiantes, utilizando la geometría y los conocimientos obtenidos sobre desarrollo de sólidos geométricos.

Recursos

- Láminas de acetato
- Lápices de colores
- Arcilla o plastilina
- Material reciclado (botellas, cajas, telas)
- Cartulinas
- Cartón
- Pintura

Actividades

- **Formen** equipos de trabajo.
- **Definan** el espacio que van a reproducir y los sólidos que trabajarán.
- **Elaboren** un bosquejo de la maqueta a escala.
- **Realicen** con el acetato el desarrollo del sólido geométrico para pintarlo, decorarlo o sacar un molde, como muestra la imagen del medio.
- **Realicen** una maqueta del lugar definido, utilizando el material necesario.

Shutterstock, 587620850.

Shutterstock, 1038700237.

Shutterstock, 292795724.

Evaluación

1. **Obtengan** la superficie de la maqueta realizada.
2. **Preparen** una exposición del trabajo en equipo, nombrando los sólidos elaborados con sus características.
3. **Realicen** un análisis de las diferencias que existen en los sólidos utilizados, mediante diagramas de Venn.

Aplico en la vida cotidiana

Tema: Arreglando jardines

Proporcionalidad

Situación cotidiana

Los señores jardineros tienen un trabajo que debe ser reconocido como cualquier otro oficio. Cuando realizan trabajos, es necesario que tengan cierto conocimiento para que su pago sea justo y calculen bien el área que se trabajará.

Shutterstock. 259958564.

María contrata a un jardinero para que le dé mantenimiento a su jardín, que tiene forma cuadrada y mide 3 m de lado. Nicolás, el jardinero, le va a cobrar \$ 120 por el trabajo. Una vez que Nicolás termina su labor, doña María le pregunta si también puede hacer el jardín de su hermana, que tiene la misma forma, pero del doble de lado. Nicolás acepta y María le cancela lo de su jardín; adicionalmente, le da el doble por el jardín de su hermana, pero Nicolás le dice que ese pago no es suficiente.

¿Cuánto debería cobrar Nicolás por el jardín de la hermana de doña María?

Reflexiona

- ¿Estás de acuerdo con lo que dice Nicolás? ¿Por qué crees que no es suficiente el pago?

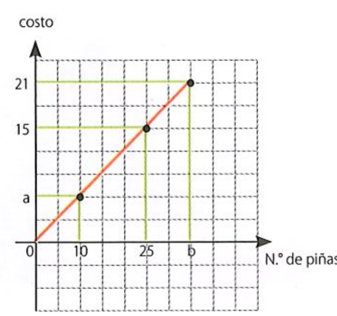
- **Comprueba** la respuesta.

- Si otro jardín cuadrado tuviera el triple de lado, ¿cuál sería el monto a cobrar?

- ¿Cuál sería la expresión para el precio que debe cobrar Nicolás por un cuadrado de lado *x*?

Resuelve la situación

- El gráfico muestra el costo de comprar cierto número de piñas. A partir de dicha información, calcula los valores correspondientes de a y b. Además, averigua el precio de cada piña.



- ¿Cuánto se debe pagar por un camión que contiene 85 piñas?

- Un grifo vierte agua a un depósito, dejando caer 25 litros cada minuto. **Forma** una tabla de valores apropiada para representar la función "capacidad" en función del tiempo. ¿Cuánto tiempo tardará en llenar una piscina de 50 m^3? **Recuerda** que 1 litro tiene 0,025 m^3.

Tema: Ganando por mis compras

Probabilidad

Situación cotidiana

Generalmente, los almacenes realizan actividades que premian a sus clientes por sus compras. Cuando compramos en algunos lugares juegan a la ruleta para obtener un premio.

Por su inauguración, un almacén de ropa ofrece a los clientes que han efectuado compras mayores a \$ 100 la posibilidad de girar la "Ruleta regalona" y obtener un premio. Si la flecha de la rueda cae en una sección con el cartel "Premio", el cliente puede elegir un producto de igual o menor precio al monto de su compra completamente gratis. Si la flecha cae en una sección con 10 %, el cliente se hace acreedor a ese descuento del monto de su compra. Finalmente, si la flecha cae en una sección con un triángulo, se le agradece por su visita. Marcia hizo una compra de \$ 150 y giró la ruleta. ¿Qué es más probable que reciba Marcia: premio, descuento o las gracias? ¿Cuál es la probabilidad de que Marcia reciba algún beneficio económico?

Reflexiona

- ¿Cómo resolverías cada situación, sin calcular cada probabilidad?
- **Comprueba** la respuesta.
- ¿Es posible obtener la solución de la pregunta 2 de la situación inicial por otro método?

Resuelve la situación

- Patricio lanza un dado. **Determina** el espacio muestral y **argumenta** si cada uno de los siguientes sucesos resulta seguro, imposible o probable:
- Espacio muestral:

a) Que salga un número par.

b) Que salga un número compuesto mayor que 4.

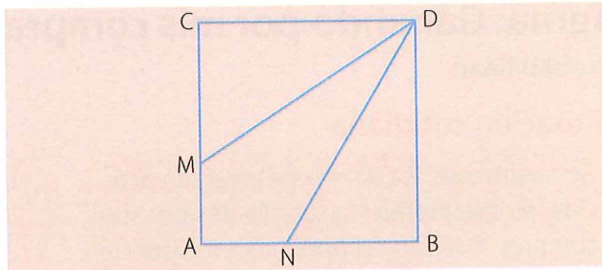
c) Que salga un número primo mayor que 5.

d) Que salga un número menor que 10.

Shutterstock, 258835397.

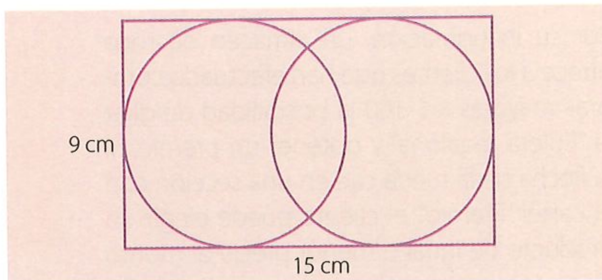
Olimpiadas matemáticas

1. El cuadrado ABCD tiene lados de longitud 6 cm. Los puntos M y N están sobre AD y AB, respectivamente, de forma que CN y CM dividen al cuadrado en tres regiones de la misma área. ¿Cuál es la longitud de NB?



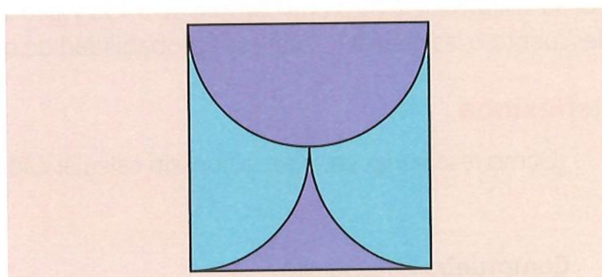
Argumenta en tu cuaderno la solución.

2. El diagrama muestra un rectángulo de dimensiones 9 × 15, que contiene dos circunferencias. Cada una de las circunferencias toca al rectángulo en tres de sus lados. ¿Cuál es la distancia entre los centros de las circunferencias?



Argumenta en tu cuaderno la solución.

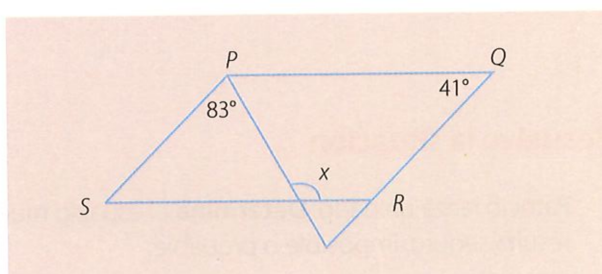
3. Dentro de un cuadrado de lado 6 cm se trazaron semicírculos (con 3 de los lados como diámetros) y se sombreó como muestra la figura. ¿Cuál es el área de la figura sombreada?



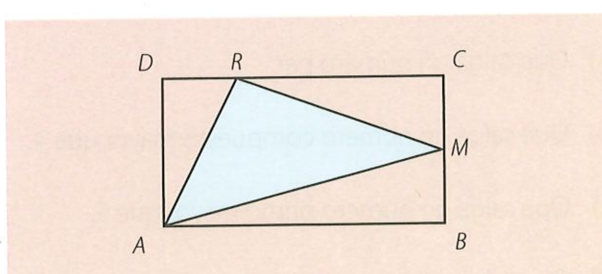
Argumenta en tu cuaderno la solución.

4. Luisa dibuja flores: una azul, una verde, una roja, una amarilla, una azul, una verde, etc. ¿De qué color es la 29.ª flor?

5. En la figura, PQRS es un paralelogramo. ¿Cuánto vale el ángulo x?



6. En la figura ABCD es un rectángulo de área 32, M es punto medio de BC, DR = BM y 2AD = AB. ¿Cuál es el área del triángulo ARM?



Adaptado: http://www.ommenlinea.org/

Refuerza tus aprendizajes

1. **Lee** y **analiza**.

Si $a = 8$; $b = 4$; $c = 6$; $d = 9$

¿Cuánto es $(a + c)^2 - (b + d)^2$?

Escoge la respuesta correcta.

a) 39
b) 72
c) 27
d) 49

2. **Lee** y **analiza**.

Flor tiene una cierta cantidad de dinero. Gastó $ 24 en una camiseta y $ 60 en un pantalón. Luego compró una chompa que costó la mitad del dinero que le sobraba. Si al final le quedó $ 188, ¿cuánto dinero tenía Flor?

Escoge la respuesta correcta.

a) 400 dólares
b) 460 dólares
c) 570 dólares
d) 526 dólares

3. **Lee** y **analiza**.

Una cuerda tiene una longitud de 120 m y se necesitan pedazos de 30 cm de longitud. ¿Cuántos cortes se debe hacer a la cuerda?

Escoge la respuesta correcta.

a) 4 cortes
b) 3 cortes
c) 6 cortes
d) 40 cortes

4. **Lee** y **analiza**.

El próximo año, Vinicio cumple 18 años. Si la edad de Matías es el doble que la de Felipe, ¿cuántos años tendrá Matías luego de 5 años?

Escoge la respuesta correcta.

a) 34 años
b) 36 años
c) 37 años
d) 39 años

5. **Lee** y **analiza**.

La suma de las edades de Luisa y Fernanda es de 66 años. Si Luisa es 12 años mayor que Fernanda, ¿cuántos años tiene Fernanda?

Escoge la respuesta correcta.

a) 39 años
b) 27 años
c) 54 años
d) 29 años

6. **Lee** y **analiza**.

¿Cuántos minutos representan los 2/3 de tres medias horas?

Escoge la respuesta correcta.

a) 45 minutos
b) 60 minutos
c) 90 minutos
d) 40 cortes

7. **Lee** y **analiza**.

Un cierto número es multiplicado por 3/4, y luego el resultado es dividido entre 3/5. ¿Cuál de las siguientes operaciones produce el mismo resultado final?

Escoge la respuesta correcta.

a) Dividir el número entre 9/20
b) Multiplicar el número por 9/20
c) Multiplicar el número por 5/4
d) Dividir el número entre 5/4

8. **Lee** y **analiza**.

Un cierto número entero es múltiplo de 3 y de 6. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones necesariamente son verdaderas?

1. N es un número entero par.
2. N es igual a 36.
3. N es múltiplo de 18.

Escoge la respuesta correcta.

a) Solo 1
b) Solo 2
c) Solo 3
d) Solo 2 y 3

9. **Lee** y **analiza**.

Los precios de la libra de papas en los lugares A, B y C son diferentes. En A, vale $ 0,50; en B, vale las 3/5 partes que en A; y, en C, vale las 5/6 partes que en B. Si deseas comprar 6 libras de papas al precio más barato, tendrás que pagar:

Escoge la respuesta correcta.

a) $ 1,20
b) $ 1,50
c) $ 1,80
d) $ 2,50

10. Lee y **analiza**.

Bernarda tiene una motocicleta que viaja a una velocidad constante de 24 km/h, y un auto pequeño, cuya velocidad constante es de 80 km/h. El lunes sale de su casa rumbo a su trabajo en la motocicleta, mientras que el martes va en el auto pequeño. Si observa que la distancia recorrida por cada móvil es proporcional al tiempo transcurrido y que el tiempo de viaje en cada día fue un número entero de horas, ¿cuál será la mínima distancia en km posible entre su casa y su trabajo?

Escoge la respuesta correcta.

a) 120 km
b) 160 km
c) 240 km
d) 280 km

11. Lee y **analiza**.

La promoción de un nuevo helado dice: por 3 palos del nuevo helado, se regala uno. Si ya se tiene 11 palos de helado, ¿cuántos helados más se tiene que consumir como máximo?

Escoge la respuesta correcta.

a) 3 tapas
b) 4 tapas
c) 5 tapas
d) 6 tapas

12. Lee y **analiza**.

¿Qué letras continúan la serie?

AZ CX GT MÑ

Escoge la respuesta correcta.

a) UI
b) TG
c) UH
d) TL

13. Lee y **analiza**.

Lorena compró 40 alfombras para su negocio. Cada una costó $ 70. Vendió 12 alfombras con $ 20 dólares de ganancia en cada una; regaló 5 alfombras. ¿En cuánto vendió cada alfombra que le quedó si la ganancia total fue de $ 810?

Escoge la respuesta correcta.

a) $ 90
b) $ 110
c) $ 120
d) $ 210

14. Lee y **analiza**.

En un concurso califican dos puntos por cada respuesta correcta, pero pierden un punto por cada equivocación. Si una persona contesta 45 preguntas y obtiene 69 puntos, ¿cuántas preguntas respondió mal?

Escoge la respuesta correcta.

a) 6 preguntas
b) 7 preguntas
c) 8 preguntas
d) 9 preguntas

15. Lee y **analiza**.

La suma de dos números es 96. Si el uno es el triple del otro, ¿qué número es el mayor?

Escoge la respuesta correcta.

a) 46
b) 36
c) 600
d) 72

16. Lee y **analiza**.

¿Cuál es la probabilidad de sacar una camiseta roja de un grupo de diez camisetas en el que cinco son rojas?

Escoge la respuesta correcta.

a) 1/2
b) 1/5
c) 1/4
d) 1/10

17. Lee y **analiza**.

¿Hasta qué altura de una pared alcanza una escalera de 16 m si colocamos su pie a 7 m de distancia de la pared?

Escoge la respuesta correcta.

a) 23 m
b) 14,38 m
c) 9,7 m
d) 20,21 m

18. Lee y **analiza**.

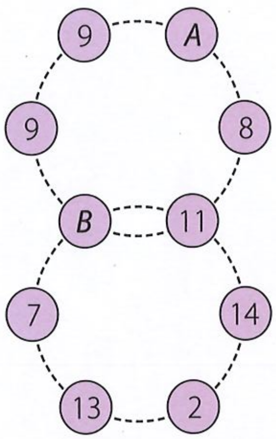
La señora Gómez tiene 5 hijas; cada una de ellas tiene 4 hijas y cada una de ellas tiene 3 pequeñas niñas. ¿Cuántas descendientes tiene la señora Gómez?

Escoge la respuesta correcta.

a) 85
b) 16
c) 18
d) 50

19. Lee y **analiza**.

En la figura se escriben números en los lugares de A y B, de manera que en cada círculo la suma sea la misma. ¿Qué número debe colocarse en el lugar de A?

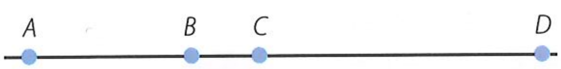


Escoge la respuesta correcta.

a) 16 **c)** 10

b) 13 **d)** 9

20. Lee y **analiza**.



En la figura, las distancias son:

AC = 10 m, BD = 15 m y AD = 22 m. **Encuentra** la distancia BC.

Escoge la respuesta correcta.

a) 4 m **c)** 5 m

b) 3 m **d)** 8 m

21. Lee y **analiza**.

María eligió un número entero y lo multiplicó por 3. ¿Cuál de los siguientes números no pudo ser el resultado obtenido?

Escoge la respuesta correcta.

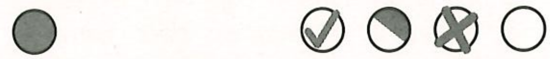
a) 103 **c)** 204

b) 105 **d)** 444

Luego de desarrollar y resolver los ejercicios anteriores, debes pintar la opción que consideres correcta, de acuerdo a las instrucciones.

Instrucciones

Correcto **Incorrecto**



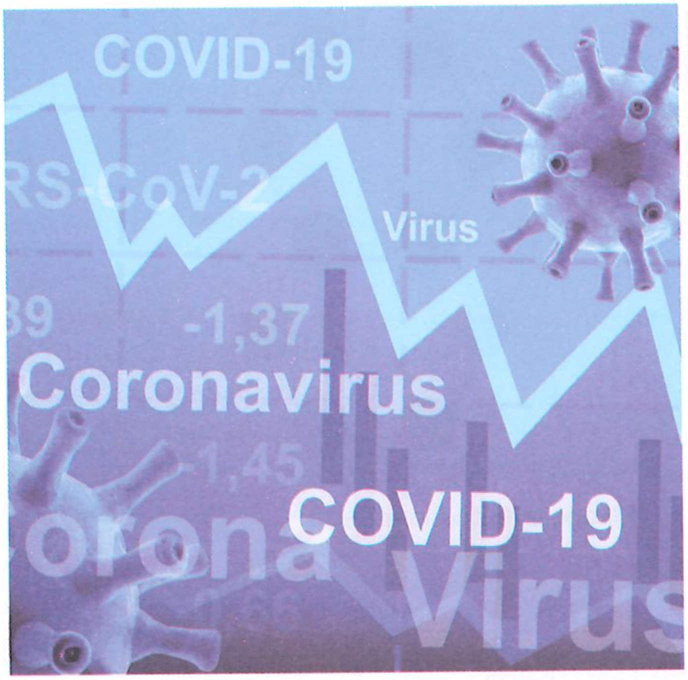
1)	A	B	C	D
2)	A	B	C	D
3)	A	B	C	D
4)	A	B	C	D
5)	A	B	C	D
6)	A	B	C	D
7)	A	B	C	D
8)	A	B	C	D
9)	A	B	C	D
10)	A	B	C	D
11)	A	B	C	D
12)	A	B	C	D
13)	A	B	C	D
14)	A	B	C	D
15)	A	B	C	D
16)	A	B	C	D
17)	A	B	C	D
18)	A	B	C	D
19)	A	B	C	D
20)	A	B	C	D
21)	A	B	C	D

En tu cuaderno

Matemáticas para explicar las medidas contra el coronavirus

"Partiendo de un número bajo de infectados con el nuevo coronavirus, en poco tiempo puede haber una gran cantidad de personas contagiadas que no pueda asimilar el sistema sanitario. Así lo reflejan las curvas matemáticas de crecimiento exponencial, una realidad que va aceptando la población y que ha obligado a los gobiernos a adoptar medidas extraordinarias para contener la pandemia.

Los contagios dependerán de dos factores: del número de personas con las que interactuemos y de la forma en la que se transmite la enfermedad. Algunas enfermedades, como el ébola, son más difíciles de contagiar porque se transmiten en gotas gordas; otras, como la tuberculosis, tienen un factor de propagación más alto, ya que la bacteria se aloja en las gotas más pequeñas. El coronavirus se transmite en gotas medias, lo que implica que a partir de cierta distancia de la persona infectada, caen al suelo y no llegan a la gente de su alrededor.



Shutterstock, 1788734206.

Las estadísticas son esenciales en el manejo de la pandemia.

Para saber cómo crece ese contagio se usan las matemáticas. Si queremos conocer el número de contagiados que habrá mañana, debemos partir del número de infectados que existen hoy. Se debe tener en cuenta el número de personas con las que esos infectados han interactuado hoy, hallar la probabilidad media de contagio y multiplicar los dos números.


Shutterstock, 2031762488.

Por último, al resultado hay que restarle los que se han curado. Como la enfermedad es relativamente larga, por ahora el número de pacientes curados es mucho menor que el de los que se infectan cada día.

Este modelo de contagio es exponencial. Esto significa que no solo la enfermedad contagia cada día a más gente, sino que la velocidad de contagio también aumenta. Supongamos que de media cada infectado contagia a una persona al día. El segundo día habrá dos contagiados, el tercero cuatro, a la semana 128 y a los veinte días más de un millón de personas.

Como toda enfermedad, llegará un momento en el que se estabilizará. Esto puede pasar si se tomen las medidas adecuadas y el número de pacientes no se incrementa, porque se crea una vacuna que ayude a detenerla o porque la mayoría de la población ha estado expuesta y se ha inmunizado".

Fuente: https://www.agenciasinc.es/Opinion/Matematicas-para-explicar-las-medidas-contra-el-coronavirus

Ficha de comprensión lectora

1. Según la lectura, ¿cuáles son los dos factores que inciden en los contagios de un virus?

2. De acuerdo con el tamaño de las gotas con las que se transmite un virus, selecciona el factor de propagación del coronavirus.

   a) alto   b) medio   c) bajo

3. ¿Por qué el número de pacientes curados es mucho menor que el de los que se infectan cada día?

4. ¿Cómo es el modelo matemático de contagio?

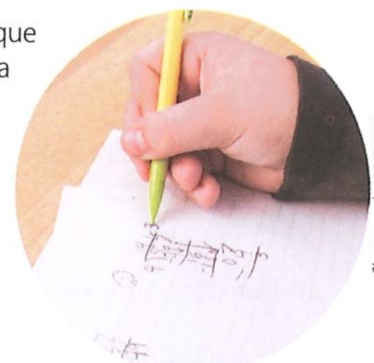
   a) Lineal   b) Geométrico   c) Exponencial

5. Si el modelo de contagio es exponencial, ¿la velocidad de contagio aumenta o disminuye?

Ficha de escritura académica

Actividad personal

1. **Investiga** cómo fue la evolución de los contagios de coronavirus desde que empezó el confinamiento en nuestro país. **Presenta** tu trabajo en una hoja A4.



Shutterstock, 125574206.

2. **Ingresa** a Internet, **busca** imágenes sobre el tema y **realiza** un *collage*.

3. **Escribe** cuáles fueron las medidas que se adoptaron para evitar el incremento de contagios. **Redacta** y **da** tu criterio sobre si estas medidas fueron o no efectivas.

Actividad colaborativa

4. **Formen** grupos y **utilicen** las TIC de su preferencia para desarrollar la siguiente tarea: crear una infografía digital que resuma la lectura anterior.

   Presenten su trabajo ante el resto de la clase. **Tomen en cuenta** las siguientes recomendaciones:

   - Debe haber un organizador gráfico.
   - Hay que incluir imágenes.
   - Los textos deben ser sintéticos y precisos.
   - Hay que citar las fuentes de donde se obtuvieron textos e imágenes.

Shutterstock, 1508727182.

Compruebo mis aprendizajes

Evaluación sumativa

I.M.4.1.3./ I.M.4.6.1./ I.M.4.3.1. / I.M.4.8.2. /I.M.4.4.1.

Resuelve los ejercicios y **selecciona** la respuesta correcta.

1. Cuál es el valor numérico del siguiente polinomio:

$3a + 2b - 3ab - 2ab^2 + 5a^2b^3$ $a = -1$ $b = 2$

a) 57   c) 55

b) 61   d) 54

2. Dados los siguientes conjuntos:

A = {2, 4, 6, 8, 10, 12}

B = {2, 8, 12, 16, 20}

C = {3, 6, 9, 12},

$(A \cap B) - C$ es:

a) $(A \cap B) - C = \{2, 4, 6\}$

b) $(A \cap B) - C = \{2, 8, 12\}$

c) $(A \cap B) - C = \{2, 8\}$

d) $(A \cap B) - C = \{9, 12\}$

3. El dominio y el rango de la relación es:

X = {3, 4, 5, 6, 7, 8}

Y = {3, 5, 7, 10, 12, 14, 16}

R = 3x – 2

a) Dom (3, 4, 5), rango (3, 6, 9)

b) Dom (3, 4, 6), rango (7, 10, 16)

c) Dom (3, 5, 7), rango (3, 4, 5)

d) Dom (7, 10, 16), rango (3, 4, 6)

4. ¿Qué expresión corresponde a la tabla?

x	1	2	3	4	5	n
y	2	5	8	11	14	

a) 17   c) 3n – 1

b) n + 3   d) 3n – 1

5. ¿Cuántas aristas tiene una pirámide cuadrangular?

a) 4 aristas   c) 8 aristas

b) 6 aristas   d) 10 aristas

6. Si la variable independiente es cantidad de pantalones, la variable dependiente puede ser:

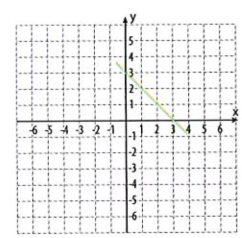
a) Cantidad de máquinas para fabricarlos.

b) Cantidad de personas que los utilizan.

c) Cantidad de tela que se necesita.

d) Cantidad de empleados que los fabrican.

7. Para la ecuación que se representa en la siguiente gráfica, ¿cuál es el valor de **y** cuando **x** es 2?



a) 2   c) 1

b) –2   d) 4

8. ¿Qué expresión describe mejor el enunciado: "este año tiene 360 días"?

a) seguro   c) muy probable

b) poco   d) imposible

9. Si lanzas un dado 18 veces, ¿cuántas veces crees que sacarás un 1 o un 2?

a) 6 veces   c) 9 veces

b) 3 veces   d) 12 veces

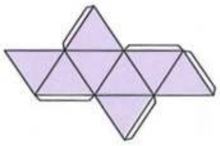
10. En una bolsa hay 14 canicas rojas, 16 canicas negras y 10 canicas verdes. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una canica negra de la bolsa?

a) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{4}{5}$

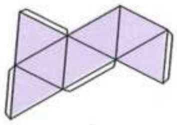
b) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{2}{5}$

11. ¿Qué desarrollo representa el de un octaedro?

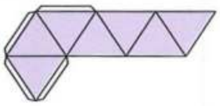
a)



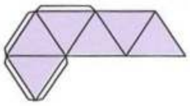
c)



b)



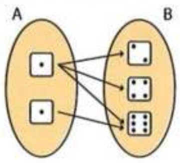
d)



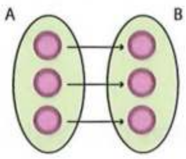
Coevaluación

12. Trabajen en parejas y resuelvan los siguientes ejercicios. ¿Qué gráfico representa una función?

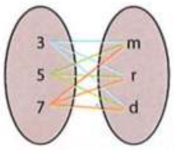
a)



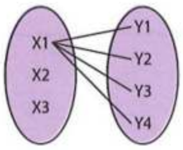
c)



b)



d)



13. Si la ecuación de una función es $y = 2x + 3$, ¿con qué valores se completa la tabla?

x	−2	−1	0	1	2
y		En tu cuaderno			

a) −3, −1, 0, −1, 2

b) −1, 1, 3, 5, 7

c) 1, 3, 5, 7, 9

d) 1, −1, −3, 5, 7

14. Hay 30 personas que tienen mascotas: 10 personas tienen únicamente perros, 8 tienen únicamente gatos, 3 personas tienen perro y gato, y 3 tienen gato, perro y conejos. ¿Cuántas personas tienen solo conejos?

a) 3 personas

b) 5 personas

c) 2 personas

d) 6 personas

15. Expreso mis emociones. Si estás realizando un trabajo en grupo y un compañero no te hace caso, ¿cómo reaccionarías?

Autoevaluación

16. Pinta según la clave.

Puedo ayudar a otros   **Resuelvo por mí mismo**   **Necesito ayuda**   **Estoy en proceso**

Contenidos	Resuelvo polinomios con valor numérico.	
	Realizo operaciones con conjuntos.	
	Obtengo el producto cartesiano de dos conjuntos; encuentro su dominio y su rango.	
	Identifico la ecuación de una función y la represento gráficamente.	
	Reconozco el desarrollo de cuerpos geométricos.	
	Identifico la probabilidad de un evento.	

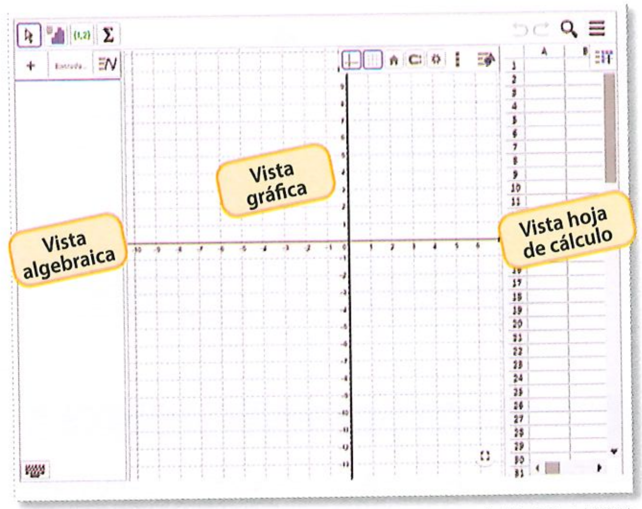
Metacognición

- ¿Aclaraste dudas y necesidades con los temas aprendidos?
- ¿En qué momento de tu vida puedes utilizar algunos de los temas aprendidos?
- ¿Para qué te servirá lo aprendido?

Competencia digital
Uso de Geogebra

GeoGebra es un *software* educativo e interactivo para la enseñanza de la matemática, que reúne dinámicamente geometría, álgebra y cálculo.

Al ser un *software* libre, no cobra licencias y tiene código abierto. GeoGebra facilita la creación de construcciones y modelos matemáticos; nos ofrece una vista gráfica, vista algebraica y una vista de hoja de cálculo. La ventana que ves a continuación es la ventana con la que inicia el programa de GeoGebra en línea.

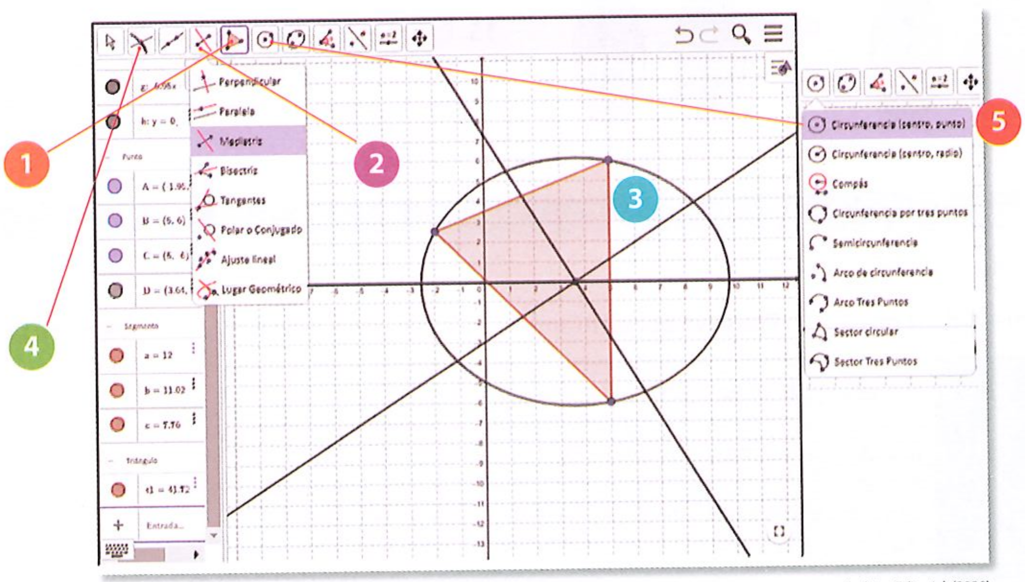


Archivo Editorial, (2020).

Hay dos formas de introducir datos. La primera, con el teclado desde la *barra de entrada*. En esta se introduce la información. Una vez digitada, se pulsa ENTER. Entonces, en la *vista gráfica* aparecerá el gráfico y en la parte izquierda, *vista algebraica*, la expresión algebraica.

Construcción de puntos y líneas notables del triángulo

Mediatrices



Archivo Editorial, (2020).

Para construir las mediatrices de un triángulo, sigue los siguientes pasos:

1. **Selecciona** *polígono* y **dibuja** un triángulo.
2. En la ventana de *tareas* **selecciona** la cuarta, y luego **da** clic sobre mediatriz.
3. **Ubica** el cursor sobre cada lado del triángulo y se dibujará la mediatriz de cada lado.
4. **Selecciona** la segunda ventana de la *barra de tareas*, luego **selecciona** *intersección* y **determina** el circuncentro.
5. **Selecciona** la quinta ventana, **escoge** *Circunferencia centro - punto*, **da** clic en el circuncentro y en uno de los vértices del triángulo. Se dibujará el círculo circunscrito.

ecuador

REPÚBLICA
DEL ECUADOR

@MinisterioEducacionEcuador

@Educacion_Ec

www.educacion.gob.ec