

Guía didáctica del docente – Tomo 2

Matemática 6^o Básico

Ivette Juliet Miranda
Magdalena Martínez Segure



Edición especial para el
Ministerio de Educación
Prohibida su comercialización



Matemática 6^o Básico

AUTORAS

Ivette Juillet Miranda

Profesora de Educación General Básica
Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación
Magíster en Gestión Pedagógica y Curricular con
Mención en Matemática
Universidad Andrés Bello

Magdalena Martínez Segure

Profesora de Estado en Educación General Básica
Universidad de La Serena



Ministerio de
Educación

Gobierno de Chile

La **Guía didáctica del docente de Matemática 6° Básico**, es una obra colectiva, creada y diseñada por el Departamento de Investigaciones Educativas de Editorial Santillana, bajo la dirección editorial de:

RODOLFO HIDALGO CAPRILE

SUBDIRECCIÓN EDITORIAL:

Marisol Flores Prado

COORDINACIÓN ÁREA MATEMÁTICA:

Cristian Gúmera Valenzuela

EDICIÓN:

Vivian Palacios Toledo

AUTORÍA DE LA GUÍA DIDÁCTICA:

Ivette Juillet Miranda

Magdalena Martínez Segura

AUTORÍA DEL TEXTO DEL ESTUDIANTE:

Lesly Maldonado Rodríguez

Carlos Castro Maldonado

CORRECCIÓN DE ESTILO:

Carolina Ardiles Bonavía

DOCUMENTACIÓN:

Cristian Bustos Chavarría

SUBDIRECCIÓN DE DISEÑO

Verónica Román Soto

Con el siguiente equipo de especialistas:

DIAGRAMACIÓN:

Roberto Peñailillo Farías

Sandra Pinto Moya

FOTOGRAFÍAS:

Archivo Santillana

Shutterstock

Pixabay

ILUSTRACIONES:

Archivo Santillana

CUBIERTA:

Miguel Bendito López

PRODUCCIÓN:

Rosana Padilla Cencever

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del "Copyright", bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución en ejemplares de ella, mediante alquiler o préstamo público.

© 2016, by Santillana del Pacífico S. A. de Ediciones

Andrés Bello 2299 Piso 10, oficinas 1001 y 1002,

Providencia, Santiago (Chile)

PRINTED IN CHILE

Impreso en Chile por RR Donnelley Chile.

ISBN Obra completa: 978-956-15-3035-5

ISBN Tomo 2: 978-956-15-3037-9

Inscripción N°: 273.547

Se terminó de imprimir esta 4ª edición de 8.495 ejemplares, en el mes de octubre del año 2019.

www.santillana.cl



¿Por qué aprender matemática?



Comprender las matemáticas y ser capaz de aplicar sus conceptos y procedimientos a la resolución de problemas reales es fundamental para los ciudadanos en el mundo moderno. Para resolver e interpretar problemas y situaciones de la vida diaria, en contextos profesionales, personales, laborales, sociales y científicos, se requiere de un cierto nivel de comprensión de las matemáticas, de razonamiento matemático y del uso de herramientas matemáticas.

La matemática es una herramienta fundamental que explica la mayoría de los avances de nuestra sociedad y les sirve de soporte científico. Los aportes de la matemática están en la base de la innovación en tecnología, ciencia, transporte y comunicaciones, y se aplican en otras áreas, como las artes, la geografía y la economía.

Aprender matemática influye en el concepto que niños, niñas y jóvenes construyen sobre sí mismos y sus capacidades, porque faculta para confiar en el propio razonamiento y para usar de forma efectiva diversas estrategias para resolver problemas significativos relacionados con su vida.

La formación matemática ofrece también la posibilidad de trabajar con entes abstractos y con las relaciones entre ellos, preparando a los estudiantes para comprender el medio en que se desenvuelven, un medio en que la cultura, la tecnología y las ciencias se están redefiniendo y haciendo más complejas permanentemente. Esto queda de manifiesto en la cantidad de información que contiene datos e ideas abstractas acerca de temas económicos, técnicos y científicos, entre otros.

Fuente: Ministerio de Educación (2012). Bases Curriculares para la Educación Básica. Matemática. Santiago: Unidad de Currículum y Evaluación.

► Inicio de la Guía

Los pilares de la propuesta didáctica	8
Articulación de la propuesta editorial	10
Fundamentación del modelo didáctico	14
Visión global del año	16

Guía Didáctica del Docente

Unidad 1 Números y operaciones..... 20

Propósito de la unidad	20
Información curricular	21
Planificación de la Unidad 1	22
Orientaciones didácticas para el inicio de unidad	26
Tema 1: Operaciones, múltiplos y factores	27
Orientaciones didácticas para el Tema 1	28
Inicio de tema	28
Operatoria con números naturales	28
Múltiplos y factores	30
Números primos y compuestos	31
Mínimo común múltiplo	32
¿Cómo voy? Evaluación de proceso 1	33
Tema 2: Fracciones y números mixtos	34
Orientaciones didácticas para el Tema 2	35
Inicio de tema	35
Fracciones impropias y números mixtos	36
Fracciones y números mixtos en la recta numérica	37
Adición y sustracción de fracciones y números mixtos	39
¿Cómo voy? Evaluación de proceso 2	40
Tema 3: Números decimales	41
Orientaciones didácticas para el Tema 3	42
Inicio de tema	42
Multiplicación de números decimales	42
División de números decimales	43
¿Cómo voy? Evaluación de proceso 3	45
Tema 4: Razones y porcentajes	46
Orientaciones didácticas para el Tema 4	47
Inicio de tema	47
Razones	47
Porcentajes	48
¿Cómo voy? Evaluación de proceso 4	48
Orientaciones didácticas para el cierre de unidad	49
Material fotocopiable	
Actividades complementarias: Refuerzo	51
Actividades complementarias: Profundización	52
Evaluación complementaria de la Unidad 1	53
Solucionario Evaluación complementaria	61
Niveles de logro	62

Texto del estudiante

Unidad

1

Números y operaciones

Página 10



¿Cuánto sé? Evaluación inicial 12

Tema 1

Operaciones, múltiplos y factores 14

- Operatoria con números naturales..... 16
- Múltiplos y factores 20
- Números primos y compuestos 24
- Mínimo común múltiplo..... 28

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 1 32

Tema 2

Fracciones y números mixtos..... 34

- Fracciones impropias y números mixtos 36
- Fracciones y números mixtos en la recta numérica..... 40
- Adición y sustracción de fracciones y números mixtos..... 44

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 2 50

Tema 3

Números decimales 52

- Multiplicación de números decimales 54
- División de números decimales 60

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 3 66

Tema 4

Razones y porcentajes..... 68

- Razones..... 70
- Porcentajes..... 74

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 4 78

Complementa tu aprendizaje 80

¿Qué aprendí? Evaluación final 82

Guía Didáctica del Docente

Unidad 2 Patrones y álgebra..... 64

Propósito de la unidad.....	64
Información curricular	65
Planificación de la Unidad 2	66
Orientaciones didácticas para el inicio de unidad.....	68

Tema 1: Relaciones numéricas en tablas..... 69

Orientaciones didácticas para el Tema 1	70
Inicio de tema	70
Patrones en tablas.....	70
Cálculo de términos en tablas.....	71
¿Cómo voy? Evaluación de proceso 1	73

Tema 2: Expresiones algebraicas..... 74

Orientaciones didácticas para el Tema 2	75
Inicio de tema	75
Lenguaje algebraico	75
Expresiones algebraicas	77
Valorización de expresiones algebraicas.....	79
¿Cómo voy? Evaluación de proceso 2	80

Tema 3: Ecuaciones..... 81

Orientaciones didácticas para el Tema 3	82
Inicio de tema	82
Ecuaciones de primer grado con una incógnita	82
Resolución de ecuaciones	83
¿Cómo voy? Evaluación de proceso 3	84

Orientaciones didácticas para el cierre de unidad..... 85

Material fotocopiable

Actividades complementarias: Refuerzo	87
Actividades complementarias: Profundización.....	88
Evaluación complementaria de la Unidad 2	89

Solucionario Evaluación complementaria 93 |

Niveles de logro..... 94 |

Texto del estudiante

Unidad

2

Patrones y álgebra

Página 86



¿Cuánto sé? Evaluación inicial 88

Tema 1

Relaciones numéricas en tablas 90

• Patrones en tablas.....	92
• Cálculo de términos en tablas.....	96
¿Cómo voy? Evaluación de proceso 1	100

Tema 2

Expresiones algebraicas..... 102

• Lenguaje algebraico	104
• Expresiones algebraicas.....	108
• Valorización de expresiones algebraicas.....	112
¿Cómo voy? Evaluación de proceso 2	116

Tema 3

Ecuaciones 118

• Ecuaciones de primer grado con una incógnita	120
• Resolución de ecuaciones	124
¿Cómo voy? Evaluación de proceso 3	130

Complementa tu aprendizaje 132

¿Qué aprendí? Evaluación final 134

Solucionario tomo 1..... 266 |

Glosario..... 306 |

► Inicio de la Guía

Los pilares de la propuesta didáctica	8
Articulación de la propuesta editorial	10
Fundamentación del modelo didáctico	14
Visión global del año	16

Guía Didáctica del Docente

Unidad 3 Geometría y medición 98

Propósito de la unidad	98
Información curricular	99
Planificación de la Unidad 3	100
Orientaciones didácticas para el inicio de unidad	104
Tema 1: Ángulos	105
Orientaciones didácticas para el Tema 1	106
Inicio de tema	106
Estimación y medición de ángulos	106
Construcción de ángulos	107
Ángulos entre rectas	108
¿Cómo voy? Evaluación de proceso 1	109
Tema 2: Construcción de triángulos	110
Orientaciones didácticas para el Tema 2	111
Inicio de tema	111
Clasificación de triángulos	111
Construcción de triángulos	111
¿Cómo voy? Evaluación de proceso 2	113
Tema 3: Triángulos y cuadriláteros	114
Orientaciones didácticas para el Tema 3	115
Inicio de tema	115
Ángulos interiores de un triángulo	115
Ángulos interiores de un cuadrilátero	116
¿Cómo voy? Evaluación de proceso 3	117
Tema 4: Teselaciones	118
Orientaciones didácticas para el Tema 4	119
Inicio de tema	119
Transformaciones isométricas	119
Teselaciones	120
¿Cómo voy? Evaluación de proceso 4	121
Tema 5: Área y volumen	122
Orientaciones didácticas para el Tema 5	123
Inicio de tema	123
Redes de cubos y paralelepípedos	123
Área de cubos y paralelepípedos	123
Volumen de cubos y paralelepípedos	124
¿Cómo voy? Evaluación de proceso 5	125
Orientaciones didácticas para el cierre de unidad	126
Material fotocopiable	
Actividades complementarias: Refuerzo	127
Actividades complementarias: Profundización	129
Evaluación complementaria de la Unidad 3	133
Solucionario Evaluación complementaria	137
Niveles de logro	138

Texto del estudiante

Unidad

3

Geometría y medición

Página 138



¿Cuánto sé? Evaluación inicial 140

Tema 1

Ángulos 142

- Estimación y medición de ángulos 144
- Construcción de ángulos 148
- Ángulos entre rectas 152

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 1 158

Tema 2

Construcción de triángulos 160

- Clasificación de triángulos 162
- Construcción de triángulos 164

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 2 168

Tema 3

Triángulos y cuadriláteros 170

- Ángulos interiores de un triángulo 172
- Ángulos interiores de un cuadrilátero 176

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 3 180

Tema 4

Teselaciones 182

- Transformaciones isométricas 184
- Teselaciones 188

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 4 192

Tema 5

Área y volumen 194

- Redes de cubos y paralelepípedos 196
- Área de cubos y paralelepípedos 200
- Volumen de cubos y paralelepípedos 204

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 5 208

Complementa tu aprendizaje 210

¿Qué aprendí? Evaluación final 212

Guía Didáctica del Docente

Unidad 4 Datos y probabilidades 140

Propósito de la unidad 140

Información curricular 141

Planificación de la Unidad 4 142

Orientaciones didácticas para el inicio de unidad 144

Tema 1: Diagramas de puntos y de tallo y hojas 145

Orientaciones didácticas para el Tema 1 146

Inicio de tema 146

Diagrama de puntos 146

Diagrama de tallo y hojas 147

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 1 148

Tema 2: Gráficos de barras dobles y circulares 149

Orientaciones didácticas para el Tema 2 150

Inicio de tema 150

Gráfico de barras dobles 150

Gráfico circular 151

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 2 153

Tema 3: Tendencia de resultados 154

Orientaciones didácticas para el Tema 3 155

Inicio de tema 155

Experimentos aleatorios 155

Frecuencia relativa asociada a un suceso 156

Repetición de experimentos aleatorios 157

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 3 158

Orientaciones didácticas para el cierre de unidad 159

Material fotocopiable

Actividades complementarias: Refuerzo 161

Actividades complementarias: Profundización 162

Evaluación complementaria de la Unidad 4 163

Solucionario Evaluación complementaria 167

Niveles de logro 168

Bibliografía y Webgrafía 170 y 171

Texto del estudiante

Unidad

4

Datos y probabilidades

Página 216



¿Cuánto sé? Evaluación inicial 218

Tema 1

Diagramas de puntos y de tallo y hojas 220

• Diagrama de puntos 222

• Diagrama de tallo y hojas 226

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 1 230

Tema 2

Gráficos de barras dobles y circulares 232

• Gráfico de barras dobles 234

• Gráfico circular 238

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 2 242

Tema 3

Tendencia de resultados 244

• Experimentos aleatorios 246

• Frecuencia relativa asociada a un suceso... 250

• Repetición de experimentos aleatorios 254

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 3 258

Complementa tu aprendizaje 260

¿Qué aprendí? Evaluación final 262

Solucionario tomo 2 285

Glosario 306

Los pilares de la propuesta didáctica

Los siguientes pilares son los elementos centrales del currículum a partir de los cuales se diseñó nuestra propuesta didáctica.

1 Metacognición



Buscando la motivación y la concientización de los estudiantes por su propio aprendizaje, el Texto del estudiante, junto con la Guía didáctica del docente, promueve la reflexión y el cuestionamiento de cada desempeño que niños y niñas van logrando a medida que trabajan las actividades propuestas. Además, cada sección de auto-evaluación planteada en las evaluaciones del texto apunta a que los estudiantes visualicen sus dificultades y se vuelvan críticos respecto de sus resultados. De esta manera, la discusión en torno a los errores y los preconcepciones se vuelve una oportunidad para aprender mejor.

“El proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas apunta al uso de una lógica dialéctica, en la que intervienen no solo los conocimientos y habilidades, sino la movilización de actitudes de descubrimiento y diálogo interno que construyen un espíritu crítico, un análisis reflexivo y un pensamiento creativo.

Para el desarrollo de competencias metacognitivas, tan importantes son los contenidos matemáticos como la forma en que se desarrolla el proceso de enseñanza-aprendizaje de los mismos, al mostrar aplicaciones dentro de la disciplina en la que se inscribe el proceso y la reflexión sobre ello” (*).

*Peñalva, L. (2010). Las matemáticas en el desarrollo de la metacognición. *Política y cultura*, 33, 135-151.

2 Trabajo colaborativo



En términos generales, se considera que el trabajo colaborativo es una metodología de enseñanza basada en la creencia de que el aprendizaje y el desempeño se incrementan cuando se desarrollan destrezas cooperativas para aprender, dar solución a un problema o elaborar un plan de acción que permite enfrentar una tarea. En otras palabras: “El aprendizaje colaborativo (cooperativo) es el uso instruccional de pequeños grupos, de tal forma que los estudiantes trabajen juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás. Este tipo de aprendizaje no se opone al trabajo individual, ya que puede observarse como una estrategia de aprendizaje complementaria que fortalece el desarrollo global del alumno” (*).

Algunas de las habilidades que los estudiantes deben poner en práctica en estas instancias son las siguientes: apertura al trabajo en equipo, capacidad de tener empatía con otros, valorar la diversidad y respetar las diferencias individuales y comprometerse con la tarea y el aprendizaje. En el Texto del estudiante se ofrecen diversas instancias de trabajo colaborativo tendientes a poner en práctica estas habilidades, además del apartado Inteligencia colectiva, el que propone una actividad de mayor desafío.

*Collazos, C. A., Guerrero, L. y Vergara, A. (2001). Aprendizaje colaborativo: un cambio en el rol del profesor. *Proceedings of the 3rd Workshop on Education on Computing*, Punta Arenas, Chile.

3 Resolución de problemas



Resolver un problema implica no solo poner en juego un amplio conjunto de habilidades, sino también la creatividad para buscar y probar diversas soluciones. Al poner el énfasis en la resolución de problemas, se busca, por un lado, que los alumnos descubran la utilidad de las matemáticas en la vida real y, por otro, abrir espacios para conectar esta disciplina con otras asignaturas. En este contexto, muchas veces lo que más aporta al aprendizaje de los estudiantes no es la solución a un problema matemático, sino el proceso de búsqueda creativa de soluciones.

“Como ‘coach intelectual’ de los alumnos, el docente debe orientar su gestión hacia el desarrollo del pensamiento matemático de ellos, lo que se logra mediante la organización de experiencias de aprendizaje vinculadas con la resolución de problemas” (*).

Además, junto con el desarrollo del razonamiento matemático, es primordial que los estudiantes puedan observar ejercicios resueltos que les permitan comprender los algoritmos y reconocer en qué casos pueden utilizarlos, así como detectar cuáles son las situaciones que generan errores para evitarlos.

*Enrique, F. (2005). Tendencias de investigación en resolución en problemas matemáticos en Latinoamérica. *Revista Educação em Questão*, Natal, vol. 24, 10, 29-67.

Articulación de la propuesta editorial

Inicio de unidad

Texto del estudiante



La entrada de unidad desarrolla una situación motivadora y contextualizada en el hilo conductor de la unidad, con la cual se proponen una serie de preguntas que indagaran algunas ideas previas en el **Punto de partida**.

Guía Didáctica del
Docente



En el inicio de la unidad de la Guía didáctica se describe el propósito de la unidad y el hilo conductor que la articula. Además, se presenta un esquema que relaciona cada tema con los conceptos clave abordados.



Se organiza la unidad en una propuesta de planificación que presenta: Objetivos de Aprendizaje (OA), temas en que son abordados, secciones, tiempo estimado de trabajo (en horas pedagógicas) e indicadores de evaluación.

¿Cuánto sé?

Activa tus conocimientos previos y muestra el progreso de tus aprendizajes.

Ángulos

1. Muestra cada ángulo con su nombre.

2. En los triángulos del libro, ¿cuál es el de mayor medida? ¿Cuál es el de menor medida?

Trasformación

3. Muestra con el 4° la respuesta correcta.

4. Si el triángulo ABC se traslada 2 unidades hacia la izquierda y 1 unidad hacia abajo, ¿cómo quedará el triángulo A'B'C'?

5. Si el triángulo ABC se traslada 2 unidades hacia la izquierda y 1 unidad hacia abajo, ¿cómo quedará el triángulo A'B'C'?

Área

6. Calcula el área de la siguiente figura.

7. Calcula el área de la siguiente figura.

8. Calcula el área de la siguiente figura.

9. Calcula el área de la siguiente figura.

10. Calcula el área de la siguiente figura.

11. Calcula el área de la siguiente figura.

12. Calcula el área de la siguiente figura.

13. Calcula el área de la siguiente figura.

14. Calcula el área de la siguiente figura.

15. Calcula el área de la siguiente figura.

16. Calcula el área de la siguiente figura.

17. Calcula el área de la siguiente figura.

18. Calcula el área de la siguiente figura.

19. Calcula el área de la siguiente figura.

20. Calcula el área de la siguiente figura.

21. Calcula el área de la siguiente figura.

22. Calcula el área de la siguiente figura.

23. Calcula el área de la siguiente figura.

24. Calcula el área de la siguiente figura.

25. Calcula el área de la siguiente figura.

26. Calcula el área de la siguiente figura.

27. Calcula el área de la siguiente figura.

28. Calcula el área de la siguiente figura.

29. Calcula el área de la siguiente figura.

30. Calcula el área de la siguiente figura.

31. Calcula el área de la siguiente figura.

32. Calcula el área de la siguiente figura.

33. Calcula el área de la siguiente figura.

34. Calcula el área de la siguiente figura.

35. Calcula el área de la siguiente figura.

36. Calcula el área de la siguiente figura.

37. Calcula el área de la siguiente figura.

38. Calcula el área de la siguiente figura.

39. Calcula el área de la siguiente figura.

40. Calcula el área de la siguiente figura.

41. Calcula el área de la siguiente figura.

42. Calcula el área de la siguiente figura.

43. Calcula el área de la siguiente figura.

44. Calcula el área de la siguiente figura.

45. Calcula el área de la siguiente figura.

46. Calcula el área de la siguiente figura.

47. Calcula el área de la siguiente figura.

48. Calcula el área de la siguiente figura.

49. Calcula el área de la siguiente figura.

50. Calcula el área de la siguiente figura.

51. Calcula el área de la siguiente figura.

52. Calcula el área de la siguiente figura.

53. Calcula el área de la siguiente figura.

54. Calcula el área de la siguiente figura.

55. Calcula el área de la siguiente figura.

56. Calcula el área de la siguiente figura.

57. Calcula el área de la siguiente figura.

58. Calcula el área de la siguiente figura.

59. Calcula el área de la siguiente figura.

60. Calcula el área de la siguiente figura.

61. Calcula el área de la siguiente figura.

62. Calcula el área de la siguiente figura.

63. Calcula el área de la siguiente figura.

64. Calcula el área de la siguiente figura.

65. Calcula el área de la siguiente figura.

66. Calcula el área de la siguiente figura.

67. Calcula el área de la siguiente figura.

68. Calcula el área de la siguiente figura.

69. Calcula el área de la siguiente figura.

70. Calcula el área de la siguiente figura.

71. Calcula el área de la siguiente figura.

72. Calcula el área de la siguiente figura.

73. Calcula el área de la siguiente figura.

74. Calcula el área de la siguiente figura.

75. Calcula el área de la siguiente figura.

76. Calcula el área de la siguiente figura.

77. Calcula el área de la siguiente figura.

78. Calcula el área de la siguiente figura.

79. Calcula el área de la siguiente figura.

80. Calcula el área de la siguiente figura.

81. Calcula el área de la siguiente figura.

82. Calcula el área de la siguiente figura.

83. Calcula el área de la siguiente figura.

84. Calcula el área de la siguiente figura.

85. Calcula el área de la siguiente figura.

86. Calcula el área de la siguiente figura.

87. Calcula el área de la siguiente figura.

88. Calcula el área de la siguiente figura.

89. Calcula el área de la siguiente figura.

90. Calcula el área de la siguiente figura.

91. Calcula el área de la siguiente figura.

92. Calcula el área de la siguiente figura.

93. Calcula el área de la siguiente figura.

94. Calcula el área de la siguiente figura.

95. Calcula el área de la siguiente figura.

96. Calcula el área de la siguiente figura.

97. Calcula el área de la siguiente figura.

98. Calcula el área de la siguiente figura.

99. Calcula el área de la siguiente figura.

100. Calcula el área de la siguiente figura.

En la sección **¿Cuánto sé?** se presenta la evaluación inicial de la unidad. Incluye un cuadro para que el estudiante pueda ver los criterios asociados a cada ítem y evaluar dónde están sus fortalezas y debilidades.

3 Tendencia de resultados

En esta sección se describe la tendencia de los resultados de los estudiantes en la unidad.

Recuerdo lo que sé

1. Muestra cada resultado con su nombre.

2. En los triángulos del libro, ¿cuál es el de mayor medida? ¿Cuál es el de menor medida?

Trasformación

3. Muestra con el 4° la respuesta correcta.

4. Si el triángulo ABC se traslada 2 unidades hacia la izquierda y 1 unidad hacia abajo, ¿cómo quedará el triángulo A'B'C'?

5. Si el triángulo ABC se traslada 2 unidades hacia la izquierda y 1 unidad hacia abajo, ¿cómo quedará el triángulo A'B'C'?

Área

6. Calcula el área de la siguiente figura.

7. Calcula el área de la siguiente figura.

8. Calcula el área de la siguiente figura.

9. Calcula el área de la siguiente figura.

10. Calcula el área de la siguiente figura.

11. Calcula el área de la siguiente figura.

12. Calcula el área de la siguiente figura.

13. Calcula el área de la siguiente figura.

14. Calcula el área de la siguiente figura.

15. Calcula el área de la siguiente figura.

16. Calcula el área de la siguiente figura.

17. Calcula el área de la siguiente figura.

18. Calcula el área de la siguiente figura.

19. Calcula el área de la siguiente figura.

20. Calcula el área de la siguiente figura.

21. Calcula el área de la siguiente figura.

22. Calcula el área de la siguiente figura.

23. Calcula el área de la siguiente figura.

24. Calcula el área de la siguiente figura.

25. Calcula el área de la siguiente figura.

26. Calcula el área de la siguiente figura.

27. Calcula el área de la siguiente figura.

28. Calcula el área de la siguiente figura.

29. Calcula el área de la siguiente figura.

30. Calcula el área de la siguiente figura.

31. Calcula el área de la siguiente figura.

32. Calcula el área de la siguiente figura.

33. Calcula el área de la siguiente figura.

34. Calcula el área de la siguiente figura.

35. Calcula el área de la siguiente figura.

36. Calcula el área de la siguiente figura.

37. Calcula el área de la siguiente figura.

38. Calcula el área de la siguiente figura.

39. Calcula el área de la siguiente figura.

40. Calcula el área de la siguiente figura.

41. Calcula el área de la siguiente figura.

42. Calcula el área de la siguiente figura.

43. Calcula el área de la siguiente figura.

44. Calcula el área de la siguiente figura.

45. Calcula el área de la siguiente figura.

46. Calcula el área de la siguiente figura.

47. Calcula el área de la siguiente figura.

48. Calcula el área de la siguiente figura.

49. Calcula el área de la siguiente figura.

50. Calcula el área de la siguiente figura.

51. Calcula el área de la siguiente figura.

52. Calcula el área de la siguiente figura.

53. Calcula el área de la siguiente figura.

54. Calcula el área de la siguiente figura.

55. Calcula el área de la siguiente figura.

56. Calcula el área de la siguiente figura.

57. Calcula el área de la siguiente figura.

58. Calcula el área de la siguiente figura.

59. Calcula el área de la siguiente figura.

60. Calcula el área de la siguiente figura.

61. Calcula el área de la siguiente figura.

62. Calcula el área de la siguiente figura.

63. Calcula el área de la siguiente figura.

64. Calcula el área de la siguiente figura.

65. Calcula el área de la siguiente figura.

66. Calcula el área de la siguiente figura.

67. Calcula el área de la siguiente figura.

68. Calcula el área de la siguiente figura.

69. Calcula el área de la siguiente figura.

70. Calcula el área de la siguiente figura.

71. Calcula el área de la siguiente figura.

72. Calcula el área de la siguiente figura.

73. Calcula el área de la siguiente figura.

74. Calcula el área de la siguiente figura.

75. Calcula el área de la siguiente figura.

76. Calcula el área de la siguiente figura.

77. Calcula el área de la siguiente figura.

78. Calcula el área de la siguiente figura.

79. Calcula el área de la siguiente figura.

80. Calcula el área de la siguiente figura.

81. Calcula el área de la siguiente figura.

82. Calcula el área de la siguiente figura.

83. Calcula el área de la siguiente figura.

84. Calcula el área de la siguiente figura.

85. Calcula el área de la siguiente figura.

86. Calcula el área de la siguiente figura.

87. Calcula el área de la siguiente figura.

88. Calcula el área de la siguiente figura.

89. Calcula el área de la siguiente figura.

90. Calcula el área de la siguiente figura.

91. Calcula el área de la siguiente figura.

92. Calcula el área de la siguiente figura.

93. Calcula el área de la siguiente figura.

94. Calcula el área de la siguiente figura.

95. Calcula el área de la siguiente figura.

96. Calcula el área de la siguiente figura.

97. Calcula el área de la siguiente figura.

98. Calcula el área de la siguiente figura.

99. Calcula el área de la siguiente figura.

100. Calcula el área de la siguiente figura.

Cada unidad se subdivide en temas, los que se inician con las actividades **Recuerdo lo que sé** y **Diseño mi estrategia**, cuya finalidad es reconocer las ideas previas y acercar a los estudiantes a los nuevos aprendizajes. Los alumnos podrán registrar sus ideas previas, además de sus motivaciones personales y estrategias de aprendizaje para el logro de sus propias metas.

2 Orientaciones didácticas para el inicio de unidad

Inicio de unidad

En esta sección se describe el propósito de la unidad, los aprendizajes esperados y los criterios de evaluación.

Punto de partida

En esta sección se describe el punto de partida de la unidad, los aprendizajes esperados y los criterios de evaluación.

Recuerdo lo que sé

En esta sección se describe el recuerdo lo que sé de la unidad, los aprendizajes esperados y los criterios de evaluación.

Diseño mi estrategia

En esta sección se describe el diseño mi estrategia de la unidad, los aprendizajes esperados y los criterios de evaluación.

Reflexión

En esta sección se describe la reflexión de la unidad, los aprendizajes esperados y los criterios de evaluación.

Evaluación

En esta sección se describe la evaluación de la unidad, los aprendizajes esperados y los criterios de evaluación.

Conclusiones

En esta sección se describen las conclusiones de la unidad, los aprendizajes esperados y los criterios de evaluación.

En esta sección se presentan orientaciones didácticas para que el docente trabaje el inicio de unidad planteado en el Texto del estudiante enfatizando las secciones **Punto de partida** y **¿Cuánto sé?**.

4 Razones y porcentajes

Orientaciones didácticas para el Tema 4

Inicio de tema

En esta sección se describe el propósito del tema, los aprendizajes esperados y los criterios de evaluación.

Recuerdo lo que sé

En esta sección se describe el recuerdo lo que sé del tema, los aprendizajes esperados y los criterios de evaluación.

Diseño mi estrategia

En esta sección se describe el diseño mi estrategia del tema, los aprendizajes esperados y los criterios de evaluación.

Reflexión

En esta sección se describe la reflexión del tema, los aprendizajes esperados y los criterios de evaluación.

Evaluación

En esta sección se describe la evaluación del tema, los aprendizajes esperados y los criterios de evaluación.

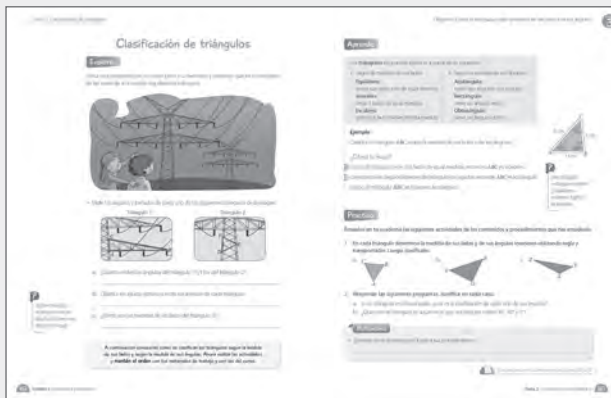
Conclusiones

En esta sección se describen las conclusiones del tema, los aprendizajes esperados y los criterios de evaluación.

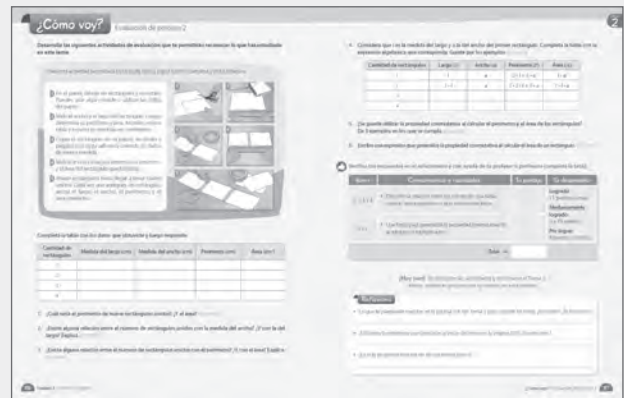
En el inicio del tema de la Guía didáctica se describe el propósito, los prerrequisitos y los conceptos clave relativos a los contenidos que se trabajarán. Además, se presenta una tabla con los Objetivos de Aprendizaje (OA), los indicadores de evaluación correspondientes, y los Objetivos de Aprendizaje Transversales que se abordarán en el tema.

Desarrollo de la unidad

Texto del estudiante



Los contenidos están organizados a partir de una situación inicial, que presenta un problema y preguntas que guían la exploración del alumno. Luego, se formalizan los conceptos y procedimientos matemáticos en juego. Se incluyen actividades desarrolladas paso a paso y la sección **Practico**, en la que el estudiante pondrá en práctica lo estudiado.

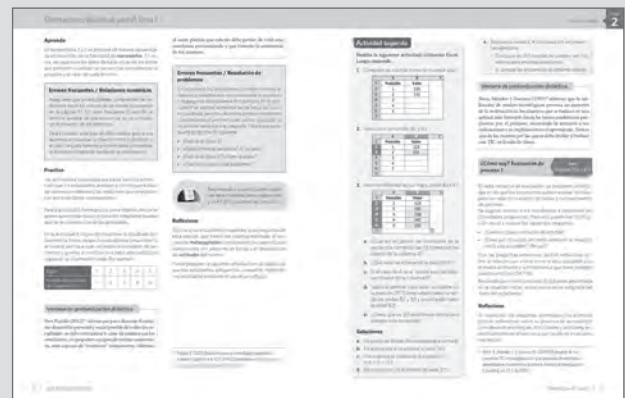


En la sección **¿Cómo voy?** se presenta la evaluación de proceso del tema. Incluye un cuadro para que el estudiante pueda ver los criterios asociados a cada ítem y evaluar dónde están sus fortalezas y debilidades.

Guía Didáctica del Docente



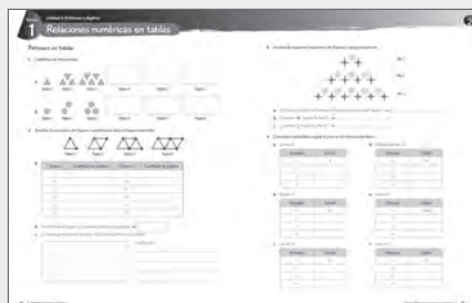
En la Guía didáctica se articulan una serie de orientaciones didácticas y recursos que permiten abordar el inicio, desarrollo y cierre de cada tema propuesto en el Texto del estudiante. También es posible encontrar ventanas de profundización didácticas y matemáticas.



Se incluyen actividades sugeridas, todas con sus soluciones, así como orientaciones referidas al tratamiento de errores frecuentes, que pueden contribuir al docente en su rol de mediador del proceso de enseñanza-aprendizaje, especialmente en los conceptos de mayor complejidad.

Cuaderno de ejercicios

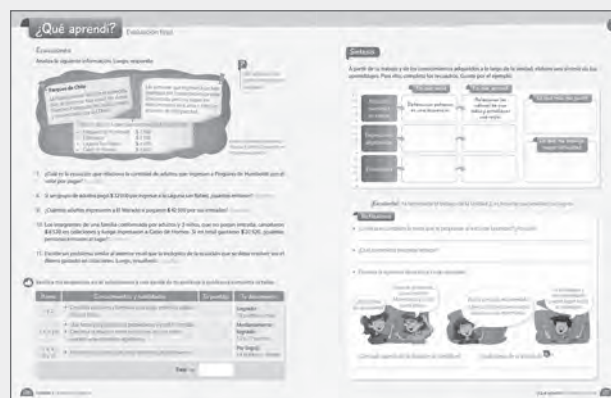
En el Cuaderno de ejercicios se presentan actividades variadas para la ejercitación de cada uno de los contenidos trabajados en el texto.



Cierre de la unidad



Se presentan actividades lúdicas en contextos diversos para que los estudiantes puedan aplicar y transferir lo aprendido a nuevas situaciones.



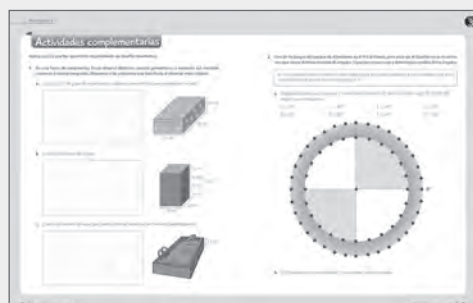
En la sección **¿Qué aprendí?** se propone una evaluación final con actividades que abordan los Objetivos de Aprendizaje trabajados en la unidad.



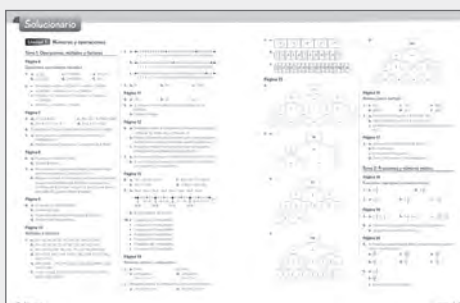
En la Guía didáctica se entregan orientaciones para abordar el cierre de cada unidad del Texto del estudiante.



Se incluye material fotocopiable con Actividades complementarias, tanto de refuerzo como de profundización y una Evaluación complementaria de la unidad, todas con sus respectivos solucionarios.



En cada unidad se ofrecen actividades complementarias que pretenden motivar a los estudiantes.



Se incluyen las soluciones para todas las actividades propuestas en el Cuaderno de ejercicios.

Fundamentación del modelo didáctico

Asumir la enseñanza y el aprendizaje bajo un modelo de diseño instruccional supone mirar todos los actores y procesos que forman parte del sistema; dar cabida a las experiencias e ideas previas de los estudiantes, implementar estrategias didácticas variadas, generar espacios de evaluación permanente, flexibles y coherentes con el qué y el cómo se enseñó, que reporten el funcionamiento del sistema y las desviaciones respecto al objetivo o meta que se pretende alcanzar. En consecuencia, es fundamental que los materiales educativos tengan una estructura y organización pedagógica que considere los aspectos antes señalados, lo que implica la definición de un modelo instruccional que dé forma al texto escolar.

Con el propósito de que los estudiantes logren aprendizajes significativos, el Texto se ha construido sobre la base de un **modelo instruccional** que establece **tareas de aprendizaje** organizadas en lecciones, cada una de las cuales comienza con la **identificación de los conocimientos** de los alumnos, continúa con la **entrega y tratamiento didáctico de los contenidos** conceptuales, habilidades y actitudes, y el **diseño e implementación de procedimientos evaluativos de proceso**, y finaliza con **instancias para evaluar sumativamente** los aprendizajes logrados. Este modelo se replica consistentemente a lo largo de todas las unidades que componen el Texto.

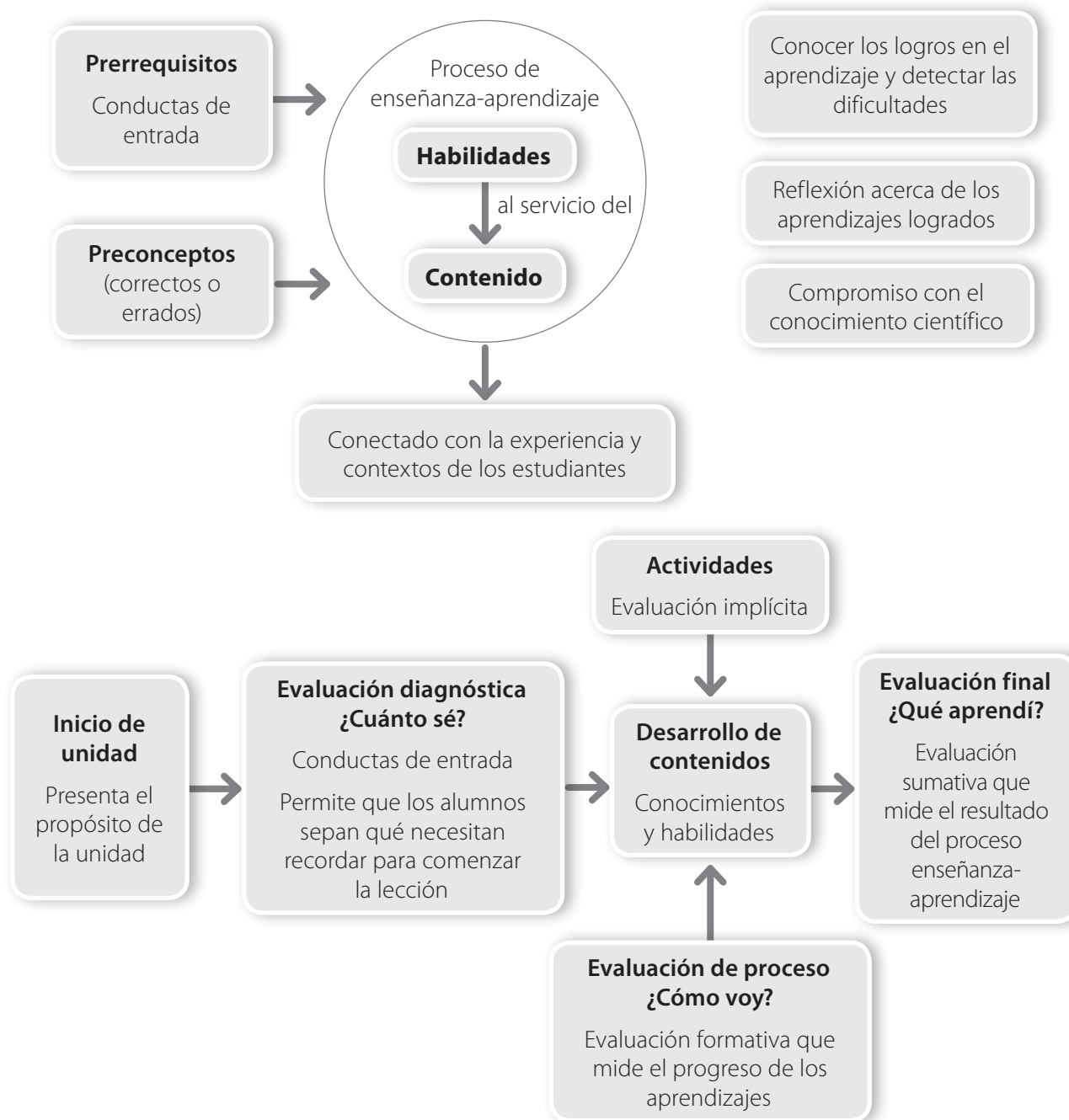
Así, entonces, cada unidad temática se ha construido sobre la base de un conjunto de elementos clave que forman parte de un sistema que se estructura siguiendo la propuesta de Dick y Carey (1988), y que se detallan a continuación:

- a. **Identificar la meta de enseñanza.** Esta etapa es el inicio del proceso de enseñanza-aprendizaje. Se basa en definir qué es lo que se espera que los alumnos sean capaces de saber o hacer luego de completar el proceso de enseñanza-aprendizaje de cada unidad temática.
- b. **Implementar un análisis instruccional.** Esta etapa es muy relevante, pues implica determinar qué tipo de aprendizaje es el que se quiere que el estudiante alcance: conceptual, procedimental o actitudinal. Una vez identificado esto, hay que establecer las habilidades que están a la base, cuyo desarrollo conducirá al logro del aprendizaje deseado.
- c. **Identificar las conductas de entrada y las características generales de los estudiantes.** Esta etapa es muy importante, pues identifica qué aprendizajes tienen los alumnos y que sirven de cimiento para el logro de los aprendizajes deseados. Justamente por eso es que deben diagnosticarse y, de no estar presentes, implementar instancias de refuerzo y nivelación. A la vez, el modelo reconoce algunas características que facilitan el logro de la meta, pero que por su naturaleza es altamente probable que los estudiantes las posean.
- d. **Redacción de objetivos generales y específicos.** La etapa siguiente es redactar objetivos a partir del análisis instruccional y de las conductas de entrada detectadas. El texto escolar define objetivos generales para cada unidad temática que, a su vez, se subdividen en objetivos específicos, lo que origina las unidades de contenido más pequeñas denominadas lecciones. Los objetivos se declaran explícitamente en cada unidad para que los estudiantes conozcan desde el comienzo qué es lo que aprenderán y cómo lo que ya saben conecta con lo nuevo, promoviendo aprendizajes significativos.
- e. **Desarrollo de instrumentos de evaluación (formativa y sumativa).** Para evaluar el desarrollo de la estrategia de instrucción propuesta, se han diseñado diversos materiales centrados tanto en las necesidades de aprendizaje del alumno como en la labor educativa del docente. Cada instancia de evaluación (diagnóstica, de proceso y final) permite monitorear el proceso de enseñanza-aprendizaje, además de entregar información para tomar decisiones relacionadas con las estrategias de instrucción. También se han incluido instancias de metacognición, que ayudan al estudiante a reflexionar acerca de sus propios aprendizajes. Es importante señalar que el modelo instruccional utilizado incorpora esta etapa buscando garantizar que las instancias de evaluación tengan directa relación con el qué se enseñó (contenido) y el cómo se enseñó (habilidad), es decir, implementando el concepto de validez instruccional (Föester, 2008).

- f. Desarrollo de la estrategia didáctica y selección de materiales de instrucción.** A lo largo de la unidad se han diseñado las estrategias didácticas que favorezcan el logro de las habilidades y contenidos formulados en los objetivos de aprendizaje. Esta propuesta didáctica se operacionaliza en dos

materiales: el texto escolar, destinado a promover el aprendizaje del estudiante, y la guía didáctica, que contiene la explicitación de los aspectos pedagógicos que sustentan la propuesta: sugerencias de trabajo página a página, solucionario, instrumentos de evaluación fotocopiables, entre otros.

Lo anterior se traduce en un modelo pedagógico que sustenta la organización y estructura del Texto **Matemática 6° Básico**, que se presenta en el siguiente diagrama:



Visión global del año

Unidad 1

Tiempo: 80 horas pedagógicas

Unidad 2

Tiempo: 44 horas pedagógicas

	Objetivos de Aprendizaje	
Tema 1	OA 1: Demostrar que comprenden los factores y múltiplos: determinando los múltiplos y factores de números naturales menores de 100; identificando números primos y compuestos; resolviendo problemas que involucran múltiplos. OA 2: Realizar cálculos que involucren las cuatro operaciones en el contexto de la resolución de problemas, utilizando la calculadora en ámbitos superiores a 10 000.	OA 9: Demostrar que comprenden la relación entre los valores de una tabla y aplicarla en la resolución de problemas sencillos: identificando patrones entre los valores de la tabla; formulando una regla con lenguaje matemático.
Tema 2	OA 5: Demostrar que comprenden las fracciones y números mixtos: identificando y determinando equivalencias entre fracciones impropias y números mixtos, usando material concreto y representaciones pictóricas de manera manual y/o con <i>software</i> educativo; representando estos números en la recta numérica. OA 6: Resolver adiciones y sustracciones de fracciones propias e impropias y números mixtos con numeradores y denominadores de hasta dos dígitos. OA 8: Resolver problemas rutinarios y no rutinarios que involucren adiciones y sustracciones de fracciones propias, impropias, números mixtos o decimales hasta la milésima.	OA 10: Representar generalizaciones de relaciones entre números naturales, usando expresiones con letras y ecuaciones.
Tema 3	OA 7: Demostrar que comprenden la multiplicación y la división de decimales por números naturales de un dígito, múltiplos de 10 y decimales hasta la milésima de manera concreta, pictórica y simbólica. OA 8: Resolver problemas rutinarios y no rutinarios que involucren adiciones y sustracciones de fracciones propias, impropias, números mixtos o decimales hasta la milésima.	OA 11: Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita, utilizando estrategias como: usar una balanza; usar la descomposición y la correspondencia 1 a 1 entre los términos en cada lado de la ecuación y aplicando procedimientos formales de resolución.
Tema 4	OA 3: Demostrar que comprenden el concepto de razón de manera concreta, pictórica y simbólica, en forma manual y/o usando <i>software</i> educativo. OA 4: Demostrar que comprenden el concepto de porcentaje de manera concreta, pictórica y simbólica, de forma manual y/o usando <i>software</i> educativo.	
Tema 5		

Unidad 3

Tiempo: 70 horas pedagógicas

Unidad 4

Tiempo: 34 horas pedagógicas

Objetivos de Aprendizaje

OA 15: Construir ángulos agudos, obtusos, rectos, extendidos y completos con instrumentos geométricos o *software* geométrico.

OA 16: Identificar los ángulos que se forman entre dos rectas que se cortan (pares de ángulos opuestos por el vértice y pares de ángulos complementarios).

OA 20: Estimar y medir ángulos, usando el transportador y expresando las mediciones en grados.

OA 21: Calcular ángulos en rectas paralelas cortadas por una transversal.

OA 22: Comparar distribuciones de dos grupos, provenientes de muestras aleatorias, usando diagramas de puntos y de tallo y hojas.

OA 12: Construir y comparar triángulos de acuerdo a la medida de sus lados y/o sus ángulos con instrumentos geométricos o *software* geométrico.

OA 24: Leer e interpretar gráficos de barra doble y circulares y comunicar sus conclusiones.

OA 17: Demostrar, de manera concreta, pictórica y simbólica, que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° y de un cuadrilátero es 360° .

OA 21: Calcular ángulos en rectas paralelas cortadas por una transversal y en triángulos.

OA 23: Conjeturar acerca de la tendencia de resultados obtenidos en repeticiones de un mismo experimento con dados, monedas u otros, de manera manual y/o usando *software* educativo.

OA 14: Realizar teselados de figuras 2D, usando traslaciones, reflexiones y rotaciones.

OA 13: Demostrar que comprenden el concepto de área de una superficie en cubos y paralelepípedos, calculando el área de sus redes (plantillas) asociadas.

OA 18: Calcular la superficie de cubos y paralelepípedos, expresando el resultado en cm^2 y m^2 .

OA 19: Calcular el volumen de cubos y paralelepípedos, expresando el resultado en cm^3 , m^3 y mm^3 .

Unidad 1

Unidad 2

Habilidades	
• Resolver problemas • Argumentar y comunicar • Modelar • Representar	• Resolver problemas • Argumentar y comunicar • Modelar • Representar
Actitudes	
• Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas. • Manifestar una actitud positiva frente a sí mismo y sus capacidades. • Demostrar una actitud de esfuerzo y perseverancia.	• Manifestar curiosidad e interés por el aprendizaje de las matemáticas. • Manifestar una actitud positiva frente a sí mismo y sus capacidades. • Demostrar una actitud de esfuerzo y perseverancia.
Objetivos de Aprendizaje Transversales	
OAT 3: Adquirir un sentido positivo ante la vida, una sana autoestima y confianza en sí mismo. OAT 7: Organizar, clasificar, analizar, interpretar y sintetizar la información y establecer relaciones entre las distintas asignaturas del aprendizaje. OAT 9: Resolver problemas de manera reflexiva en el ámbito escolar, familiar y social, tanto utilizando modelos y rutinas como aplicando de manera creativa conceptos y criterios. OAT 13: Participar solidaria y responsablemente en las actividades y proyectos de la familia, del establecimiento y de la comunidad. OAT 24: Practicar la iniciativa personal, la creatividad y el espíritu emprendedor en los ámbitos personal, escolar y comunitario. OAT 25: Trabajar en equipo de manera responsable, construyendo relaciones basadas en la confianza mutua. OAT 32: Hacer un uso consciente y responsable de las tecnologías de la información y la comunicación, aplicando criterios de autocuidado y cuidado de los otros en la comunicación virtual, y respetando el derecho a la privacidad y la propiedad intelectual.	OAT 1: Favorecer el desarrollo físico personal y el autocuidado, en el contexto de la valoración de la vida y el propio cuerpo, mediante hábitos de higiene, prevención de riesgos y hábitos de vida saludable. OAT 2: Practicar actividad física adecuada a sus intereses y aptitudes. OAT 7: Organizar, clasificar, analizar, interpretar y sintetizar la información y establecer relaciones entre las distintas asignaturas del aprendizaje. OAT 16: Proteger el entorno natural y sus recursos como contexto de desarrollo humano. OAT 27: Reconocer la importancia del trabajo –manual e intelectual– como forma de desarrollo personal, familiar, social y de contribución al bien común, valorando la dignidad esencial de todo trabajo y el valor eminente de la persona que lo realiza.

Unidad 3

Unidad 4

Habilidades	
• Resolver problemas • Argumentar y comunicar • Representar	• Resolver problemas • Argumentar y comunicar • Representar
Actitudes	
• Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico. • Expresar y escuchar ideas de forma respetuosa. • Abordar de manera creativa y flexible la búsqueda de soluciones a problemas.	• Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas. • Manifestar una actitud positiva frente a sí mismo y sus capacidades. • Demostrar una actitud de esfuerzo y perseverancia.
Objetivos de Aprendizaje Transversales	
OAT 7: Organizar, clasificar, analizar, interpretar y sintetizar la información y establecer relaciones entre las distintas asignaturas del aprendizaje. OAT 9: Resolver problemas de manera reflexiva en el ámbito escolar, familiar y social, tanto utilizando modelos y rutinas como aplicando de manera creativa conceptos y criterios. OAT 23: Demostrar interés por conocer la realidad y utilizar el conocimiento. OAT 25: Trabajar en equipo de manera responsable, construyendo relaciones basadas en la confianza mutua.	OAT 2: Practicar actividad física adecuada a sus intereses y aptitudes. OAT 7: Organizar, clasificar, analizar, interpretar y sintetizar la información y establecer relaciones entre las distintas asignaturas del aprendizaje. OAT 24: Practicar la iniciativa personal, la creatividad y el espíritu emprendedor en los ámbitos personal, escolar y comunitario. OAT 25: Trabajar en equipo de manera responsable, construyendo relaciones basadas en la confianza mutua. OAT 28: Buscar, acceder y evaluar la calidad y la pertinencia de la información de diversas fuentes virtuales. OAT 29: Utilizar TIC que resuelvan las necesidades de información, comunicación, expresión y creación dentro del entorno educativo y social inmediato. OAT 32: Hacer un uso consciente y responsable de las tecnologías de la información y la comunicación, aplicando criterios de autocuidado y cuidado de los otros en la comunicación virtual, y respetando el derecho a la privacidad y la propiedad intelectual.

¿Cómo se organiza mi texto?

El texto **Matemática 6° Básico** se organiza en cuatro unidades y en cada una encontrarás:

Inicio de unidad

Título de la unidad

Se relaciona con el eje temático que trabajarás en la unidad.

Motivación

Al iniciar la unidad, reconocerás la relación que hay entre los conocimientos matemáticos y tu entorno, las actividades que desarrollarás y la actitud con la que debes enfrentarlas.

Temas de la unidad

Podrás ver lo que estudiarás en la unidad, para qué y dónde.

Punto de partida

Iniciarás tu trabajo, en el que podrás expresar tus motivaciones y plantear tus metas acerca de los aprendizajes de la unidad.

Evaluación inicial

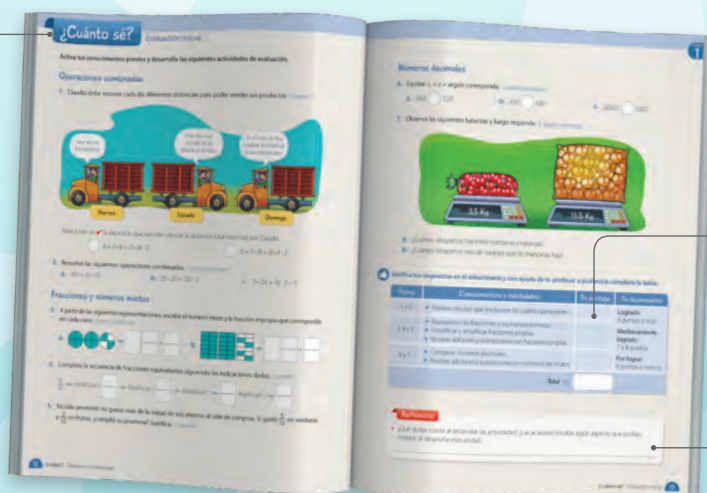
¿Cuánto sé?

Actividades para que actives tus conocimientos previos y que te servirán en el desarrollo de la unidad.

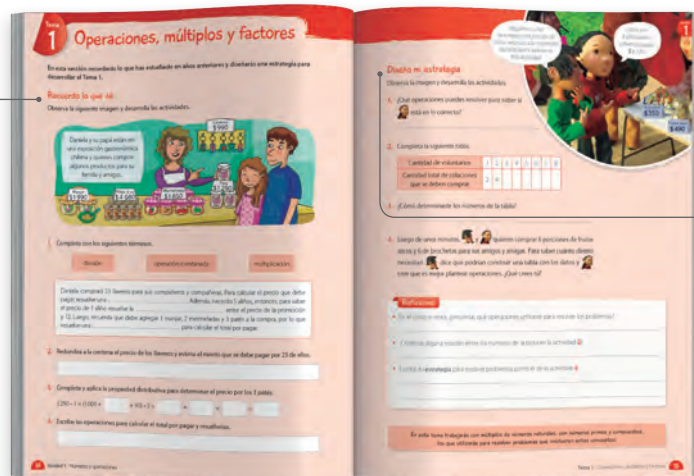
Podrás reconocer tu desempeño en cada actividad de evaluación.

Reflexiono

Aquí podrás dejar registro de tu trabajo y la actitud al enfrentar este primer acercamiento a la unidad.



Inicio de tema



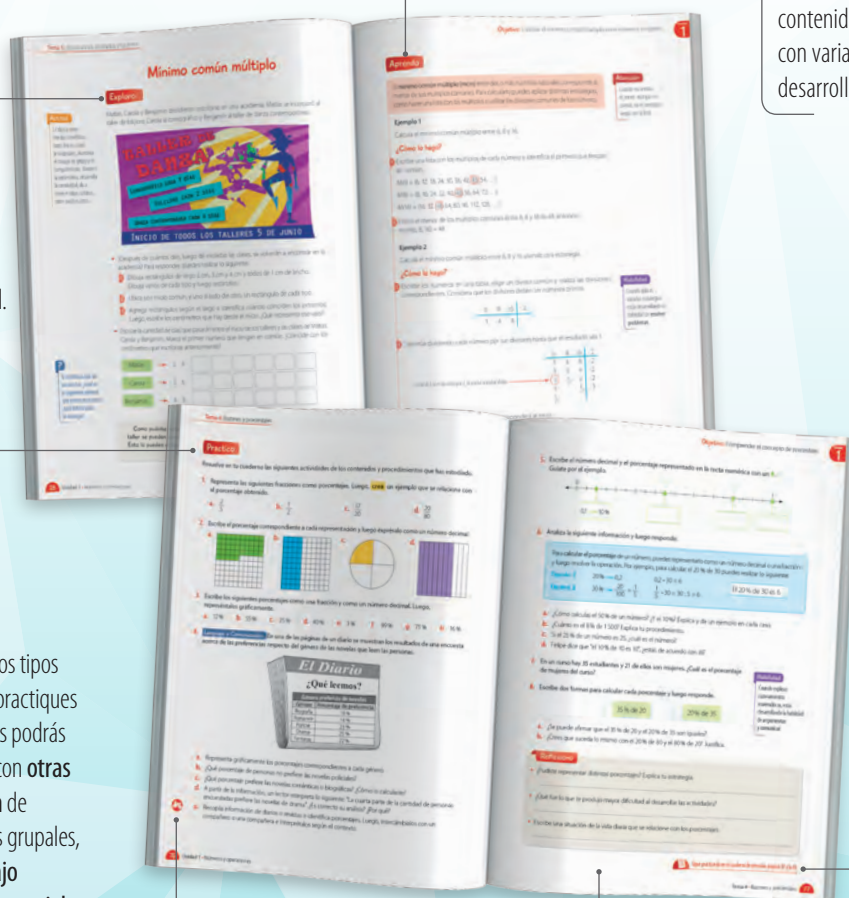
Recuerdo lo que sé

A partir de una situación vinculada con el hilo conductor de la unidad, desarrollarás actividades que te permitirán usar conocimientos de años anteriores.

Diseño mi estrategia

Actividades relacionadas con la situación del inicio de unidad, que te permitirán establecer estrategias de resolución para el desarrollo de los temas que componen la unidad.

Páginas de contenido



Exploro

Situación exploratoria relacionada con el hilo conductor de la unidad.

Aprendo

Aquí encontrarás los contenidos matemáticos con variados ejemplos desarrollados paso a paso.

Practico

Actividades con variados tipos de ejercicios para que practiques lo estudiado. Entre ellas podrás encontrar conexiones con **otras asignaturas**, creación de problemas, actividades grupales, que fomentan el **trabajo colaborativo**, uso de **material concreto**, entre otras.

Cuaderno

Páginas del Cuaderno de ejercicios en las que podrás seguir ejercitando lo que has estudiado.

Reflexiono

Autoevaluación con la que podrás registrar el progreso de tus aprendizajes y tus actitudes durante el desarrollo de la unidad.



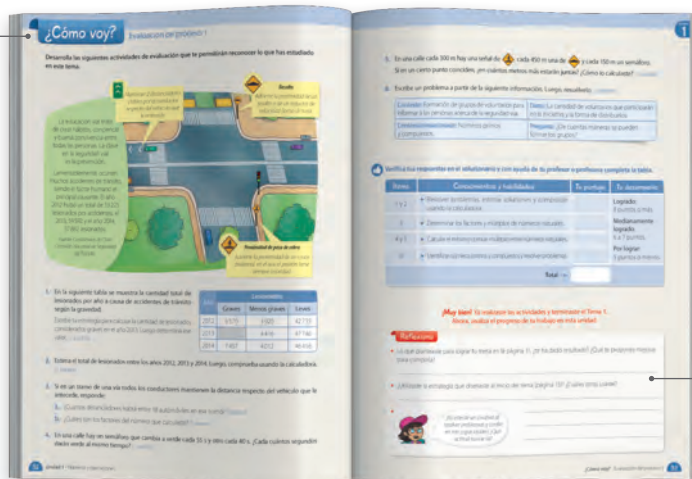
Ícono actividades grupales.

¿Cómo se organiza mi texto?

Evaluación de proceso

¿Cómo voy?

A partir de una situación de la vida cotidiana, realizarás actividades para que identifiques lo que has aprendido en cada tema.



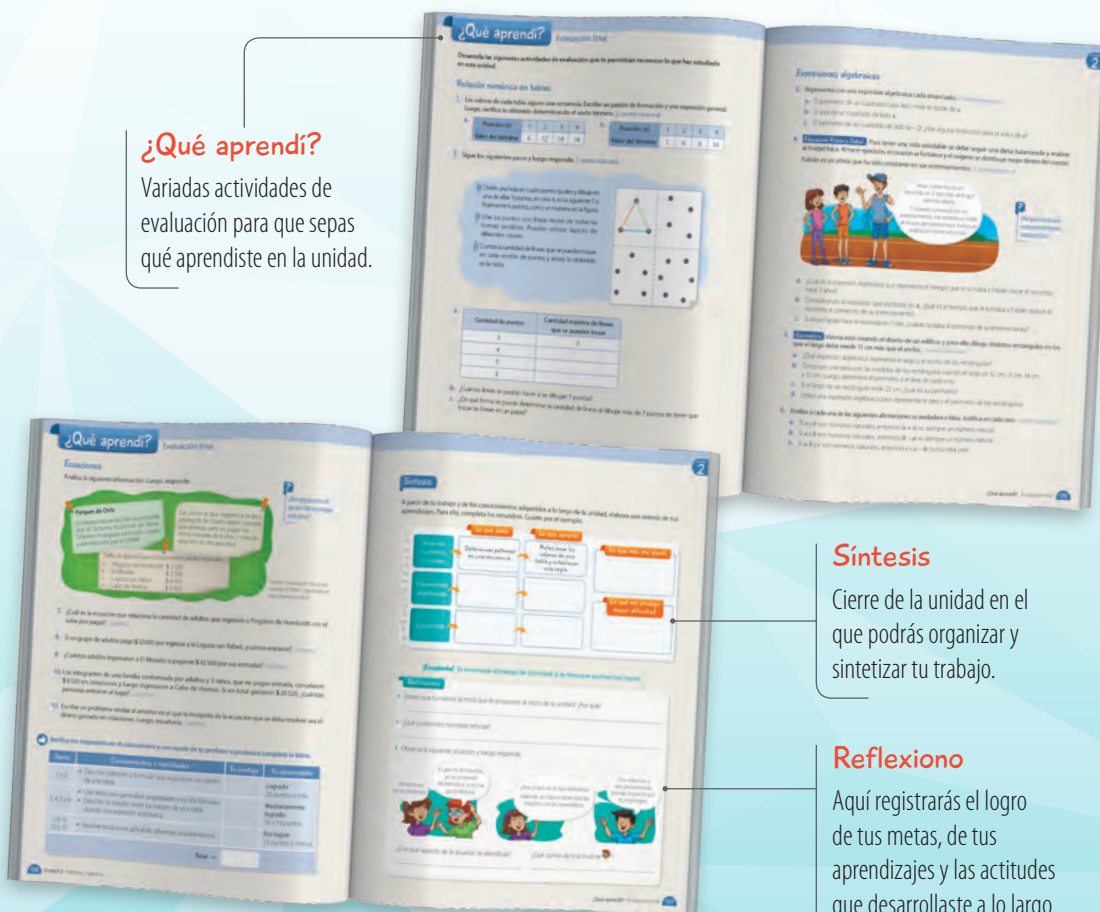
Reflexiono

Aquí registrarás el nivel del logro de tus metas, la evaluación de tus estrategias y la actitud que has tenido al desarrollar el tema.

Evaluación final

¿Qué aprendí?

Variadas actividades de evaluación para que sepas qué aprendiste en la unidad.



Síntesis

Cierre de la unidad en el que podrás organizar y sintetizar tu trabajo.

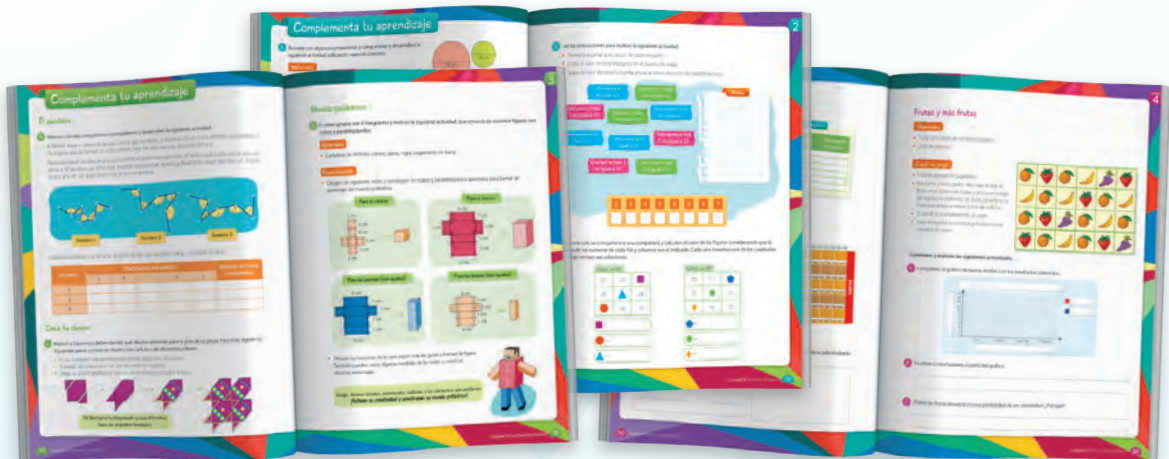
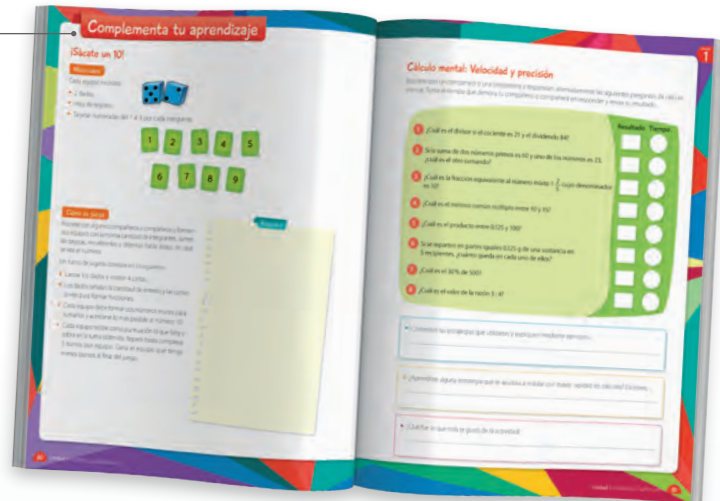
Reflexiono

Aquí registrarás el logro de tus metas, de tus aprendizajes y las actitudes que desarrollaste a lo largo de la unidad.

Páginas complementarias

Complementa tu aprendizaje

Actividades para que practiques lo aprendido junto con tus compañeros y compañeras, en las que podrás usar material concreto, jugar y resolver distintos problemas matemáticos.



Cápsulas

Uso de software

Páginas webs en las que podrás realizar actividades usando un software educativo.

Visita la Web

Páginas webs en las que encontrarás información o ejercicios para complementar tu aprendizaje.

Actitud

Información relacionada con la importancia de fomentar diferentes actitudes.

Habilidad

Se muestra cuando estás desarrollando alguna habilidad matemática.

Atención

Información que complementa y profundiza los contenidos que estás trabajando.

?

Preguntas que fomentarán tu análisis y comprensión de los contenidos.

Geometría y medición

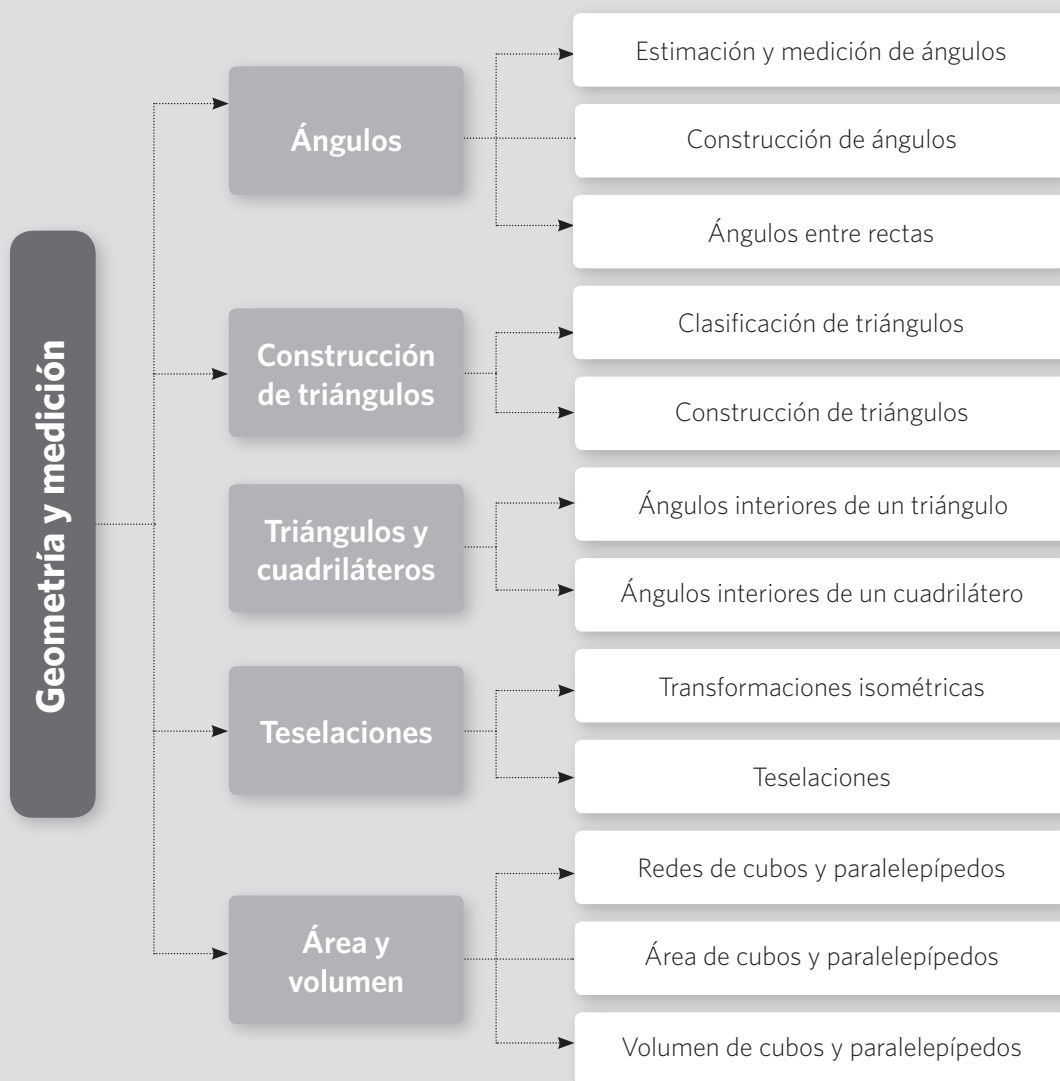
Propósito de la unidad

Esta unidad se construye considerando los ejes temáticos de **Geometría** y **Medición**, y se desarrolla en torno a la temática de la Arquitectura, que corresponde al **hilo conductor**. Es pertinente abordar los contenidos de esta unidad en estos contextos, ya que tienen muchas aplicaciones y permitirán a los estudiantes analizar y comprender el entorno que los rodea.

Para el desarrollo de la unidad, se proponen cinco temas que están coherentemente re-

lacionados mediante el hilo conductor y la progresión del contenido matemático. Cabe destacar que la importancia del estudio de los contenidos propuestos en esta unidad, radica en la riqueza que ofrece a los estudiantes al adentrarlos en todo un mundo de experiencias en el conocimiento del espacio que perciben²⁷.

A continuación, se presenta un esquema de los contenidos que se trabajarán en esta unidad.



²⁷ García, S. y López, O. (2008). *La enseñanza de la geometría*. México, D.F.: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.

Información curricular

Objetivos de Aprendizaje

En esta unidad se desarrollarán los siguientes Objetivos de Aprendizaje:

OA 12: Construir y comparar triángulos de acuerdo a la medida de sus lados y/o sus ángulos con instrumentos geométricos o *software* geométrico.

OA 13: Demostrar que comprenden el concepto de área de una superficie en cubos y paralelepípedos, calculando el área de sus redes (plantillas) asociadas.

OA 14: Realizar teselados de figuras 2D, usando traslaciones, reflexiones y rotaciones.

OA 15: Construir ángulos agudos, obtusos, rectos, extendidos y completos con instrumentos geométricos o *software* geométrico.

OA 16: Identificar los ángulos que se forman entre dos rectas que se cortan (pares de ángulos opuestos por el vértice y pares de ángulos complementarios).

OA 17: Demostrar, de manera concreta, pictórica y simbólica, que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° y de un cuadrilátero es 360° .

OA 18: Calcular la superficie de cubos y paralelepípedos, expresando el resultado en cm^2 y m^2 .

OA 19: Calcular el volumen de cubos y paralelepípedos, expresando el resultado en cm^3 , m^3 y mm^3 .

OA 20: Estimar y medir ángulos, usando el transportador y expresando las mediciones en grados.

OA 21: Calcular ángulos en rectas paralelas cortadas por una transversal y en triángulos.

Habilidades

En esta unidad, los estudiantes desarrollarán las siguientes habilidades:

OA a: Reconocer e identificar los datos esenciales de un problema matemático.

OA b: Resolver problemas, aplicando una variedad de estrategias, como: la estrategia de los 4 pasos: entender, planificar, hacer y comprobar; comprender y evaluar estrategias de resolución de problemas de otros.

OA d: Comprobar reglas y propiedades.

OA e: Comunicar de manera escrita y verbal razonamientos matemáticos: describiendo los procedimientos utilizados; usando los términos matemáticos pertinentes.

OA f: Comprender y evaluar estrategias de resolución de problemas de otros.

OA h: Documentar el proceso de aprendizaje, registrándolo en forma estructurada y comprensible.

OA m: Usar representaciones y estrategias para comprender mejor problemas e información matemática.

Actitudes

El trabajo de esta unidad fomenta el desarrollo de las siguientes actitudes:

- Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico.
- Expresar y escuchar ideas de forma respetuosa
- Abordar de manera creativa y flexible la búsqueda de soluciones a problemas.

Planificación de la Unidad 3

Objetivos de Aprendizaje	Páginas especiales / Temas	Tiempo (horas pedagógicas)	
	Punto de partida ¿Cuánto sé? Evaluación inicial	4 horas	
OA 20: Estimar y medir ángulos, usando el transportador y expresando las mediciones en grados. OA 15: Construir ángulos agudos, obtusos, rectos, extendidos y completos con instrumentos geométricos o <i>software</i> geométrico. OA 16: Identificar los ángulos que se forman entre dos rectas que se cortan (pares de ángulos opuestos por el vértice y pares de ángulos complementarios). OA 21: Calcular ángulos en rectas paralelas cortadas por una transversal.	Tema 1: Ángulos • Estimación y medición de ángulos • Construcción de ángulos • Ángulos entre rectas	12 horas	
	¿Cómo voy? Evaluación de proceso 1	2 horas	
OA 12: Construir y comparar triángulos de acuerdo a la medida de sus lados y/o sus ángulos con instrumentos geométricos o <i>software</i> geométrico.	Tema 2: Construcción de triángulos • Clasificación de triángulos • Construcción de triángulos	8 horas	
	¿Cómo voy? Evaluación de proceso 2	2 horas	

	Indicadores de evaluación
	• Explican la manera en que se miden ángulos con un transportador. • Explican qué es un grado sexagesimal por medio de ejemplos, usando el transportador. • Describen el procedimiento usado para estimar ángulos con un transportador.
	• Dibujan un círculo y registran ángulos agudos, rectos y obtusos en él, utilizando un transportador. • Construyen un ángulo recto y lo toman como referencia para determinar ángulos agudos y obtusos. • Construyen ángulos agudos o ángulos agudos y obtusos que sumen 180° con un transportador o con procesadores geométricos.
	• Identifican los ángulos opuestos por el vértice que se forman entre dos rectas que se cortan. • Demuestran, usando rotaciones, que los ángulos opuestos por el vértice tienen igual medida. • Verifican, usando transportador, que los ángulos opuestos por el vértice tienen igual medida. • Identifican ángulos en rectas que se cortan en figuras del entorno.
	• Identifican ángulos de igual medida que se forman en rectas paralelas cortadas por una transversal y demuestran esta igualdad, usando traslaciones. • Identifican ángulos suplementarios en un sistema de rectas paralelas cortadas por una transversal.
	• Comparan la longitud de sus lados de acuerdo a la medida de sus ángulos interiores opuestos. • Construyen triángulos en que se conoce la longitud de sus lados, usando instrumentos geométricos o procesadores geométricos. • Construyen triángulos en que se conoce la longitud de uno de sus lados y la medida de sus ángulos interiores, usando instrumentos geométricos o procesadores geométricos. • Clasifican triángulos y explican el criterio de clasificación. • Comparan triángulos, usando la clasificación dada.

Planificación de la Unidad 3

Objetivos de Aprendizaje	Páginas especiales / temas	Tiempo (horas pedagógicas)	
OA 17: Demostrar, de manera concreta, pictórica y simbólica, que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° y de un cuadrilátero es 360° .	Tema 3: Triángulos y cuadriláteros - Ángulos interiores de un triángulo - Ángulos interiores de un cuadrilátero	8 horas	
OA 21: Calcular ángulos en rectas paralelas cortadas por una transversal y en triángulos.			
	¿Cómo voy? Evaluación de proceso 3	2 horas	
OA 14: Realizar teselados de figuras 2D, usando traslaciones, reflexiones y rotaciones.	Tema 4: Teselaciones - Transformaciones isométricas - Teselaciones	10 horas	
	¿Cómo voy? Evaluación de proceso 4	2 horas	
OA 13: Demostrar que comprenden el concepto de área de una superficie en cubos y paralelepípedos, calculando el área de sus redes (plantillas) asociadas.	Tema 5: Área y volumen - Redes de cubos y paralelepípedos - Área de cubos y paralelepípedos - Volumen de cubos y paralelepípedos	14 horas	
OA 18: Calcular la superficie de cubos y paralelepípedos, expresando el resultado en cm^2 y m^2 .			
OA 19: Calcular el volumen de cubos y paralelepípedos, expresando el resultado en cm^3 , m^3 y mm^3 .			
	¿Cómo voy? Evaluación de proceso 5	2 horas	
	Complementa tu aprendizaje	2 horas	
	¿Qué aprendí? Evaluación final	2 horas	

	Indicadores de evaluación
	• Trazan rectas paralelas a los lados de triángulos y que pasan por el vértice opuesto. • Usan traslaciones para formar 180° con los ángulos interiores de triángulos. • Explican por qué la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180°. • Usan resultados acerca de la suma de ángulos interiores en triángulos para demostrar que la suma de ángulos interiores en un cuadrilátero es 360°. • Identifican rectas paralelas en polígonos y calculan ángulos interiores de estos polígonos. • Resuelven problemas relativos a cálculos de ángulos en paralelogramos.
	• Explican el concepto de teselado por medio de ejemplos. • Reconocen teselados regulares en contextos diversos. • Reconocen teselados semirregulares en contextos diversos. • Realizan teselados regulares, aplicando traslaciones. • Realizan teselados semirregulares, aplicando reflexiones.
	• Ilustran y explican el concepto de área de una superficie en figuras 3D. • Demuestran que el área de redes asociadas a cubos y paralelepípedos corresponde al área de la superficie de estas figuras 3D. • Dan procedimientos para calcular áreas de superficies de cubos y paralelepípedos. • Calculan áreas de redes asociadas a cubos y paralelepípedos. • Comparan las áreas de las caras de paralelepípedos y las áreas de las caras de cubos. • Determinan áreas de las superficies de cubos a partir de la medida de sus aristas. • Resuelven problemas relativos a áreas de superficies de cubos y paralelepípedos. • Explican, por medio de ejemplos, el concepto de volumen. • Descubren una fórmula para calcular el volumen de cubos y paralelepípedos. • Determinan volúmenes de cubos y paralelepípedos, conociendo información relativa a sus aristas. • Resuelven problemas relativos a volúmenes de cubos y paralelepípedos conociendo información relativa a áreas de superficies de estas figuras 3D.

Inicio de unidad

Texto
Páginas 138 y 139



La imagen presentada hace referencia al hilo conductor de la unidad, que se relaciona con la arquitectura. Mediante su análisis, los estudiantes podrán establecer relaciones con el contenido matemático a trabajar.

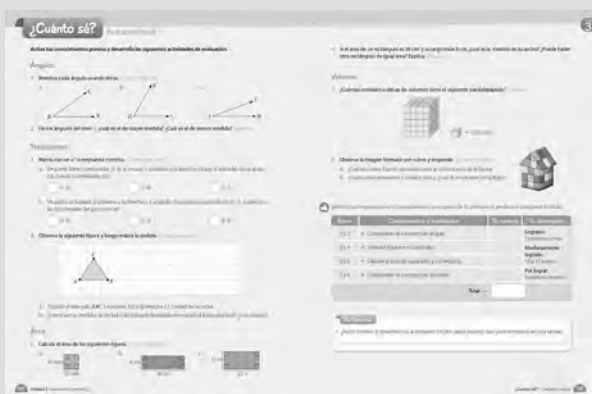
Punto de partida

En esta sección, se espera que los estudiantes respondan a las preguntas planteadas considerando sus conocimientos previos, experiencias e intereses personales. Algunas posibles respuestas son:

- En la imagen se observan figuras geométricas como triángulos, rectángulos y círculos. Además, se ven líneas rectas y curvas..
- Me gustaría aprender sobre teselaciones porque no sé de qué se trata.

¿Cuánto sé? Evaluación inicial

Texto
Páginas 140 y 141



Las actividades de estas páginas están organizadas progresivamente según habilidades y contenidos. Tienen por objetivo identificar los conocimientos, relacionados con geometría y medición, que tienen los estudiantes.

Específicamente, al resolver las actividades propuestas, los estudiantes aplicarán sus conocimientos sobre ángulos, transformaciones isométricas, área y volumen.

Recuerde verificar que los estudiantes distribuyan de manera adecuada los puntajes en cada actividad resuelta y observe la forma en que completan la tabla con el fin de ayudarlos en esta labor, de ser necesario.

Reflexiono

La pregunta propuesta apunta al desarrollo de **actitudes** como la creatividad al resolver problemas. Se sugiere reflexionar con los estudiantes en torno a lo que significa ser creativo. Por ejemplo, comente con ellos sobre sus estrategias personales en la resolución de las actividades.

Además, puede estimular el proceso de **metacognición** con preguntas como:

- ¿Qué actividades realizaste primero? ¿Por qué?
- ¿Hay alguna actividad que no pudiste resolver? ¿Por qué crees que sucedió esto?

Propósito del tema

En este tema, los estudiantes trabajarán contenidos relacionados con la estimación, la medición y la construcción de ángulos, en los que se empleará el uso de instrumentos como transportador, regla y compás. Además, se estudiarán las características de los ángulos que se forman entre rectas considerando los que son opuestos por el vértice y aquellos que se forman cuando un par de rectas se cortan por una transversal.

Para el desarrollo de este tema se proponen actividades y recursos en los que los estudiantes podrán medir y construir ángulos mediante el correcto uso de instrumentos geométricos como el transportador. Además, podrán ejercitar el reconocimiento de ángulos entre rectas en el entorno, lo que les permitirá integrar la matemática con diferentes ámbitos de conocimiento.

Prerrequisitos

- Concepto y medición de ángulos.
- Rectas paralelas y perpendiculares.

Conceptos clave

Ángulos, transportador, regla, compás, rectas perpendiculares, rectas paralelas, recta transversal.

Objetivos de Aprendizaje	Indicadores de evaluación
OA 20: Estimar y medir ángulos, usando el transportador y expresando las mediciones en grados.	• Explican la manera en que se miden ángulos con un transportador. • Explican qué es un grado sexagesimal por medio de ejemplos, usando el transportador. • Describen el procedimiento usado para estimar ángulos con un transportador.
OA 15: Construir ángulos agudos, obtusos, rectos, extendidos y completos con instrumentos geométricos o <i>software</i> geométrico.	• Dibujan un círculo y registran ángulos agudos, rectos y obtusos en él, utilizando un transportador. • Construyen un ángulo recto y lo toman como referencia para determinar ángulos agudos y obtusos. • Construyen ángulos agudos o ángulos agudos y obtusos que sumen 180° con un transportador o con procesadores geométricos.
OA 16: Identificar los ángulos que se forman entre dos rectas que se cortan.	• Identifican los ángulos opuestos por el vértice que se forman entre dos rectas que se cortan. • Demuestran, usando rotaciones, que los ángulos opuestos por el vértice tienen igual medida. • Verifican, usando transportador, que los ángulos opuestos por el vértice tienen igual medida. • Identifican ángulos en rectas que se cortan en figuras del entorno.
OA 21: Calcular ángulos en rectas paralelas cortadas por una transversal.	• Identifican ángulos de igual medida que se forman en rectas paralelas cortadas por una transversal y demuestran esta igualdad, usando traslaciones. • Identifican ángulos suplementarios en un sistema de rectas paralelas cortadas por una transversal.
Objetivos de Aprendizaje Transversales	
OAT 7: Organizar, clasificar, analizar, interpretar y sintetizar la información y establecer relaciones entre las distintas asignaturas del aprendizaje.	
OAT 25: Trabajar en equipo de manera responsable, construyendo relaciones basadas en la confianza mutua.	

Inicio de tema

Texto
Páginas 142 y 143

Las actividades propuestas en esta sección permitirán a los estudiantes aplicar sus conocimientos previos para realizar estimaciones de las medidas de ángulos según los contextos dados.

Recuerdo lo que sé

A partir de la situación inicial, los estudiantes podrán activar sus conocimientos e ideas previas en relación a figuras geométricas y ángulos.

Se recomienda analizar junto con los estudiantes la imagen de la estructura del columpio, con el fin de identificar figuras y ángulos.

Diseño mi estrategia

Mediante la resolución de las actividades propuestas, los estudiantes aplicarán la estimación de ángulos, identificarán pares de ángulos congruentes y además podrán generar una estrategia personal para la construcción de ángulos.

Se recomienda guiar a los estudiantes en la resolución de estas actividades. Para ello puede realizar preguntas como las siguientes:

- *¿Cómo puedes verificar si este ángulo es menor o mayor que 90° ?*
- *¿Por qué este par de ángulos tiene igual medida?*
- *¿Qué pasos puedes seguir para construir un ángulo de la misma medida que el ángulo dado?*

Reflexiono

En esta sección los estudiantes podrán reflexionar sobre los contenidos matemáticos aplicados en la resolución de las actividades propuestas.

Se sugiere que al momento de que los estudiantes escriban su estrategia para determinar la medida de un ángulo y construirlo, hagan un registro en forma estructurada y comprensible.

Estimación y medición de ángulos

Texto
Páginas 144 a la 147

Para el desarrollo de este contenido, se proponen actividades en las que trabajará la medición de ángulos mediante el uso del transportador y además, en el desarrollo de habilidades de visualización al estimar las medidas de ángulos dados.

Exploro

Mediante la observación de la imagen de la situación inicial, los estudiantes podrán identificar ángulos y estimar sus medidas mediante la comparación con otros ángulos, por ejemplo, ángulos de 45° , 90° , entre otros.

Se recomienda solicitarles la comunicación de sus estrategias para estimar las medidas de los ángulos solicitados, con el fin de comprobar que están realizando un razonamiento adecuado.

Aprendo

En esta sección se realiza una formalización del proceso de medición de ángulos mediante el uso del transportador y, además, se hace mención a la utilidad de la estimación de la medida de un ángulo.

Antes de analizar junto con los estudiantes el primer ejemplo, verifique que todos reconocen el transportador y recuerdan sus características. Para ello, puede mostrarles un transportador y plantearles las siguientes preguntas:

- *¿Para qué sirve el transportador?*
- *¿Cómo se utiliza?*
- *¿Un ángulo puede medir 90 cm ? ¿Por qué?*

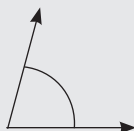
Adicionalmente, puede motivar a sus estudiantes realizar actividades relacionadas con ángulos considerando lo propuesto en

Uso de software

Errores frecuentes / Uso del transportador

La doble graduación que tienen los transportadores provoca confusión al momento de medir ángulos. Esto puede provocar que los estudiantes cometan errores como, por ejemplo, decir que la medida de un ángulo es 150° , cuando en realidad es 30° .

Con el objetivo de evitar este tipo de confusiones, antes de realizar el proceso de medición de un ángulo, solicite a los estudiantes que realicen estimaciones de la medida de los ángulos. Para ello, puede mostrarles el siguiente ángulo y luego preguntarles: *¿Este ángulo es menor o mayor a 90° ?*



Al observar el ángulo, los estudiantes podrán estimar que su medida es menor a 90° . Después de esto, pídeles que midan el ángulo con un transportador. En este proceso, los estudiantes podrían responder que el ángulo mide 115° , pero esto no puede ser porque anteriormente estimaron que la medida era menor a 90° . De esta manera, podrán concluir que el ángulo mide 75° .

Practico

En esta sección se proponen actividades que siguen una secuencia de complejidad progresiva, en las que se aplicarán los contenidos estudiados con relación a medición, clasificación y estimación de ángulos.

Se recomienda que en la actividad 1, enfatice en el uso adecuado del transportador al realizar las mediciones. Además, pida a los estudiantes describir los procedimientos realizados y justificar sus acciones. De esta forma se refuerza la comprensión y se contribuye al desarrollo de la habilidad de **argumentar y comunicar**.

Note que en la actividad 3, se establece una relación con la Estadística (OAT 7). Aproveche esta actividad para que los estudiantes observen las características de los gráficos circulares que estudiarán en la siguiente unidad. Permítales medir y analizar las medidas de los ángulos formados en los diferentes sectores y guíelos a concluir que los ángulos suman 360° .



Recomiende a sus estudiantes resolver las actividades de las páginas 66 a la 68 del Cuaderno de ejercicios.

Puede complementar las actividades propuestas preguntando a sus alumnos qué es un grado sexagesimal.

Reflexiono

Las preguntas planteadas en esta sección permitirán que los estudiantes describan los procedimientos aplicados en la resolución de las diferentes actividades. De esta manera se estimulará el proceso de **metacognición**.

Construcción de ángulos

Texto
Páginas 148 a la 151

En este contenido se aborda la construcción de ángulos mediante el uso del transportador. Las actividades que se proponen, están orientadas a la ejercitación del proceso de construcción de un ángulo y a la aplicación de esto en situaciones cotidianas.

Exploro

Guíe a los estudiantes en la comprensión del contexto, específicamente en el diseño que propone Marcos para el juego.

Pídales identificar los ángulos que se forman en el dibujo del diseño. Para ello, puede realizar preguntas como:

- ¿Qué tipo de ángulo se forma entre el carrito verde y celeste? Se espera que los estudiantes respondan que se forma un ángulo extendido que mide 180° .
- ¿Qué tipo de ángulo se forma entre el carrito verde y rojo? Se espera que los estudiantes respondan que se forma un ángulo recto que mide 90° .

Luego oriéntelos a considerar que para que los autos estén a igual distancia, se tiene que formar el mismo ángulo entre ellos, por lo que en este caso, el ángulo debe ser 45° .

Ventana de profundización didáctica

La Papiroflexia es el arte de hacer figuras de papel y tiene su origen en Japón, con el nombre de Origami.

Algunos autores (2009) proponen el uso de la Papiroflexia en la construcción de ángulos ya que el papel, como material didáctico manipulativo, proporciona una mayor implicación del alumno en las tareas a realizar considerando que la manipulación constituye un modo de dar sentido al conocimiento matemático y además, mediante esta el estudiante adquiere una percepción más dinámica de las ideas y conceptos involucrados.

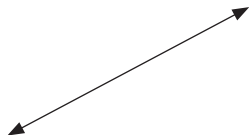
Puede visitar el siguiente *link*, donde encontrará fichas y orientaciones didácticas sobre actividades de construcción de ángulos con plegado de papel.

http://funes.uniandes.edu.co/932/1/GEOMETRIA_PLANA_CON_PAPEL_definitivo_ISBN-1.pdf

Aprendo

En esta sección, se muestran procedimientos para construir ángulos utilizando transportador. Esto se complementa con el uso de regla y compás en la página 59 del Cuaderno de ejercicios.

Luego de que analicen el ejemplo 3, pídales que construyan una recta perpendicular a la siguiente:



Con esto se pretende, que los estudiantes consideren que los ángulos rectos pueden construirse en diferentes posiciones y eviten relacionar ángulos rectos con rectas horizontales y verticales.

Practico

Las actividades propuestas permitirán a los estudiantes ejercitar la construcción de ángulos utilizando instrumentos geométricos.

En las actividades 2 y 3, estimule **actitudes** como la creatividad y flexibilidad al construir los ángulos solicitados. Por ejemplo, podrían utilizar plegado de papel, regla y compás, entre otros.

En la resolución de la actividad 3, estimule el **trabajo colaborativo** entre los estudiantes, promoviendo el respeto y la confianza con el objetivo de generar una instancia propicia para el aprendizaje (OAT 25).



Recomiende a sus estudiantes resolver las actividades de las páginas 69 a la 71 del Cuaderno de ejercicios.

Reflexiono

Las preguntas planteadas permitirán la reflexión de los estudiantes en torno a su proceso de aprendizaje y las actitudes desarrolladas como, por ejemplo, el respecto al escuchar las opiniones de sus compañeros.

Ángulos entre rectas

Texto
Páginas 152 a la 157

En este contenido se abordan los ángulos opuestos por el vértice, ángulos complementarios y ángulos suplementarios y además, los ángulos que se forman entre rectas paralelas cortadas por una transversal. Asimismo, se trabaja en la identificación en el entorno, con el fin de que los estudiantes consideren la utilidad de este contenido.

Exploro

Mediante el análisis de la imagen correspondiente a la situación inicial, los estudiantes podrán visualizar ángulos que se forman entre rectas paralelas cortadas por una transversal e identificar aquellos que tienen igual medida.

Aprendo

En esta sección, se presentan las características de los ángulos opuestos por el vértice y de los ángulos complementarios y suplementarios.

Luego de esto, se presentan los ángulos que se forman cuando un par de rectas paralelas se intersectan con una recta transversal. En los ejemplos se incluye la identificación de estos ángulos en paralelogramos



¿En todos los ángulos se puede determinar el complemento y el suplemento? ¿Por qué?



Se espera que los estudiantes argumenten considerando las características de estos tipos de ángulos. Una posible respuesta es: *No se puede calcular el complemento de todos los ángulos, solo de aquellos que midan menos que 90° .*

Practico

Mediante la resolución de las actividades propuestas, los estudiantes podrán identificar los tipos de ángulos estudiados y determinar sus medidas.

Note que en la actividad 3 se establece una relación con la Física, lo que permite integrar el contenido matemático con otros ámbitos del conocimiento (OAT 7).

En la actividad 4, se recomienda estimular el desarrollo de la habilidad de **argumentar y comunicar**. Para ello, permita a los estudiantes expresar en voz alta sus argumentos en relación a sus respuestas a la pregunta a. Recuerde enfatizar el uso de los conceptos matemáticos adecuados.

Se recomienda guiar a los estudiantes en la resolución de las actividades 7 y 8. Para ello, puede solicitarles que prolonguen los lados de las figuras con el objetivo de que puedan visualizar los ángulos que se forman.



Recomiende a sus estudiantes resolver las actividades de las páginas 72 y 73 del Cuaderno de ejercicios.

Reflexiono

Las preguntas planteadas en esta sección permitirán reflexionar sobre los conceptos estudiados y los procedimientos aplicados.

Se sugiere estimular a los estudiantes a buscar en su entorno ejemplos de ángulos entre rectas. Para ello, puede pedirles observar la sala o entregarles recortes de revistas en los que puedan identificar lo pedido.

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 1

Texto
Páginas 158 y 159

En esta instancia de evaluación, se proponen actividades en las que los estudiantes podrán aplicar los contenidos trabajados en el Tema 1.

Puede notar que el contexto de la situación presentada se relaciona con las construcciones que están presentes en nuestro entorno y específicamente se hace mención al Viaducto de Malleco. Puede encontrar el *link* completo de la fuente citada, en la webgrafía del Texto del estudiante.

Es importante que todos los estudiantes desarrollen las actividades ya que esto le permitirá recolectar información sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje y tomar decisiones pedagógicas al respecto.

Recuerde ayudar a los estudiantes al completar la tabla y distribuir los puntajes de las actividades desarrolladas.

Reflexiono

Al responder las preguntas planteadas, los estudiantes podrán reflexionar sobre las metas y estrategias propuestas en un inicio. Esto estimula el proceso de **metacognición** de los estudiantes al hacerlos conscientes de su proceso de aprendizaje.

Además, los alumnos podrán establecer relaciones entre lo estudiado y situaciones de la vida cotidiana, lo que les permitirá considerar la utilidad de lo estudiado en este primer tema.

Propósito del tema

En este tema se aborda la clasificación de triángulos considerando la medida de sus lados y ángulos, y la construcción de estas figuras mediante el uso de herramientas geométricas. El objetivo es que los estudiantes comprendan las características de los triángulos y logren aplicarlas en las construcciones que realicen.

Las actividades y recursos sugeridos para el desarrollo de este tema entregan a los estudiantes la posibilidad de aplicar el contenido trabajado en situaciones contextualizadas que se relacionan con el hilo conductor de la unidad y que, además, colaboran en el desarrollo de habilidades; por ejemplo, resolución de problemas.

Prerrequisitos

- Concepto de polígono.
- Clasificación de polígonos regulares e irregulares.
- Características de los triángulos.

Conceptos clave

Triángulos, clasificación de triángulos, ángulos interiores, instrumentos geométricos.

Objetivos de Aprendizaje	Indicadores de evaluación
OA 12: Construir y comparar triángulos de acuerdo a la medida de sus lados y/o sus ángulos con instrumentos geométricos o <i>software</i> geométrico.	• Comparan la longitud de sus lados de acuerdo a la medida de sus ángulos interiores opuestos. • Construyen triángulos en que se conoce la longitud de sus lados, usando instrumentos geométricos o procesadores geométricos. • Construyen triángulos en que se conoce la longitud de uno de sus lados y la medida de sus ángulos interiores, usando instrumentos geométricos o procesadores geométricos. • Clasifican triángulos y explican el criterio de clasificación. • Comparan triángulos, usando la clasificación dada.
Objetivos de Aprendizaje Transversales	
OAT 9: Resolver problemas de manera reflexiva en el ámbito escolar, familiar y social, tanto utilizando modelos y rutinas como aplicando de manera creativa conceptos y criterios. OAT 23: Demostrar interés por conocer la realidad y utilizar el conocimiento. OAT 25: Trabajar en equipo de manera responsable, construyendo relaciones basadas en la confianza mutua.	

Orientaciones didácticas para el Tema 2

Inicio de tema

Texto
Páginas 160 y 161

El objetivo de las actividades propuestas en esta sección es que los estudiantes activen sus conocimientos acerca de triángulos, establezcan relaciones con la vida cotidiana y puedan describir una estrategia para la construcción de estas figuras.

Recuerdo lo que sé

Las actividades propuestas se relacionan con la situación inicial, en la que se distingue el hilo conductor de la unidad: la Arquitectura.

Puede apoyarlos en la comprensión del contexto presentado mediante las siguientes preguntas:

- ¿Han visto alguna grúa como la que se muestra en la imagen? ¿Dónde?
- ¿Por qué creen que el triángulo es una figura que no se deforma?

Diseño mi estrategia

En la actividad 2, estimule la creatividad de los estudiantes para construir el triángulo propuesto. Una estrategia podría ser cortar tiras de papel con las longitudes dadas, unir las para formar un triángulo y luego dibujarlo.

Reflexiono

Mediante la identificación de sus conocimientos previos y la descripción de sus propias estrategias para leer e interpretar la información presentada en un gráfico, se fomenta el proceso de **metacognición** en los estudiantes.

Clasificación de triángulos

Texto
Páginas 162 y 163

En el desarrollo de este contenido, los estudiantes podrán identificar diferentes tipos de triángulos y clasificarlos según la medida de sus lados y ángulos.

Exploro

Mediante el análisis de la situación inicial, los estudiantes podrán resolver las actividades propuestas en esta sección, las que permitirán activar los conocimientos previos en relación a triángulos.

Puede complementar esta sección, con preguntas como:

- ¿Cuántos ángulos tiene un triángulo?
- ¿Un triángulo puede tener dos ángulos rectos? ¿Por qué?
- ¿Un triángulo puede tener dos ángulos obtusos? ¿Por qué?

Aprendo

En esta sección se presenta la clasificación de triángulos considerando la medida de sus lados y de sus ángulos.



¿Hay triángulos rectángulos isósceles? ¿Y equiláteros escalenos? Explica y da ejemplos.



El propósito de estas preguntas es que los estudiantes analicen las condiciones de los triángulos respecto a las diferentes clasificaciones. Por ejemplo, un triángulo equilátero siempre será acutángulo porque sus ángulos interiores miden 60° .

Practico

Las actividades propuestas en esta sección permitirán a los estudiantes aplicar lo estudiado en relación a la clasificación de triángulos.

En la actividad 2, promueva la habilidad de **argumentar y comunicar**. Para ello, solicite a los estudiantes utilizar los términos matemáticos adecuados al justificar sus afirmaciones.



Recomiende a sus estudiantes resolver las actividades de las páginas 74 y 75 del Cuaderno de ejercicios.

Reflexiono

El propósito de la pregunta planteada es que los estudiantes sean conscientes de sus procedimientos y los comuniquen de manera escrita.

Es importante enfatizar en el orden al momento de describir los procedimientos utilizados ya que de esta manera, se estructurará el aprendizaje de los estudiantes.

Construcción de triángulos

Texto
Páginas 164 a la 167

Mediante el trabajo en este contenido, los estudiantes podrán construir triángulos de acuerdo a la medida de sus lados y ángulos utilizando instrumentos geométricos como regla, compás y transportador.

Exploro

A través del análisis de la situación presentada, los estudiantes podrán resolver las actividades propuestas que se relacionan con la clasificación y construcción de triángulos.

Se sugiere utilizar la información **Atención** de para complementar el contexto de la situación inicial. Recuerde que puede ver el *link* completo de la fuente citada, en la webgrafía del Texto del estudiante.

Se recomienda motivarlos a compartir con sus compañeros las estrategias para resolver la última actividad, de manera de generar un aprendizaje colaborativo.

Puede proponer la siguiente actividad para estimular a los estudiantes en la aplicación de los conceptos estudiados mediante el uso de **material concreto**.

Actividad sugerida

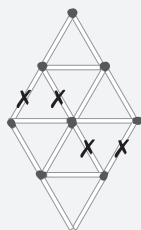
Reúnete con dos o tres compañeros y realicen la siguiente actividad. Para desarrollarla, necesitarán 16 fósforos.

- Si en la siguiente figura deben quedar 4 triángulos equiláteros iguales a los 8 que hay, ¿cuál es el mínimo número de palitos de fósforo que se deben quitar?



Solución

El número mínimo es 4 fósforos.



Aprendo

En esta sección se presenta la desigualdad triangular, la que cobra relevancia a la hora de construir triángulos.

Se recomienda analizar con los estudiantes los ejemplos planteados, con el objetivo de verificar que comprenden el paso a paso en cada caso. Además, se sugiere incentivar **actitudes** relacionadas con el trabajo ordenado y metódico, que permitirá el logro de los objetivos propuestos para este contenido.

Observe que en el ejemplo 2 se explica paso a paso la forma de construir un triángulo dados dos de sus ángulos interiores. Se sugiere analizar con sus estudiantes lo presentado y luego reflexionar sobre la siguiente pregunta:



¿Cuánto mide el otro ángulo del triángulo?
¿Podría haber tenido otra medida? Comenta con tus compañeros y compañeras.



Se espera que los estudiantes respondan considerando la suma de los ángulos interiores. Una respuesta esperada sería: *El otro ángulo debe medir 75° y no puede tener otra medida ya que $45^\circ + 60^\circ + 75^\circ = 180^\circ$.*

Ventana de profundización didáctica

Para comprobar la validez de la desigualdad triangular puede proponer a los estudiantes construir tres triángulos con palillos de maqueta, considerando lo siguiente:

Triángulos	Longitud palillo 1	Longitud palillo 2	Longitud palillo 3
Triángulo 1	5 cm	5 cm	5 cm
Triángulo 2	5 cm	5 cm	8 cm
Triángulo 3	5 cm	5 cm	12 cm

Con esto se espera que los estudiantes puedan construir sin mayores dificultades los triángulos 1 y 2. En el caso del triángulo 3, no se podrá construir el triángulo y se espera que los estudiantes adviertan que esto se debe a la desigualdad triangular.

Practico

Las actividades de esta sección, tienen como propósito trabajar en la construcción de triángulos considerando representaciones concretas y pictóricas.

Para la resolución de la actividad 1, estimule el trabajo colaborativo entre los estudiantes. Propóngales dividir las labores y conversar sobre las estrategias a utilizar.

En la actividad 3, motive a los estudiantes a exponer sus argumentos de manera oral, con el objetivo de generar una instancia de aprendizaje para todos.



Recomiende a sus estudiantes resolver las actividades de las páginas 76 y 77 del Cuaderno de ejercicios.

Reflexiono

Las preguntas planteadas en esta sección tienen relación con el contenido trabajado y las estrategias utilizadas por los estudiantes en la resolución de las actividades propuestas.

Note que en la segunda pregunta, los alumnos deben responder en relación a la desigualdad triangular, por lo que se sugiere verificar con ellos que el ejemplo dado, efectivamente cumple con las condiciones solicitadas.

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 2

Texto
Páginas 168 y 169

En esta instancia de evaluación, se proponen actividades en las que los estudiantes podrán aplicar lo trabajado en este tema con respecto a triángulos. Note que el contexto se relaciona con la Arquitectura, que corresponde al hilo conductor de la unidad, y específicamente se describe el triángulo de porcelana. Recuerde que puede ver el *link* completo de la fuente citada, en la webgrafía del Texto del estudiante.

Se recomienda considerar esta evaluación como un instrumento para recolectar información sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje y que le permita tomar decisiones pedagógicas antes de continuar avanzando en el desarrollo de los objetivos propuestos.

Reflexiono

Las preguntas propuestas permiten que los estudiantes analicen su trabajo a lo largo del desarrollo del tema. Además, podrán reflexionar sobre el cumplimiento de los compromisos propuestos por ellos mismos al finalizar el Tema 1 y las estrategias planteadas al inicio del Tema 2. Por último, podrán identificar aspectos **actitudinales** a mejorar.

Propósito del tema

Para el desarrollo de este tema, se considera la comprensión de las características de los ángulos interiores de triángulos, que será la base para la comprensión de las características de los ángulos interiores de cuadriláteros. En el trabajo con los contenidos propuestos, los estudiantes tendrán la oportunidad de utilizar herramientas geométricas y también material concreto como papel, lo que les permitirá comprobar, por ejemplo, que la suma de la medida de los ángulos interiores de un triángulo es 180° .

En el Texto del estudiante se proponen actividades que consideran contextos coherentes con el hilo conductor de la unidad y que permiten, entre otros aspectos, el desarrollo de la habilidad de argumentar y comunicar al estimular a los alumnos a demostrar mediante diferentes estrategias que, por ejemplo, la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° .

Prerrequisitos

- Medición de ángulos con transportador.
- Características de triángulos.
- Características de cuadriláteros.

Conceptos clave

Ángulos interiores, triángulos, cuadriláteros.

Objetivos de Aprendizaje	Indicadores de evaluación
OA 17: Demostrar, de manera concreta, pictórica y simbólica, que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° y de un cuadrilátero es 360°. OA 21: Calcular ángulos en rectas paralelas cortadas por una transversal y en triángulos.	• Trazan rectas paralelas a los lados de triángulos y que pasan por el vértice opuesto. • Usan traslaciones para formar 180° con los ángulos interiores de triángulos. • Explican por qué la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180°. • Usan resultados acerca de la suma de ángulos interiores en triángulos para demostrar que la suma de ángulos interiores en un cuadrilátero es 360°. • Identifican ángulos de igual medida que se forman en rectas paralelas cortadas por una transversal y demuestran esta igualdad, usando traslaciones. • Identifican ángulos suplementarios en un sistema de rectas paralelas cortadas por una transversal. • Identifican rectas paralelas en polígonos y calculan ángulos interiores de estos polígonos. • Resuelven problemas relativos a cálculos de ángulos en paralelogramos.
Objetivos de Aprendizaje Transversales	
OAT 9: Resolver problemas de manera reflexiva en el ámbito escolar, familiar y social, tanto utilizando modelos y rutinas como aplicando de manera creativa conceptos y criterios.	

Inicio de tema

Texto
Páginas 170 y 171

Las actividades planteadas para dar inicio al tema tienen por objetivo activar los conocimientos que tienen los estudiantes en relación a triángulos y cuadriláteros. A continuación se describen las secciones propuestas en estas páginas.

Recuerdo lo que sé

En esta sección se presenta una situación relacionada con el hilo conductor de la unidad, específicamente con los juegos que se ven en un parque de diversiones.

A través de la situación planteada, los estudiantes podrán resolver las actividades propuestas y activar conocimientos previos en relación a triángulos, cuadriláteros y ángulos.

Diseño mi estrategia

Mediante las actividades propuestas se guía a los estudiantes en el análisis de triángulos y cuadriláteros, específicamente en la identificación de ángulos interiores, lados y vértices.

Reflexiono

El propósito de las preguntas planteadas es que los estudiantes identifiquen los contenidos aplicados en la resolución de las actividades propuestas, con el fin de que sean conscientes de los procedimientos aplicados.

Además, deberán explicar la estrategia utilizada en la actividad 4, por lo que en este caso puede estimular el desarrollo de la habilidad de **argumentar y comunicar**.

Ángulos interiores de un triángulo

Texto
Páginas 172 a la 175

A través de este contenido, los estudiantes podrán trabajar con las características de los ángulos interiores de triángulos y aplicarlas en la resolución de las actividades propuestas.

Exploro

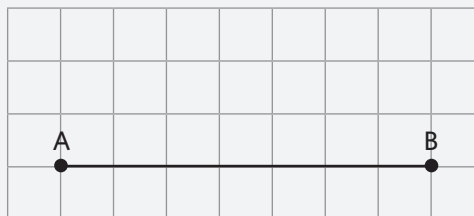
Las actividades propuestas en esta sección se plantean con el propósito de que los estudiantes consideren que la suma de los ángulos interiores de un triángulo siempre es 180° .

Proponga la siguiente actividad para motivar a los estudiantes mediante el uso del *software* Geogebra y verificar su comprensión con relación a las características de triángulos.

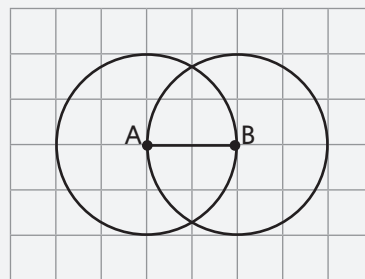
Actividad sugerida

Utiliza Geogebra y sigue los siguientes pasos.

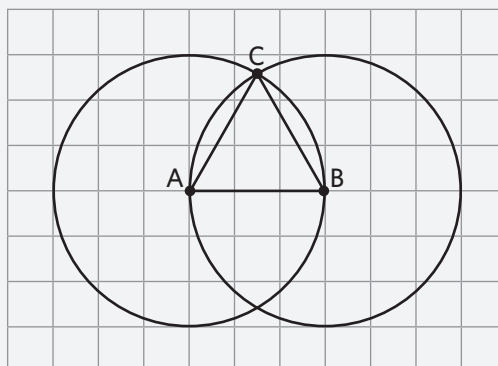
1. Presiona  y construye un segmento AB como se muestra a continuación.



2. Con el botón  construye una circunferencia con centro en A y que pase por B. Luego, construye otra circunferencia con centro en B que pase por A.



3. Utilizando el botón  , marca un punto C, en el que se intersecan las dos circunferencias. Luego traza los segmentos AC y BC.



4. Responde: ¿Qué tipo de triángulo se formó? Justifica tu respuesta.

Solución

Se espera que los estudiantes concluyan que se formó un triángulo equilátero y justifiquen considerando el radio de las circunferencias.

Aprendo

En esta sección, los estudiantes podrán conocer las características de los ángulos interiores de triángulos.

Se recomienda analizar junto con los estudiantes los ejemplos, en los que podrán considerar la utilidad de conocer que la suma de los ángulos interiores de un triángulo cualquiera es igual a 180° .

Practico

Al desarrollar las actividades propuestas en el texto para esta sección, los estudiantes podrán aplicar lo estudiado con relación a los ángulos interiores de un triángulo con el objetivo de comprender que la suma de la medida de estos es igual a 180° .

Se recomienda que para realizar la actividad 1, reparta hojas blancas con el objetivo de que los estudiantes no se apoyen en las líneas de las hojas cuadrículadas. Luego pídale que sigan el paso a paso.

Note que al resolver la actividad 1, los alumnos podrán comprobar, mediante el uso de material concreto, que al unir los ángulos interiores de un triángulo se forma un ángulo extendido que mide 180° .



Recomiende a sus estudiantes resolver las actividades de las páginas 78 y 79 del Cuaderno de ejercicios.

Reflexiono

Las preguntas planteadas en esta sección tienen como propósito que los estudiantes reflexionen con relación a lo estudiado, sus estrategias, dudas y el uso de material concreto.

Ángulos interiores de un cuadrilátero

Texto
Páginas 176 a la 179

A través de este contenido, podrán trabajar con cuadriláteros y su relación con triángulos, y aplicar esto en la resolución de las actividades propuestas.

Exploro

A partir del análisis de la situación inicial, los estudiantes podrán relacionar cuadriláteros con triángulos para determinar la suma de sus ángulos interiores.

Es importante que incentive a los estudiantes a utilizar sus propias estrategias al resolver problemas con el fin de estimular su creatividad y flexibilidad.

Aprendo

En esta sección, se presentan las características de los cuadriláteros con relación a la suma de sus ángulos interiores.

Es recomendable analizar junto con los estudiantes los ejemplos planteados en los que podrán considerar la utilidad de conocer que la suma de los ángulos interiores de cualquier cuadrilátero es igual a 360° .

Practico

Las actividades propuestas para esta sección, tienen como propósito que los estudiantes apliquen lo estudiado con relación a los ángulos interiores de un cuadrilátero.

Se recomienda que para realizar la actividad 1, reparta hojas blancas a cada estudiante y les solicite seguir el paso a paso propuesto. Es importante que enfatice en el hecho de que realicen un trabajo ordenado y metódico.

Al desarrollar esta actividad, se espera que concluyan que en un cuadrilátero se pueden identificar dos triángulos por lo que la suma de sus ángulos interiores es igual a 360° .



Recomiende a sus estudiantes resolver las actividades de las páginas 80 y 81 del Cuaderno de ejercicios.

Reflexiono

Las preguntas planteadas tienen como propósito que los estudiantes reflexionen con relación a los objetivos abordados referentes a los ángulos interiores de cuadriláteros, describiendo sus estrategias y los procedimientos aplicados en la resolución de las actividades.

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 3

Texto
Páginas 180 y 181

En esta instancia de evaluación, se presenta una situación contextualizada en las vacaciones de una familia.

A partir del análisis de la situación presentada, los estudiantes podrán resolver las actividades propuestas y aplicar lo trabajado en el desarrollo del Tema 3.

Mediante la resolución de las actividades propuestas, los estudiantes podrán identificar el logro de sus aprendizajes y sus dificultades, por lo que es importante que todos puedan desarrollarlas.

Recuerde guiarlos al momento de asignar los puntajes y completar la tabla.

Reflexiono

Las preguntas planteadas en esta sección permiten que los estudiantes analicen su trabajo en el transcurso del tema 3, con el objetivo de identificar sus dificultades.

Además, podrán reflexionar sobre la utilidad de las estrategias diseñadas en el inicio del tema y sobre los aspectos a mejorar.

Propósito del tema

El desarrollo de este tema comienza con transformaciones isométricas, las que luego se utilizan en el análisis y construcción de teselaciones. Es importante señalar, como exponen algunos autores (2010)²⁸, que una teselación puede ser definida como el arte del recubrimiento del plano a través de figuras geométricas. Este tipo de arte permite que los estudiantes reconozcan las propiedades de las figuras y las transformaciones geométricas o isométricas que conllevan a desarrollar destrezas como la orientación espacial, el razonamiento lógico y la resolución de problemas, entre otras.

Las actividades y recursos propuestos en el Texto del estudiante para el desarrollo de este tema trabajan progresivamente la comprensión de las teselaciones regulares y semirregulares del plano mediante el reconocimiento y aplicación de transformaciones isométricas de figuras geométricas. Además, se incluyen actividades consideradas desafíos complejos que integran diferentes ámbitos de conocimiento.

Prerrequisitos

- Clasificación de polígonos (regulares e irregulares)
- Traslaciones, rotaciones y reflexiones de figuras 2D.

Conceptos clave

Transformación isométrica, traslación, rotación, reflexión, teselación.

Objetivos de Aprendizaje	Indicadores de evaluación
OA 14: Realizar teselados de figuras 2D, usando traslaciones, reflexiones y rotaciones.	• Explican el concepto de teselado por medio de ejemplos. • Reconocen teselados regulares en contextos diversos. • Reconocen teselados semirregulares en contextos diversos. • Realizan teselados regulares, aplicando traslaciones. • Realizan teselados semirregulares, aplicando reflexiones.
Objetivos de Aprendizaje Transversales	
OAT 4: Comprender y apreciar la importancia que tienen las dimensiones afectiva, espiritual, ética y social para un sano desarrollo sexual. OAT 7: Organizar, clasificar, analizar, interpretar y sintetizar la información y establecer relaciones entre las distintas asignaturas del aprendizaje. OAT 23: Demostrar interés por conocer la realidad y utilizar el conocimiento	

²⁸ Herrera, V.; Montes, Y.; Cruz, A. y Vargas, A. (2010). Teselaciones: Una Propuesta para la Enseñanza y el Aprendizaje de la Geometría a Través del Arte. Memoria 11º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa: Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Disponible en http://funes.uniandes.edu.co/1066/1/422_Teselaciones_Una_Propuesta_para_la_Enseanza_Asocolme2010.pdf

Orientaciones didácticas para el Tema 4

Inicio de tema

Texto
Páginas 182 y 183

Las actividades propuestas en el texto para iniciar este tema tienen por objetivo que los estudiantes activen sus conocimientos previos en relación a polígonos y transformaciones isométricas, que serán la base para comprender las teselaciones del plano. A continuación, se describen las secciones y actividades planteadas.

Recuerdo lo que sé

En la imagen correspondiente a la situación planteada, los estudiantes podrán identificar polígonos y transformaciones isométricas aplicadas en el diseño del mural.

Además podrán clasificar los polígonos en regulares e irregulares. Recordar esto les permitirá, más adelante, comprender las teselaciones regulares, semirregulares y no regulares.

Diseño mi estrategia

El objetivo de esta sección es que los estudiantes puedan generar sus propias estrategias para identificar las transformaciones isométricas aplicadas en diseños con figuras geométricas dados.

Reflexiono

Mediante la respuesta a las preguntas planteadas, los estudiantes podrán reflexionar acerca de los conceptos relacionados con la geometría que aplicaron en la resolución de las actividades.

Transformaciones isométricas

Texto
Páginas 184 a la 187

Para trabajar este contenido se proponen actividades en las que los estudiantes puedan identificar transformaciones aplicadas a diferentes figuras geométricas.

Exploro

Considerando la situación inicial, se proponen actividades que permitirán que los estudiantes activen sus conocimientos previos referentes a transformaciones isométricas en figuras 2D.

Puede complementar el trabajo en esta sección, con preguntas como:

- ¿Recuerdan qué es una transformación isométrica?
- ¿Recuerdan alguna transformación isométrica en particular?
- ¿A qué figuras se les puede aplicar una transformación isométrica? ¿Por qué?

Aprendo

En esta sección, se definen las transformaciones isométricas y se describe la traslación y la rotación.

Se recomienda analizar junto con los estudiantes los ejemplos dados con el fin de verificar que comprenden el paso a paso en la aplicación de las transformaciones isométricas correspondientes.

Puede plantear las siguientes preguntas para guiar su comprensión:

- ¿Hay alguna similitud entre una rotación y una traslación? Explica.
- ¿Qué diferencias hay entre estas transformaciones isométricas?
- ¿Qué situación de la vida cotidiana podrían relacionar a una traslación? ¿Y a una rotación?

Atención

A la figura resultante de una transformación isométrica se le llama figura imagen.

Utilice esta información para enfatizar en la importancia del uso de los conceptos matemáticos adecuados.

Practico

En el Texto del estudiante, se proponen actividades en las que los alumnos podrán ejercitar lo aprendido en relación a transformaciones isométricas.

Se sugiere guiar el desarrollo de la actividad 3, ya que aplicar rotaciones puede representar una actividad compleja para los estudiantes.

Note que en la actividad 5 se explica la reflexión de figuras, que los estudiantes deben aplicar en la resolución de las actividades 5a y 5b.



Recomiende a sus estudiantes resolver las actividades de las páginas 82 y 83 del Cuaderno de ejercicios.

Errores frecuentes / Aplicación de transformaciones isométricas

En un estudio realizado por Julio (2014)²⁹, se dan a conocer los hallazgos en relación a las dificultades de los estudiantes al momento de aplicar isometrías, que se detallan a continuación.

En las traslaciones:

- No reconocen la distancia entre el objeto y su imagen.
- No reconocen la dirección del movimiento (vertical, horizontal, inclinado).
- Tienen dificultad para utilizar el lenguaje gráfico y simbólico y en consecuencia imposibilidad para aplicarlo a una situación problema.

En las rotaciones:

- No se respeta el ángulo de la rotación.
- No se conservan las medidas entre la figura y su imagen.
- No se respeta la equidistancia al centro.

En las simetrías:

- No se conserva la equidistancia al eje de cada punto y su imagen.
- No se reconoce la perpendicularidad del segmento que une un punto y su imagen con respecto del eje de simetría.
- Dibujar la imagen paralela a la figura original aunque esta no sea paralela al eje de simetría.
- Desplazar en forma horizontal o vertical la figura aunque el eje de simetría esté inclinado.

El autor propone trabajar con *softwares* geométricos con el fin de que los estudiantes puedan manipular las figuras y enfocarse en el desarrollo de habilidades. En el siguiente *link* encontrará actividades que estimulan la comprensión de las transformaciones isométricas mediante el uso del *software* Geogebra.

<http://www.bdigital.unal.edu.co/39463/1/1186931.2014.pdf>

Reflexiono

En esta sección los estudiantes podrán identificar las dificultades que se les presentaron al momento de aplicar transformaciones isométricas. Es importante que estimule a sus estudiantes a buscar estrategias que les permitan superar sus dificultades y desarrollen su confianza en el aprendizaje de la matemática.

Se recomienda solicitar a los estudiantes que compartan con sus compañeros sus respuestas a la segunda pregunta. De este modo puede estimular **actitudes** de respeto que propician la creación de un buen ambiente para el aprendizaje.

Teselaciones

Texto
Páginas 188 a la 191

Para abordar este contenido, se plantean actividades en las que los estudiantes podrán analizar diseños y construir teselaciones manualmente y utilizando un *software* geométrico.

Exploro

Mediante el análisis de la situación propuesta, los estudiantes podrán resolver las actividades y activar sus conocimientos previos con relación a polígonos.

Puede utilizar la información de **Atención** para explicar las características de los polígonos regulares y los polígonos irregulares.

Puede solicitarles que analicen diferentes diseños presentes en la sala de clases e identifiquen las figuras geométricas que los forman. De esta forma puede estimular el interés de los alumnos por conocer la realidad y utilizar el conocimiento (OAT 23).

Adicionalmente, puede proponer a sus estudiantes considerar lo presentado en **Visita la Web** con el fin de que puedan conocer y relacionar obras de arte con los conceptos matemáticas a estudiar.

²⁹ Julio, L. (2014). *Las transformaciones en el plano y la noción de semejanza*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

Aprendo

En esta sección se definen las teselaciones y se presentan los diferentes tipos según los polígonos que cubren el plano.

En la página 190 se muestra un ejemplo de construcción de teselación mediante el uso del *software* Geogebra. Se sugiere que los estudiantes sigan el paso a paso mostrado, utilizando Geogebra con el objetivo de que puedan explorar las posibilidades que ofrece este *software*.

Practico

Las actividades propuestas en esta sección permitirán que los estudiantes apliquen lo estudiado en relación a teselaciones. Esto lo harán mediante el análisis de diferentes diseños y la construcción de teselaciones de forma manual y con el uso del *software* Geogebra.

Note que en la actividad 2 se establece una relación con la asignatura de Artes Visuales. Esto permite a los estudiantes establecer relaciones entre distintos ámbitos de conocimientos (OAT 7) y considerar que la matemática permite comprender nuestro entorno.

Link de interés



Un reconocido artista que desarrolló teselaciones en sus obras fue Maurits Escher (1898-1972).

Puede visitar el siguiente *link* y analizar con sus estudiantes las obras de arte que se presentan.

<http://www.mcescher.com/gallery/symmetry/>

Para realizar la actividad 3, se sugiere generar las condiciones para que los estudiantes tengan un computador y el *software* Geogebra. Luego, apóyelos en la actividad, guiándolos en la utilización del *software*.

En el desarrollo de la actividad 4, estimule en **trabajo colaborativo** de los estudiantes y motíveles a ser creativos en sus diseños.



Recomiende a sus estudiantes resolver las actividades de las páginas 84 y 85 del Cuaderno de ejercicios.

Reflexiono

Las preguntas planteadas tienen como propósito concientizar a los estudiantes sobre los aprendizajes logrados referentes a teselaciones y sobre las **actitudes** adoptadas en la resolución de las actividades, como por ejemplo, la búsqueda creativa de soluciones a problemas.

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 4

Texto
Páginas 192 y 193

En esta instancia de evaluación, se proponen actividades en las que los estudiantes podrán aplicar los contenidos trabajados en el Tema 4.

Se sugiere motivar a los estudiantes a desarrollar las actividades propuestas ya que esto le permitirá recolectar información sobre sus aprendizajes.

Adicionalmente, se recomienda verificar que los estudiantes distribuyen los puntajes correctamente y guiarlos a completar la tabla de manera adecuada.

Reflexiono

Al responder las preguntas planteadas, los estudiantes reflexionarán sobre las metas y estrategias propuestas en un inicio. Esto estimula el proceso de **metacognición** de los estudiantes al hacerlos conscientes de su proceso de aprendizaje.

Además, note que la última pregunta apunta al desarrollo de **actitudes** relacionadas con el trabajo ordenado en la resolución de las actividades, que cobra relevancia al desarrollar procedimientos matemáticos.

Propósito del tema

Mediante el desarrollo de este tema, los estudiantes extenderán el trabajo con áreas de superficie en figuras 2D a áreas de superficies de cubos y paralelepípedos. También se profundizará el trabajo con volúmenes iniciado en cuarto básico³⁰, generando expresiones que permitan calcular volúmenes en paralelepípedos.

Para trabajar los contenidos mencionados, se consideran actividades diseñadas para ofrecer a los estudiantes la posibilidad de avanzar secuencialmente desde la comprensión del área de cubos y paralelepípedos rectos de base rectangular, mediante el trabajo con redes de construcción, hasta la comprensión del volumen de estos cuerpos geométricos.

Prerrequisitos

- Cálculo de áreas de rectángulos.
- Concepto de volumen.

Conceptos clave

Cubo, paralelepípedo, red de construcción, área, volumen, unidad de medida.

Objetivos de Aprendizaje	Indicadores de evaluación
OA 13: Demostrar que comprenden el concepto de área de una superficie en cubos y paralelepípedos, calculando el área de sus redes (plantillas) asociadas.	• Ilustran y explican el concepto de área de una superficie en figuras 3D. • Demuestran que el área de redes asociadas a cubos y paralelepípedos corresponde al área de la superficie de estas figuras 3D. • Dan procedimientos para calcular áreas de superficies de cubos y paralelepípedos.
OA 18: Calcular la superficie de cubos y paralelepípedos, expresando el resultado en cm^2 y m^2 .	• Calculan áreas de redes asociadas a cubos y paralelepípedos. • Comparan las áreas de las caras de paralelepípedos y las áreas de las caras de cubos. • Determinan áreas de las superficies de cubos a partir de la medida de sus aristas. • Resuelven problemas relativos a áreas de superficies de cubos y paralelepípedos.
OA 19: Calcular el volumen de cubos y paralelepípedos, expresando el resultado en cm^3 , m^3 y mm^3 .	• Explican, por medio de ejemplos, el concepto de volumen. • Descubren una fórmula para calcular el volumen de cubos y paralelepípedos. • Determinan volúmenes de cubos y paralelepípedos, conociendo información relativa a sus aristas. • Resuelven problemas relativos a volúmenes de cubos y paralelepípedos conociendo información relativa a áreas de superficies de estas figuras 3D.
Objetivos de Aprendizaje Transversales	
OAT 7: Organizar, clasificar, analizar, interpretar y sintetizar la información y establecer relaciones entre las distintas asignaturas del aprendizaje. OAT 9: Resolver problemas de manera reflexiva en el ámbito escolar, familiar y social, tanto utilizando modelos y rutinas como aplicando de manera creativa conceptos y criterios.	

³⁰ Ministerio de Educación (2012). Bases curriculares para la Educación Básica. Matemática. Santiago: Unidad de Currículum y Evaluación.

Inicio de tema

Texto
Páginas 194 y 195

El objetivo de las siguientes actividades es que los estudiantes activen sus conocimientos sobre el área de figuras geométricas.

Recuerdo lo que sé

Las actividades propuestas se relacionan con la situación inicial que es coherente con el hilo conductor de la unidad. Puede proponer a los estudiantes calcular, en grupos, el área de algunas superficies rectangulares que estén presentes en la sala de clases, por ejemplo: la pizarra, la mesa, la puerta, entre otras. Luego pídale que comparen lo obtenido.

Diseño mi estrategia

Mediante la resolución de las actividades propuestas en esta sección, los estudiantes podrán generar una estrategia que les permita calcular el área y volumen de paralelepípedos rectos. Cabe destacar que las actividades están contextualizadas considerando el hilo conductor de la unidad.

Reflexiono

Guíe a los estudiantes a responder las preguntas de esta sección, en las que se estimula el proceso de **metacognición** mediante la identificación de sus conocimientos previos, y la descripción de sus propias estrategias.

Redes de cubos y paralelepípedos

Texto
Páginas 196 a la 199

El propósito de trabajar en redes de construcción de cuerpos geométricos, como cubos y paralelepípedos rectos, es que los estudiantes puedan establecer relaciones con el área de cuadrados y rectángulos, que fue estudiada en cursos anteriores.

A continuación se describen algunas actividades y se entregan orientaciones para abordar las diferentes secciones.

Exploro

Se recomienda analizar con los estudiantes la situación planteada. Luego, solicíteles construir un paralelepípedo recto utilizando cartulina. Para ello, deberán dibujar la red de construcción utilizando las herramientas geométricas adecuadas.

Aprendo

En esta sección se presentan las redes de construcción para paralelepípedos rectos de base rectangular y cubos. Puede realizar las siguientes preguntas, con el fin de que los estudiantes consideren las relaciones entre las redes de construcción y los cuerpos geométricos.

- ¿Cuántas caras laterales tiene un paralelepípedo? ¿Y caras basales? ¿Qué forma tienen?
- ¿Por qué en la red de construcción del paralelepípedo hay 4 rectángulos y 2 cuadrados?
- ¿Cuántas caras tiene en total el cubo? ¿Qué forma tienen?
- ¿Por qué en la red del cubo hay 6 cuadrados?

Practico

Las actividades propuestas en esta sección consideran el uso de material concreto para construir redes, el análisis de redes de construcción y el cálculo de área en cubos y paralelepípedos rectos de base rectangular.

Se recomienda que en las actividades 1 y 2, explique el uso de las pestañas en las redes de construcción, de modo de no causar dificultades en el cálculo del área de los cuerpos geométricos. Note que en la actividad 2 las pestañas de las redes no están en color. Esto es con el propósito de que no sean consideradas a la hora de calcular el área del cuerpo, ya que su uso es solo para la construcción.



Recomiende a sus estudiantes resolver las actividades de las páginas 86 y 87 del Cuaderno de ejercicios.

Reflexiono

Las preguntas planteadas en esta sección permitirán que los estudiantes reflexionen sobre el trabajo realizado, estimulando así su proceso de **metacognición**.

Además, al responder la segunda pregunta, los alumnos podrán encontrar sentido a lo trabajado, ya que considerarán su uso en la realidad.

Área de cubos y paralelepípedos

Texto
Páginas 200 a la 203

En esta instancia se aborda el área de cubos y paralelepípedos rectos de base rectangular de manera formal, considerando que los alumnos ya trabajaron con redes de construcción, donde pudieron explorar el área de los cuerpos geométricos mencionados.

Exploro

En la exploración es importante que los estudiantes argumenten sus afirmaciones basándose en el área de los cuerpos geométricos dados.

Mediante el trabajo en las actividades planteadas puede incentivar el desarrollo de la habilidad de **resolución de problemas**, motivando a los estudiantes a identificar los datos necesarios para resolver la situación planteada.

Aprendo

En esta sección se formaliza el cálculo del área en cubos y paralelepípedos rectos de base rectangular.

Se recomienda analizar los ejemplos con los estudiantes. Note que el ejemplo 2 puede ser más complejo de comprender, por lo que es recomendable seguir el paso a paso verificando la comprensión con preguntas como:

- ¿Por qué se divide por 6?
- ¿Cómo se puede comprobar que la arista mide 4 cm?

Además, puede motivar a sus estudiantes realizar actividades relacionadas con el cálculo de áreas, considerando lo propuesto en **Uso de software**.

Practico

Las actividades propuestas tienen por objetivo que los estudiantes apliquen lo trabajado en la resolución de problemas contextualizados e integren el contenido matemático en otros ámbitos de conocimiento.

En la actividad 3 se hace explícito el desarrollo de la habilidad de **resolución de problemas**. Se recomienda enfatizar en que los estudiantes identifiquen los datos y las estrategias a utilizar para resolver cada una de las situaciones. Además, puede estimular a los estudiantes a utilizar lo aprendido de manera creativa y reflexiva (OAT 9).

Observe que en la actividad 5 el contexto presentado tiene relación con Ciencias Naturales (OAT 7). Es importante considerar situaciones en las que los estudiantes integren el contenido matemático a otras áreas, ya que esto contribuye a desarrollar aprendizajes significativos.



Recomiende a sus estudiantes resolver las actividades de las páginas 88 y 89 del Cuaderno de ejercicios.

Reflexiono

Las preguntas planteadas tienen como propósito indagar en los conocimientos adquiridos. Se considera relevante que los estudiantes tengan el tiempo suficiente para realizar esta reflexión ya que esto les permitirá identificar sus aprendizajes y dificultades durante el desarrollo de las actividades.

Además, se sugiere estimular la reflexión de los alumnos en torno a las **actitudes** manifestadas al momento de escuchar y expresar ideas ante sus compañeros.

Volumen de cubos y paralelepípedos

Texto
Páginas 204 a la 207

En esta instancia, se aborda el volumen de cubos y paralelepípedos rectos de base rectangular mediante actividades variadas en las que los estudiantes podrán aplicar los conceptos en situaciones contextualizadas.

Exploro

Mediante el análisis de la imagen y la situación planteada, los estudiantes podrán comenzar a explorar el concepto de volumen, relacionándolo a la capacidad de una caja.

Se recomienda motivar a sus estudiantes a realizar actividades relacionadas con el cálculo de volúmenes, considerando lo propuesto en **Uso de software**.

Ventana de profundización didáctica

Una manera de introducir la noción de volumen es con material concreto como por ejemplo, legos o cubos multiencaje a los que se les toma como unidad para formar cuerpos como cubos y paralelepípedos rectos. De esta forma, los estudiantes podrán determinar la altura, el área de la base y calcular el volumen, y así trabajar en la exploración de regularidades.

De esta manera, se puede desarrollar la comprensión a través de la manipulación y representación pictórica que permite a los estudiantes desarrollar imágenes mentales, considerando que con el tiempo, prescinden gradualmente de los materiales y representaciones pictóricas, y operan solamente con símbolos³¹.

³¹ Ministerio de Educación. Orientaciones didácticas. Disponible en <http://www.curriculumenlineamineduc.cl/605/w3-article-20853.html>

Aprendo

En esta sección se formaliza el concepto de volumen y se explica la forma de calcular el volumen de cubos y paralelepípedos rectos de base rectangular.

Se sugiere analizar junto con los estudiantes el paso a paso de los ejemplos propuestos para verificar su comprensión.

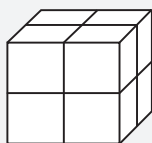
Proponga a los estudiantes la siguiente actividad para estimular el **trabajo colaborativo** y verificar su comprensión sobre el volumen de cubos y paralelepípedos rectos.

Actividad sugerida

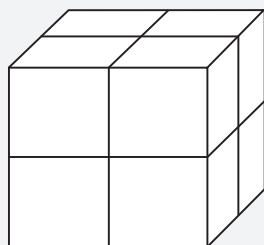
Reúnete con un compañero o compañera y resuelvan el siguiente problema en conjunto.

Sofía dice que los cuerpos geométricos que se ven en la imagen, tienen igual volumen porque ambos están formados por 8 cubos. ¿Está en lo correcto? Justifiquen su respuesta.

Cuerpo geométrico 1



Cuerpo geométrico 2



Solución

Sofía no está en lo correcto, porque los cubos que forman el cuerpo geométrico 1 tienen un volumen menor a los que forman el cuerpo geométrico 2.

Practico

Las actividades propuestas permitirán a los estudiantes aplicar lo estudiado en relación a volúmenes.

En la actividad 6, estimule el desarrollo de la habilidad de **argumentar y comunicar**, solicitándoles a los estudiantes que justifiquen sus afirmaciones utilizando los conceptos adecuados.

Utilice la actividad 7 para fomentar el **trabajo colaborativo** entre los estudiantes, enfatizando en el respeto y consideración de las ideas de sus compañeros y compañeras.



Recomiende a sus estudiantes resolver las actividades de las páginas 90 y 91 del Cuaderno de ejercicios.

Reflexiono

Las preguntas planteadas en esta sección permitirán que los estudiantes reflexionen en torno a las estrategias utilizadas en el desarrollo de las actividades, las dudas surgidas y los procedimientos utilizados.

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 5

Texto
Páginas 208 y 209

En esta instancia de evaluación, se proponen actividades en las que los estudiantes podrán aplicar lo aprendido en el Tema 5, con respecto al concepto de volumen.

Puede notar que el contexto de la situación presentada se relaciona con juegos y su importancia en el aprendizaje. Recuerde que puede encontrar el *link* completo de la fuente citada, en la webgrafía del Texto del estudiante.

Se recomienda guiar a los estudiantes al momento de distribuir los puntajes y completar la tabla, considerando que esta información le será útil para tomar decisiones pedagógicas sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Reflexiono

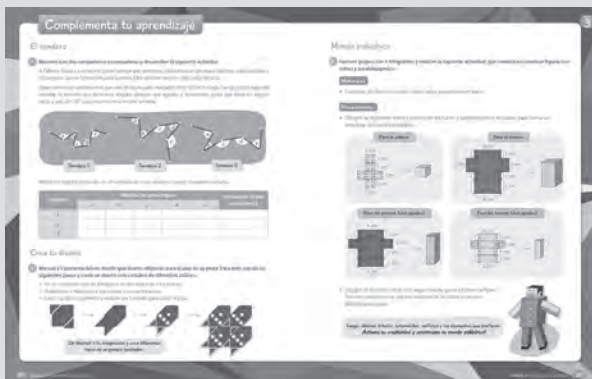
Las preguntas propuestas permiten que los estudiantes analicen su trabajo a lo largo del desarrollo del tema. Además, podrán reflexionar sobre la utilidad de las estrategias generadas en un inicio.

También se pretende que los estudiantes reflexionen sobre las **actitudes** adoptadas en el desarrollo de este tema, considerando que el trabajo ordenado facilita la resolución de problemas.

Orientaciones didácticas para el cierre de unidad

Complementa tu aprendizaje

Texto
Páginas 210 y 211



Las actividades planteadas en estas páginas se consideran desafíos complejos, ya que son instancias en las que los estudiantes pueden integrar todos los conceptos y habilidades trabajadas a lo largo de la unidad.

Además, las actividades propuestas pretenden motivar a los estudiantes en la aplicación de los aprendizajes al ser actividades lúdicas que se diferencian del resto.

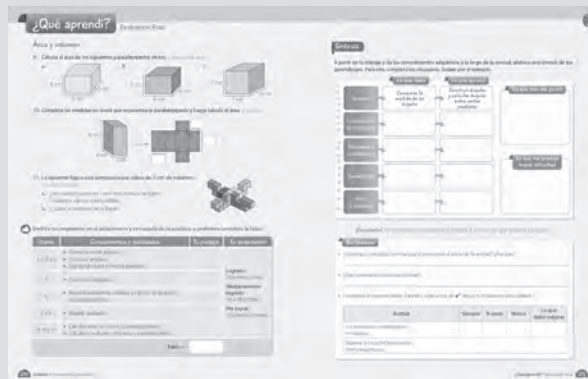
Note que también se estimula el **trabajo colaborativo**, ya que se proponen actividades en las que los estudiantes podrán participar en grupos o parejas y aplicar los conocimientos trabajados.



Recomiende a sus estudiantes resolver las actividades de las páginas 92 a la 95 del Cuaderno de ejercicios.

¿Qué aprendí? Evaluación final

Texto
Páginas 212 a la 215



Esta instancia de evaluación permitirá evaluar el logro de los Objetivos de Aprendizaje correspondientes a esta unidad y que se trabajaron en el desarrollo de los cinco temas propuestos.

Con el fin de asegurar la comprensión de los contenidos de la unidad, realice las siguientes preguntas:

- ¿Con qué instrumentos se pueden construir ángulos?
- ¿Cómo se pueden clasificar triángulos?
- ¿Con qué se relaciona el volumen?

Síntesis

Esta sección permite estimular el proceso de **metacognición** al recordar cada uno de los contenidos trabajados e identificar las dificultades encontradas en el camino y también aquellos que resultaron más atractivos para los estudiantes, según su propia experiencia.

Reflexiono

En esta instancia se entrega a los estudiantes un instrumento para autoevaluar sus **actitudes** en el transcurso de la unidad.

Es importante que apoye a los estudiantes en esta reflexión haciéndoles notar las consecuencias de una mala o buena actitud para su propio aprendizaje.

Actividades complementarias

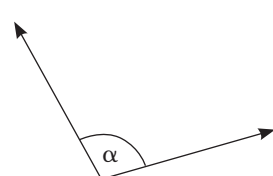
Considerando el logro de los estudiantes en el desarrollo de los temas de la Unidad, se recomienda realizar las **actividades complementarias** donde se proponen actividades de refuerzo (para estudiantes en un nivel de no logrado) y de profundización (para estudiantes en un nivel de logrado) para cada contenido.

Actividades complementarias

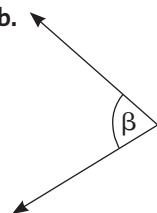
Ángulos

- Mide los siguientes ángulos y luego clasifícalos.

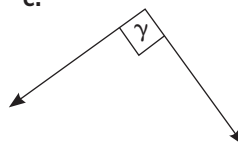
a.



b.



c.



• $m(\angle \alpha) =$

• $m(\angle \beta) =$

• $m(\angle \gamma) =$

• Clasificación: _____

• Clasificación: _____

• Clasificación: _____

Construcción de triángulos

- Analiza si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F). Justifica en cada caso.

a.

☐

Los lados de un triángulo miden 8 cm, 3 cm y 12 cm.

Justificación: _____

b.

☐

El triángulo VPT, cuyas longitudes de sus lados son 10 cm, 15 cm y 9 cm, es escaleno.

Justificación: _____

c.

☐

Si en un triángulo, dos lados miden 18 cm y un lado mide 37 cm, entonces el triángulo es isósceles.

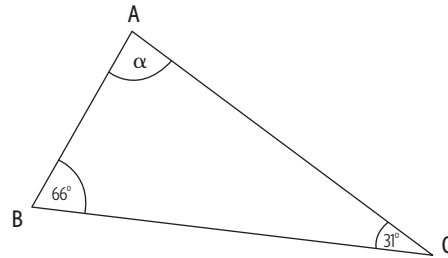
Justificación: _____



Triángulos y cuadriláteros

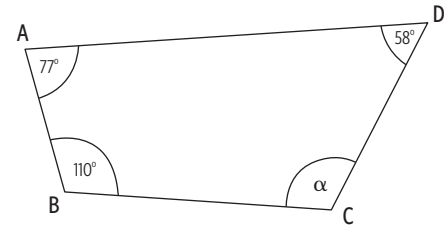
- Calcula la medida del ángulo α en cada caso.

a.



$$m(\angle \alpha) = \boxed{}$$

b.



$$m(\angle \alpha) = \boxed{}$$

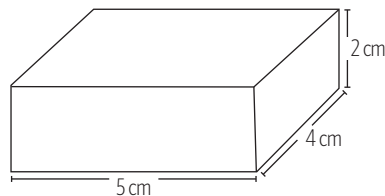
Teselaciones

- Construye una teselación regular en tu cuaderno.

Área y volumen

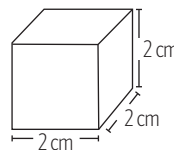
Dibuja en tu cuaderno una red de construcción para cada cuerpo geométrico representado. Luego, calcula el área total en cada caso.

a.



$$\text{Área total} = \boxed{}$$

b.



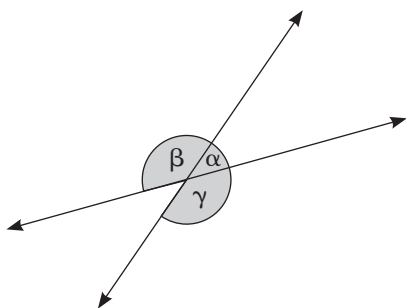
$$\text{Área total} = \boxed{}$$



Actividades complementarias

Ángulos

- Analiza la siguiente imagen y completa. Considera que $\alpha = 40^\circ$.



a. $m(\angle \beta) =$

b. $m(\angle \alpha) + m(\angle \beta) =$

c. $m(\angle \beta) + m(\angle \gamma) =$

Construcción de triángulos

- Utilizando regla y transportador, dibuja en tu cuaderno un triángulo ABC que tenga las siguientes características:

Lado $\overline{AB}$ de 4 cm de longitud	Lado $\overline{AC}$ de 6 cm de longitud	$m(\angle CAB) = 30^\circ$
--	--	----------------------------

Triángulos y cuadriláteros

- Verifica si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F). Justifica en cada caso.

- a. ☐ Los ángulos interiores de un cuadrilátero miden 35° , 90° , 19° y 36° .

Justificación: _____

- b. ☐ En un triángulo rectángulo, los ángulos agudos miden 43° y 47° .

Justificación: _____

- c. ☐ La suma de los ángulos interiores de un rectángulo es 380° .

Justificación: _____

Teselaciones

- Construye una teselación en tu cuaderno, que tenga las siguientes figuras. Luego responde.

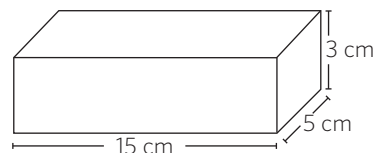
Triángulo equilátero.

Hexágono regular.

¿Qué tipo de teselación construiste? _____

Área y volumen

- Resuelve los siguientes problemas.
 - Matilde quiere forrar con papeles de colores 5 cajas como las que se muestran en la imagen. ¿Cuál es la cantidad mínima de papel que necesita, considerando que solo quiere forrar el exterior de cada caja?



Respuesta: _____

- Agustín debe elegir un cubo que ocupe el menor espacio posible para poder guardarlo en una caja. ¿Cuál de los siguientes cubos debería elegir? Remárcalo y justifica tu respuesta.

Cubo con un volumen igual a 512 cm^3 .Cubo con un área total igual a 726 cm^2 .

Cubo con arista de 9 cm de longitud.

Justificación: _____



Solucionario actividades complementarias

Refuerzo

Ángulos

a.

- 103°
- **Clasificación:** ángulo obtuso.

b.

- 73°
- **Clasificación:** ángulo agudo.

c.

- 90°
- **Clasificación:** ángulo recto.

Construcción de triángulos

a. F

Justificación: No se cumple la desigualdad triangular.

b. V

Justificación: Efectivamente el triángulo es escaleno porque sus lados tienen longitudes distintas y además, se cumple la desigualdad triangular.

c. F

Justificación: No se cumple la desigualdad triangular.

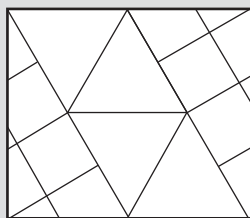
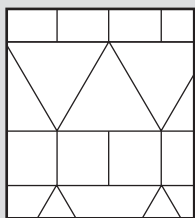
Triángulos y cuadriláteros

a. $m(\angle \alpha) = 83^\circ$

b. $m(\angle \alpha) = 115^\circ$

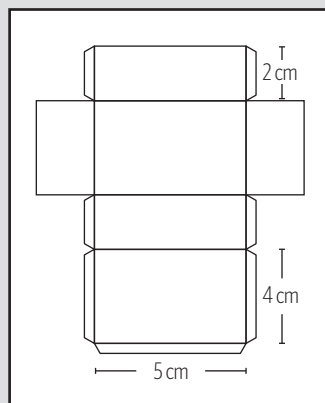
Teselaciones

Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos:



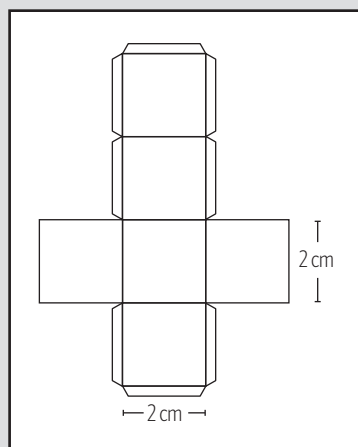
Área y volumen

a.



• Área total = 76 cm^2

b.



• Área total = 24 cm^2

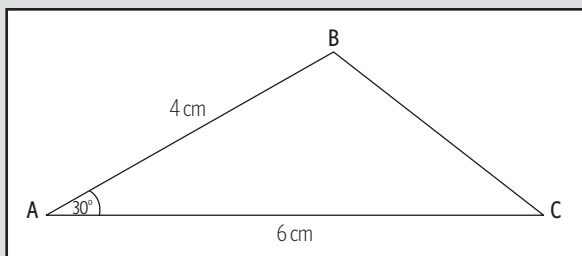
Solucionario actividades complementarias

Profundización

Ángulos

- a. 140°
- b. 180°
- c. 280°

Construcción de triángulos

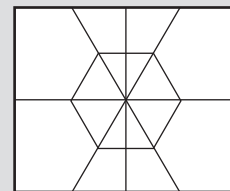
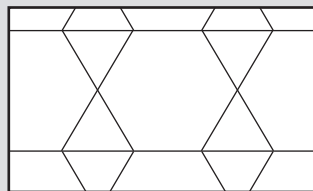


Triángulos y cuadriláteros

- a. F
Justificación: Estos ángulos suman 180° y los ángulos interiores de un cuadrilátero deben sumar 360° .
- b. V
Justificación: $90^\circ + 43^\circ + 47^\circ = 180^\circ$.
- c. F
Justificación: Un rectángulo es un cuadrilátero por lo que sus ángulos interiores deben sumar 360° .

Teselaciones

Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos:



- Una teselación semirregular.

Área y volumen

- a. $1\,350\text{ cm}^2$
- b.

Cubo con un volumen igual a 512 cm^3

Justificación: Los demás cubos tienen un volumen mayor al remarcado.

Resuelve las siguientes actividades.

1. Resuelve y responde. Escribe tus procedimientos en la cuadrícula.

- ¿Cuál es el volumen de un cubo cuya arista es de 13 cm?
- ¿Cuál es el volumen de un cubo cuya de área total es igual a 150 cm²?
- ¿Mediante qué fórmula podrías calcular el volumen de un cubo cuya arista es x ?
- ¿Cuál es el área de un cubo cuya arista mide 7 cm?
- Un paralelepípedo recto tiene sus caras basales cuadradas de 4 cm de lado y el área de cada una de sus caras laterales es 24 cm². ¿Cuál es su área total?

2. Analiza si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica en cada caso.

- Los triángulos rectángulos tienen dos ángulos interiores rectos.

- En un triángulo equilátero sus tres ángulos interiores son obtusos.

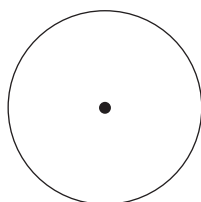
- Un triángulo obtusángulo **no** puede tener un ángulo recto.

- Si un triángulo tiene un ángulo de 30° y otro de 60°, el tercer ángulo mide 90°.

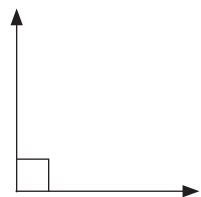
3. Construye un triángulo rectángulo que tenga un lado de 5 cm y un ángulo de 30°. Para ello, utiliza regla y transportador.

4. Construye lo solicitado en cada caso.

- Un ángulo agudo en el siguiente círculo.



- Un ángulo agudo de color azul y uno obtuso de color rojo, tomando como referencia el siguiente ángulo:



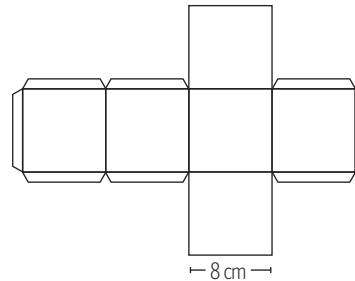
- Construye un ángulo agudo de color azul y uno obtuso de color rojo que sumen 180°.

5. Construye una teselación regular.



Responde las siguientes preguntas. Para ello, encierra la alternativa que consideres correcta.

6. ¿Con cuál de los siguientes tríos de longitudes es posible construir un triángulo?
- A. 1 cm, 4 cm y 5 cm
 - B. 4 cm, 5 cm y 3 cm
 - C. 8 cm, 5 cm y 1 cm
 - D. 5 cm, 3 cm y 2 cm
7. Si en un triángulo isósceles dos de sus ángulos interiores miden 30° , ¿cuánto mide el ángulo restante?
- A. 30°
 - B. 60°
 - C. 120°
 - D. 150°
8. ¿Cuál es el área total del cubo que se forma con la siguiente red?

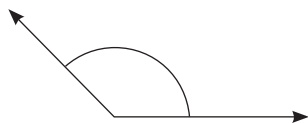


9. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?
- A. Un ángulo obtuso mide 90° .
 - B. Los ángulos opuestos por el vértice tienen la misma medida.
 - C. Un ángulo agudo mide más que 90° .
 - D. Las rectas paralelas forman ángulos agudos.

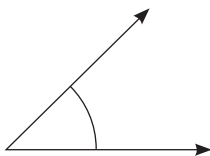


10. ¿Cuál de los siguientes ángulos mide, aproximadamente 50° ?

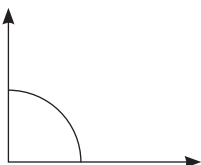
A.



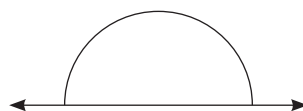
C.



B.



D.



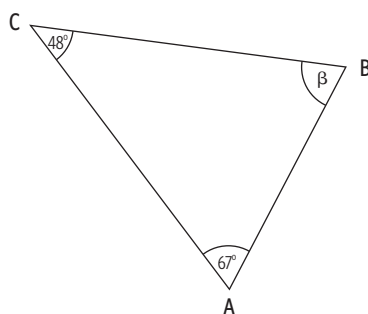
11. ¿Cuál es la medida del ángulo β ?

A. 70°

B. 65°

C. 60°

D. 56°



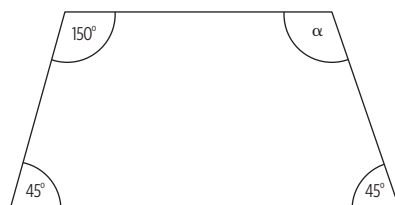
12. ¿Cuánto mide el ángulo α ?

A. 150°

B. 120°

C. 100°

D. 95°



13. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta con respecto a las teselaciones?

A. No pueden ser regulares.

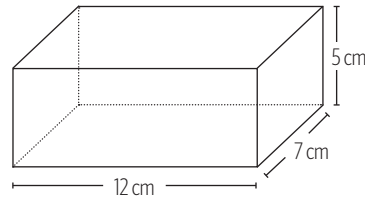
B. Solo permiten cubrir una parte de la superficie.

C. Las teselaciones semirregulares están formadas por figuras regulares.

D. Para construir una teselación sólo utilizamos la traslación.

14. ¿Cuál es el área total del siguiente paralelepípedo?

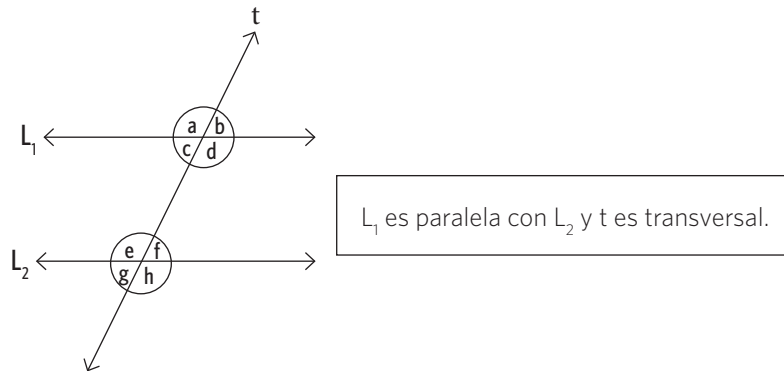
- A. 179 cm^2
- B. 330 cm^2
- C. 358 cm^2
- D. 420 cm^2



15. Si el área de un cubo es de 6 cm^2 , ¿cuál es su volumen?

- A. 1 cm^3
- B. 6 cm^3
- C. 12 cm^3
- D. 24 cm^3

A partir de la siguiente imagen, responde las preguntas 16 y 17.



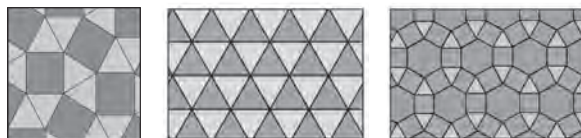
16. ¿Cuáles de los siguientes pares de ángulos tienen igual medida?

- A. a y b
- B. b y d
- C. d y f
- D. f y g

17. ¿Cuáles de los siguientes pares de ángulos **no** son suplementarios?

- A. a y b
- B. e y h
- C. e y g
- D. d y b

18. Analiza los siguientes teselados.



- A. El diseño 1 corresponde a un teselado regular.
- B. El diseño 2 corresponde a un teselado regular.
- C. El diseño 2 y 3 corresponden teselados semiregulares.
- D. Todos los diseños corresponden a teselados regulares.



Preguntas de desarrollo

1.
 - a. $2\,197\text{ cm}^3$
 - b. 125 cm^3
 - c. $x \cdot x \cdot x$
 - d. 294 cm^2
 - e. 128 cm^2
2.
 - a. F, no se podría construir un triángulo con 2 ángulos rectos porque la suma de los tres ángulos interiores debe ser 180° .
 - b. F, un triángulo equilátero tiene sus 3 ángulos interiores agudos.
 - c. V, no puede porque la suma de los ángulos interiores sería mayor a 90° , lo que es imposible.
 - d. V, porque la suma de los ángulos es 180° .
3. Se considera correcta si los estudiantes dibujan un triángulo que tenga un ángulo recto, un ángulo de 30° y un lado de 5 cm.
4.
 - a. Los estudiantes podrían construir cualquier ángulo menor que 90° .
 - b. Los estudiantes podrían construir:
 - Un ángulo menor que 90° de color azul, tomando como referencia el ángulo recto dado.
 - Un ángulo mayor que 90° de color rojo, tomando como referencia el ángulo recto dado.
 - c. Construye un ángulo menor que 90° de color azul y uno mayor que 90° de color rojo y que ambos sumen 180° .
5. Respuesta variada, los estudiantes podrían construir una teselación con triángulos equiláteros, cuadrados o hexágonos.

Preguntas de alternativas

- | | |
|-------|-------|
| 6. B | 13. C |
| 7. C | 14. C |
| 8. C | 15. A |
| 9. B | 16. D |
| 10. C | 17. B |
| 11. B | 18. B |
| 12. B | |

Niveles de logro

En la siguiente tabla se presentan los niveles de logro por cada Objetivo de Aprendizaje.

Objetivos de Aprendizaje	Ítem	Nivel de logro
OA 12: Construir y comparar triángulos de acuerdo a la medida de sus lados y/o sus ángulos con instrumentos geométricos o <i>software</i> geométrico.	2a 2b 2c 2d 3 6	Logrado: 4 a 6 ítems correctos. Por lograr: 2 a 3 ítems correctos. No logrado: 0 a 1 ítem correcto.
OA 13: Demostrar que comprenden el concepto de área de una superficie en cubos y paralelepípedos, calculando el área de sus redes (plantillas) asociadas.	14 15	Logrado: 2 ítems correctos. Por lograr: 1 ítem correcto. No logrado: 0 ítem correcto.
OA 14: Realizar teselados de figuras 2D, usando traslaciones, reflexiones y rotaciones.	5 13 18	Logrado: 2 a 3 ítems correctos. Por lograr: 1 ítem correcto. No logrado: 0 ítem correcto.
OA 15: Construir ángulos agudos, obtusos, rectos, extendidos y completos con instrumentos geométricos o <i>software</i> geométrico.	4a 4b 4c	Logrado: 2 a 3 ítems correctos. Por lograr: 1 ítem correcto. No logrado: 0 ítem correcto.
OA 16: Identificar los ángulos que se forman entre dos rectas que se cortan (pares de ángulos opuestos por el vértice y pares de ángulos complementarios).	9	Logrado: 1 ítem correcto. Por lograr: 0 ítem correcto.
OA 17: Demostrar, de manera concreta, pictórica y simbólica, que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° y de un cuadrilátero es 360° .	7 11 12	Logrado: 2 a 3 ítems correctos. Por lograr: 1 ítem correcto. No logrado: 0 ítem correcto.
OA 18: Calcular la superficie de cubos y paralelepípedos, expresando el resultado en cm^2 y m^2 .	1d 1e 8	Logrado: 2 a 3 ítems correctos. Por lograr: 1 ítem correcto. No logrado: 0 ítem correcto.
OA 19: Calcular el volumen de cubos y paralelepípedos, expresando el resultado en cm^3 , m^3 y mm^3 .	1a 1b 1c	Logrado: 2 a 3 ítems correctos. Por lograr: 1 ítem correcto. No logrado: 0 ítem correcto.
OA 20: Identificar los ángulos que se forman entre dos rectas que se cortan (pares de ángulos opuestos por el vértice y pares de ángulos complementarios).	10	Logrado: 1 ítem correcto. Por lograr: 0 ítem correcto.
OA 21: Calcular ángulos en rectas paralelas que se intersectan por una transversal y en triángulos.	16 17	Logrado: 2 ítems correctos. Por lograr: 1 ítem correcto. No logrado: 0 ítem correcto.

Unidad 3

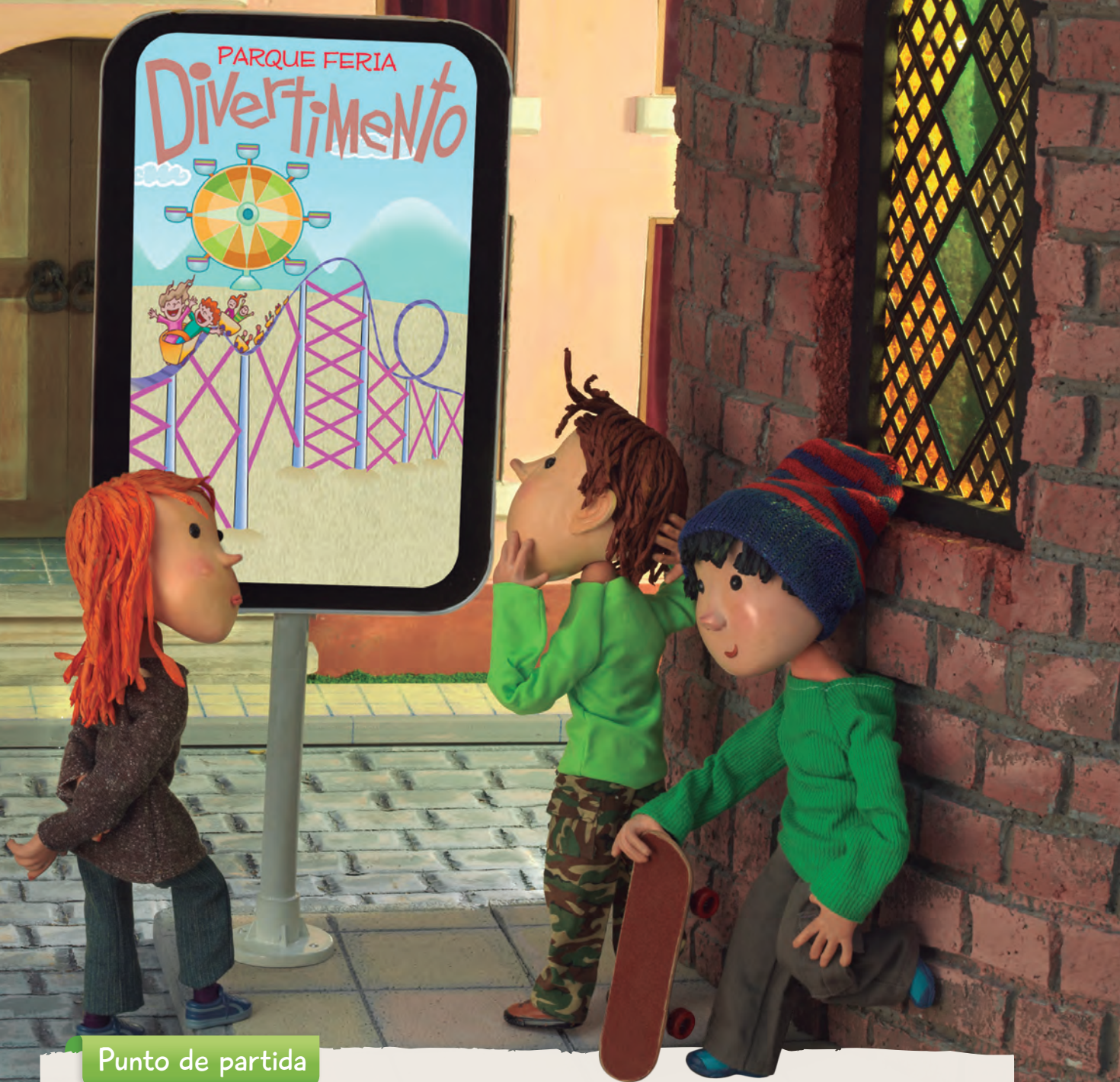


Geometría y medición

Un parque de entreteniciones es un lugar al que puedes ir con tus amigos y amigas y observar que hay muchos elementos que podrían relacionar con **geometría** y con **medición**. Potencia tu **creatividad** en el desarrollo de los contenidos y las actividades de esta nueva unidad.



Estudiarás...	Para que puedas...	En las páginas...
Ángulos	Estimar y medir ángulos identificando sus características.	142 - 159
Construcción de triángulos	Construir y comparar triángulos según sus lados y ángulos.	160 - 169
Triángulos y cuadriláteros	Calcular ángulos interiores en triángulos y cuadriláteros.	170 - 181
Teselaciones	Realizar teselaciones de figuras.	182 - 193
Área y volumen	Calcular el área y el volumen de cubos y paralelepípedos.	194 - 209



Punto de partida

Te invitamos a observar la imagen para responder las siguientes preguntas que te ayudarán a desarrollar los aprendizajes en esta unidad.

- ¿Qué elementos geométricos observas en la imagen?
¿Con qué contenidos los relacionas?

- De lo que estudiarás en esta unidad, ¿qué es lo que te gustaría aprender? ¿Por qué?



Mi **meta** en esta unidad es resolver problemas geométricos y para lograrla los relacionaré con situaciones de la vida diaria.
¿Qué meta te propones tú?

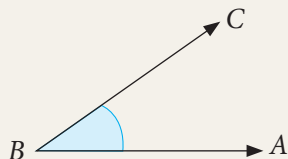
Mi meta es _____ y
la lograré _____.

Activa tus conocimientos previos y desarrolla las siguientes actividades de evaluación.

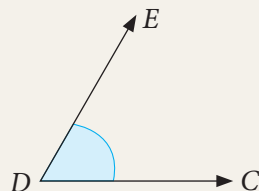
Ángulos

1. Nombra cada ángulo usando letras. (1 punto cada uno)

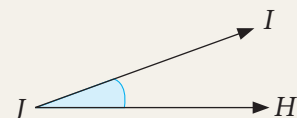
a.



b.



c.



2. De los ángulos del ítem 1, ¿cuál es el de mayor medida? ¿Cuál es el de menor medida? (2 puntos)

Traslaciones

3. Marca con un ☒ la respuesta correcta. (1 punto cada una)

a. Un punto tiene coordenadas (3, 5), se mueve 2 unidades a la derecha y luego 4 unidades hacia abajo. Las nuevas coordenadas son:

☐ (1, 2)

☐ (5, 9)

☐ (5, 1)

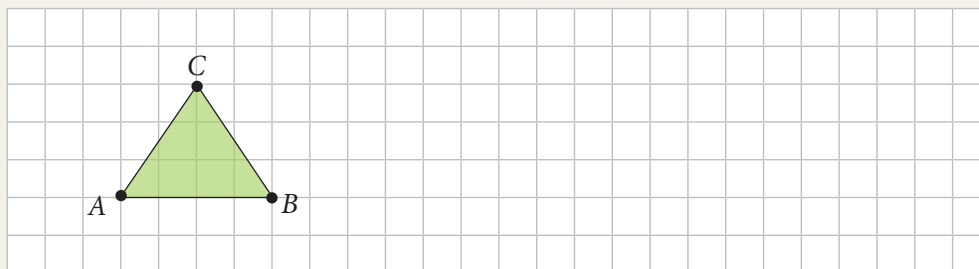
b. Un punto se traslada 3 unidades a la derecha y 2 unidades hacia abajo quedando en (6, 7). ¿Cuáles son las coordenadas del punto inicial?

☐ (3, 9)

☐ (3, 5)

☐ (9, 3)

4. Observa la siguiente figura y luego realiza lo pedido. (1 punto cada una)



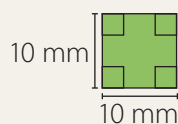
a. Traslada el triángulo ABC 5 unidades hacia la derecha y 1 unidad hacia arriba.

b. ¿Cómo son las medidas de los lados del triángulo trasladado en relación al triángulo inicial?, ¿y los ángulos?

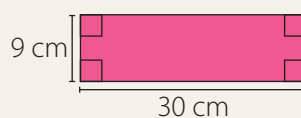
Área

5. Calcula el área de las siguientes figuras. (1 punto cada una)

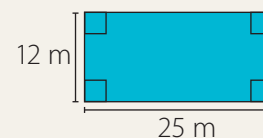
a.



b.



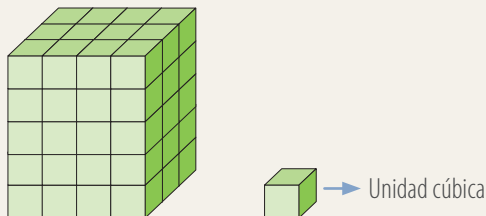
c.



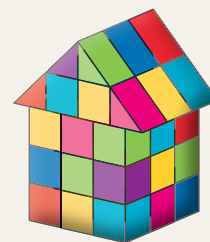
6. Si el área de un rectángulo es 56 cm^2 y su largo mide 8 cm , ¿cuál es la medida de su ancho? ¿Puede haber otro rectángulo de igual área? Explica. (2 puntos)

Volumen

7. ¿Cuántas unidades cúbicas de volumen tiene el siguiente paralelepípedo? (2 puntos)



8. Observa la imagen formada por cubos y responde. (2 puntos cada una)
- ¿Cuántos cubos fueron necesarios para la construcción de la figura?
 - Si cada cubo representa 1 unidad cúbica, ¿cuál es el volumen de la figura?



Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1 y 2	Comprender el concepto de ángulo.		Logrado: 12 puntos o más.
3 y 4	Trasladar figuras en cuadrículas.		Medianamente logrado: 10 a 11 puntos.
5 y 6	Calcular el área de cuadrados y rectángulos.		Por lograr: 9 puntos o menos.
7 y 8	Comprender el concepto de volumen.		
Total →			

Reflexiono

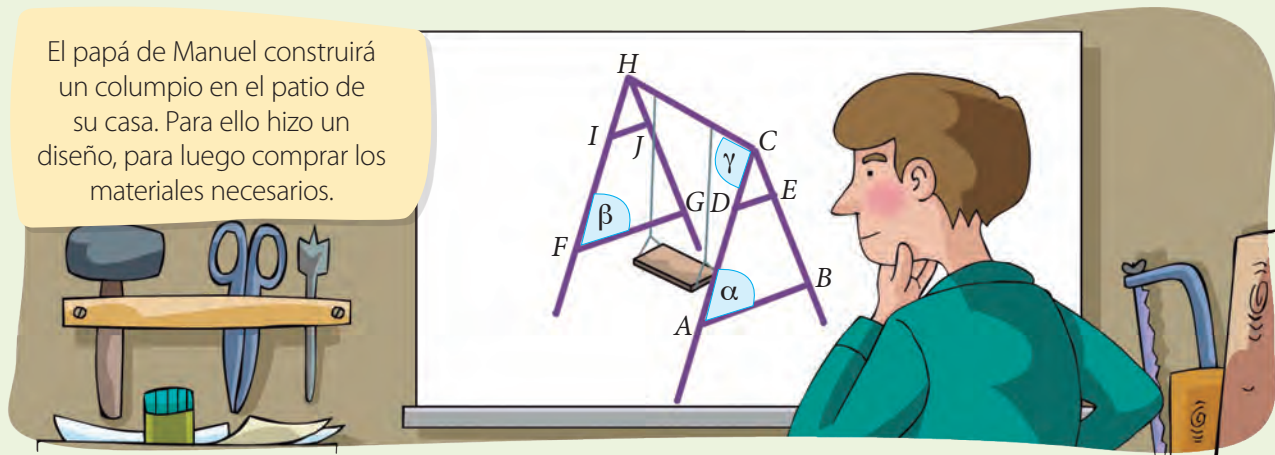
- ¿Fuiste creativo al desarrollar las actividades? Escribe algún aspecto que podrías mejorar en esta unidad.

En esta sección recordarás lo que has estudiado en años anteriores y diseñarás una estrategia para desarrollar el Tema 1.

Recuerdo lo que sé

Observa la siguiente imagen y desarrolla las actividades.

El papá de Manuel construirá un columpio en el patio de su casa. Para ello hizo un diseño, para luego comprar los materiales necesarios.



1. Completa con los siguientes términos.

igual

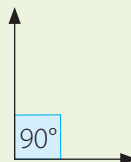
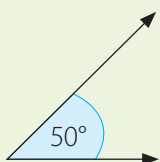
menor

paralelos

La estructura del columpio se construirá con madera, para esto se deben efectuar los respectivos cortes. La medida de los trozos representados por $\overline{AB}$ y $\overline{FG}$ debe tener _____ longitud. A la hora de montar los trozos, $\overline{DE}$ y $\overline{AB}$ deben ser _____. La medida de las cuerdas que sostendrán el asiento debe ser _____ que la altura de la estructura. Teniendo en cuenta esas consideraciones, el columpio quedará perfecto para Manuel.

2. ¿Qué figuras geométricas puedes relacionar con la estructura del columpio?

3. Teniendo como referencia los siguientes ángulos, ¿con cuál de ellos relacionarías los ángulos α y β , ¿y el ángulo γ ?



Diseño mi estrategia

Observa la imagen y desarrolla las actividades.

1. ¿Los ángulos α y γ son mayores o menores que 90° ?

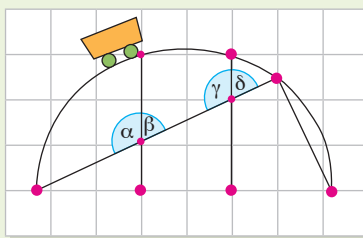
2. ¿Qué sucedería con la altura de la montaña rusa si las medidas de los ángulos α y β aumentan? Considera que la cantidad de material utilizado entre esos pilares debe ser la misma.

3. El carro se desplaza por el sector que se muestra en la imagen.

- a. ¿Qué pares de ángulos tienen igual medida? ¿Cómo lo supiste?

- b. ¿Cuánto es la suma entre los ángulos α y β ?

- c. Construye un ángulo de igual medida que el ángulo β .



En un parque de diversiones hay diferentes juegos. Uno de ellos es "la montaña rusa". La estructura sobre la cual transitan los carros está sostenida por pilares en los que se pueden identificar ángulos.

Reflexiono

- ¿Qué contenidos de años anteriores usaste para desarrollar las actividades?

- Escribe tu **estrategia** para determinar la medida de un ángulo y para construirlo.

En este tema trabajarás con ángulos; determinarás su medida, los construirás e identificarás ángulos entre rectas para resolver problemas utilizando diferentes estrategias.

Estimación y medición de ángulos

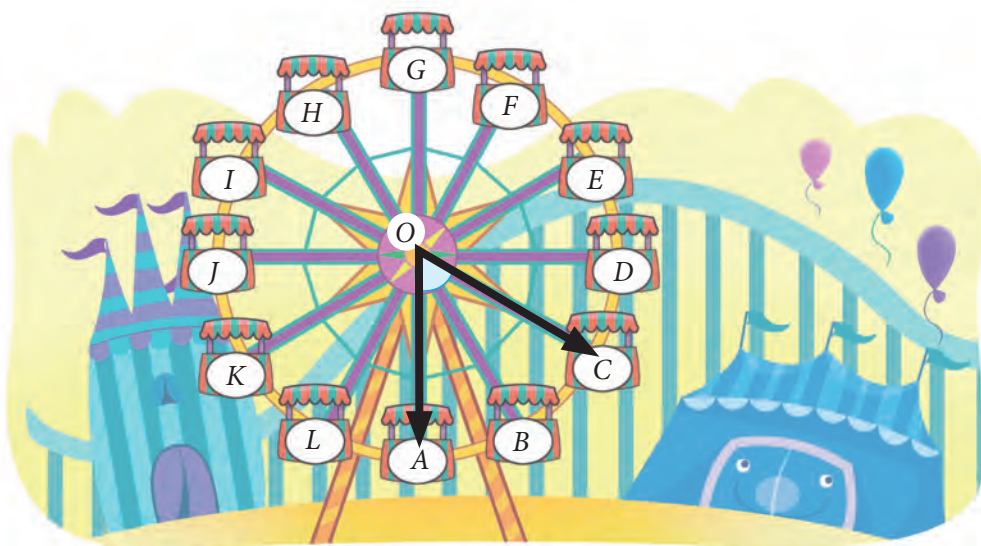
Exploro

Atención

Un **ángulo** ($\sphericalangle$) es la región del plano comprendida entre dos semirrectas con origen común.

$\sphericalangle ABC$ se lee ángulo ABC y $m(\sphericalangle ABC)$ representa la medida del ángulo ABC .

Marcela, Felipe y Sonia se subieron a la rueda de la fortuna. Marcela se subió al carro A , Felipe al C y Sonia al E .



- Dibuja en la imagen el ángulo AOE que se forma entre el carro en el que está Marcela y el que está Sonia. Al compararlo con el ángulo marcado en la imagen, ¿cuál es mayor?

- Marca con un **✓** si la afirmación es correcta. De no serlo, marca con una **✗** y justifica.



El ángulo AOC mide entre 0° y 90° .



El ángulo AOD mide entre 45° y 90° .



El ángulo AOF mide entre 135° y 180° .



El ángulo AOE mide $180^\circ - m(\sphericalangle EOG)$.



¿Qué otros ángulos puedes identificar en la imagen? Marca uno que mida entre 180° y 360° .

¿Recordabas cómo comparar ángulos según su medida? Ahora podrás medir ángulos usando el transportador y estimar estas medidas para clasificarlos. **Sé creativo y creativa** al resolver los distintos problemas que verás a continuación.

Aprendo

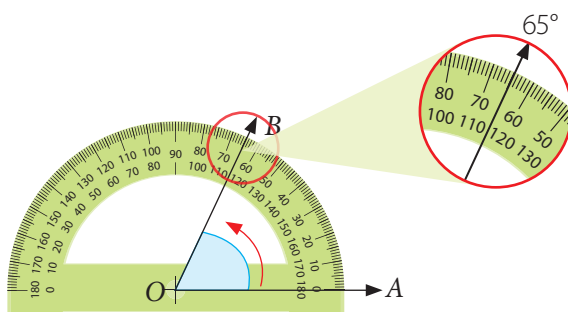
Para **medir un ángulo** puedes utilizar el **transportador**. Cuando no es posible conocer con exactitud la medida de un ángulo, puedes **estimarla** utilizando algún referente.

Ejemplo 1

Determina la medida del ángulo AOB usando el transportador.

¿Cómo lo hago?

- 1 Posiciona el centro del transportador en el vértice del ángulo y uno de sus lados con la base del transportador.
- 2 Mide en sentido antihorario el ángulo observando la escala externa que viene detallada en el transportador.



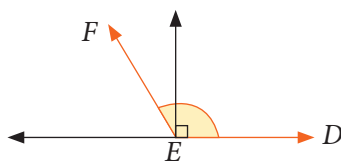
Luego, la medida del ángulo AOB es 65° .

Ejemplo 2

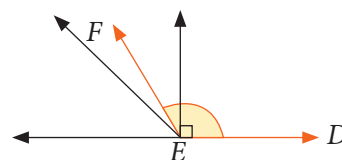
Estima la medida del ángulo DEF .

¿Cómo lo hago?

- 1 Traza rayos como referencia. Uno que forme un ángulo de 180° y otro de 90° .



- 2 Traza un rayo que divida al ángulo de 90° por la mitad, es decir 45° .
- 3 Luego, puedes estimar que el ángulo DEF mide entre 90° y 135° .



Atención

La unidad utilizada para medir ángulos es el **grado sexagesimal**.

$90^\circ \rightarrow$ noventa grados.

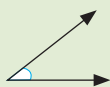
El grado sexagesimal es el ángulo que se obtiene al dividir la circunferencia en 360° .

Uso de software

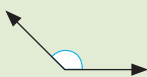
Ingresa a <http://recursostic.educacion.es/multidisciplinar/itfor/web/sites/default/files/recursos/angulos/html/index.html> y podrás realizar actividades relacionadas con ángulos utilizando software educativo.

Los ángulos según sus **medidas** se clasifican en:

• **Agudo:** mide entre 0° y 90° .



• **Obtuso:** mide entre 90° y 180° .



• **Recto:** mide 90° .



• **Extendido o llano:** mide 180° .

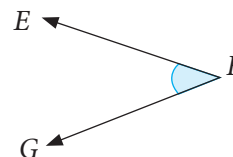
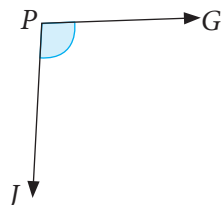


• **Completo:** mide 360° .



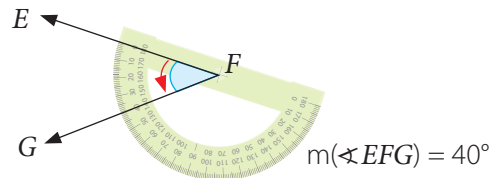
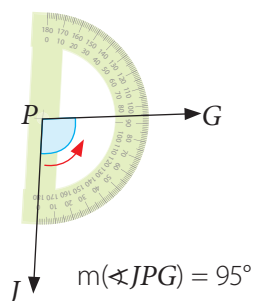
Ejemplo

Mide los siguientes ángulos y luego clasifícalos.



¿Cómo lo hago?

1 Mide los ángulos usando el transportador.



2 Clasifica los ángulos según su medida.

El ángulo JPG mide entre 90° y 180° , por lo tanto es obtuso.

El ángulo EFG mide entre 0° y 90° , por lo tanto es agudo.

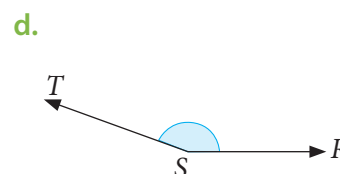
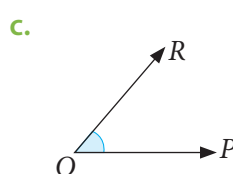
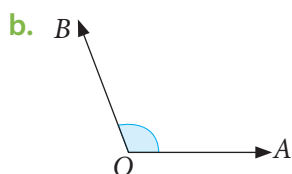
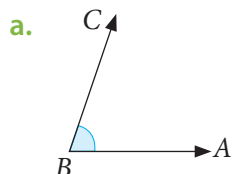


Identifica en tu entorno un ángulo recto y uno extendido. Luego, dibújalos. Compara lo obtenido con tus compañeros y compañeras.

Practico

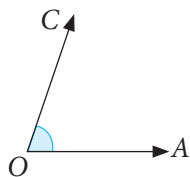
Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Usa el transportador para determinar la medida de los siguientes ángulos.

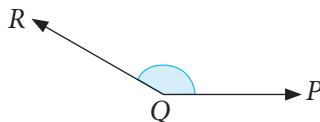


2. Estima entre qué valores se encuentra la medida de los siguientes ángulos.

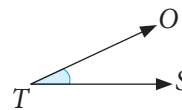
a.



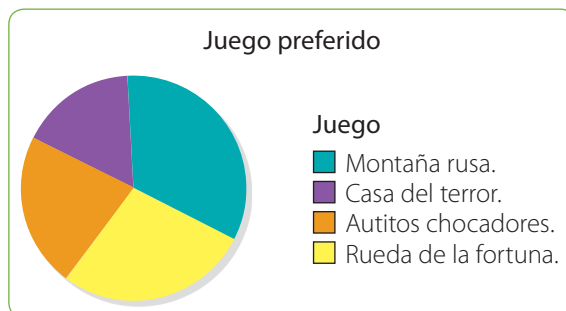
b.



c.



3. **Estadística** En el siguiente gráfico se muestran los resultados de una encuesta realizada a un grupo de niños y niñas respecto de su juego preferido del parque de diversiones.



- ¿Qué juego obtuvo más preferencias? ¿Cómo lo supiste?
 - Estima la medida de los ángulos correspondientes a cada sector circular.
 - Mide usando el transportador los ángulos y compara tus respuestas con la estimación que hiciste. ¿Obtuviste valores similares?
 - Clasifica los ángulos según su medida.
4. Observa la hora en el reloj de la imagen y luego responde.
- Estima la medida del ángulo que forman los punteros en el reloj. ¿Cuál es la clasificación del ángulo?
 - ¿A qué hora el ángulo formado es recto? ¿Es la única?
 - ¿A qué hora el ángulo formado es extendido? ¿Es la única? Comenta con tus compañeros y compañeras.



Reflexiono

- Explica cómo mides ángulos usando el transportador.
- ¿Pudiste estimar la medida de los ángulos? Explica cómo lo hiciste.
- ¿Qué pasos seguiste al resolver los problemas? ¿Usaste distintas estrategias?

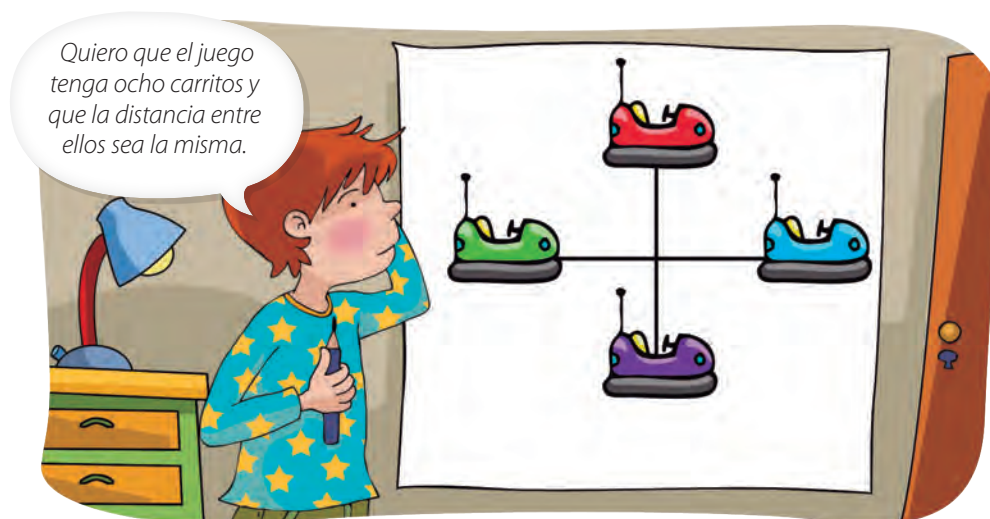


Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 66 a la 68.

Construcción de ángulos

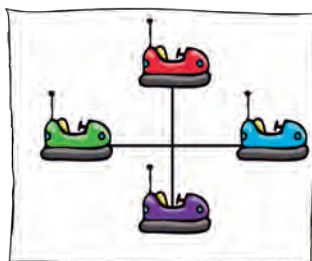
Exploro

Marcos quiere diseñar el modelo de un juego que consiste en una estructura con carritos que gira alrededor de un punto central.



- ¿Cuál es la medida de los ángulos que se forman en el diseño que ha dibujado Marcos?

- Dibuja los carritos que faltan según lo que indica Marcos. ¿Qué ángulo se debe formar para que estén a igual distancia?



Si quisieras hacer un diseño con 12 carritos, ¿cuál sería la medida de cada ángulo?

- ¿Qué estrategia utilizarías para construir exactamente los ángulos? Comenta con tus compañeros y compañeras.

Ya aprendiste a estimar y medir ángulos y a clasificarlos según su medida. Ahora construirás ángulos dada su medida y describirás tus procedimientos.
Expresa tus ideas y **escucha** las de tus compañeros y compañeras.

Aprendo

Para **construir un ángulo** debes considerar su medida y un punto de referencia. Luego, puedes usar el transportador para dibujarlo.

Ejemplo 1

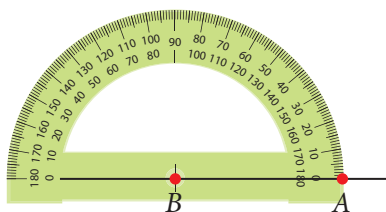
Construye un ángulo ABC usando el transportador, cuya medida sea 90° .

¿Cómo lo hago?

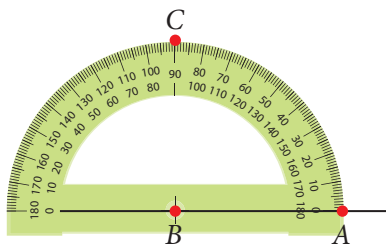
- 1 Dibuja un segmento de recta y un punto B sobre el segmento.



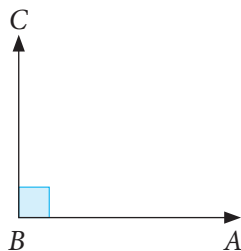
- 2 Ubica la base del transportador sobre el segmento, tal que su centro coincida con el punto B y el extremo coincida con 0° , y marca el punto A .



- 3 Marca el punto C considerando la medida del ángulo que quieres construir, en este caso, 90° .



- 4 Une el punto C con el punto B , con lo que obtienes el $\angle ABC$.



Atención

En la página 71 de tu cuaderno de ejercicios podrás encontrar actividades para copiar ángulos utilizando regla y compás.



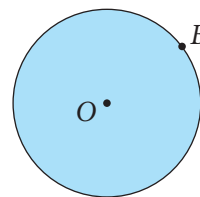
¿Cómo construirías un ángulo cuya medida sea mayor que 180° , y cómo construirías un ángulo de 270° a partir de un ángulo de 90° ?

Ejemplo 2

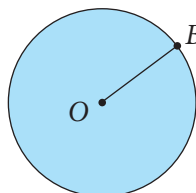
Construye un ángulo de 60° en el círculo de centro O .

¿Cómo lo hago?

- 1 Elige un punto como se muestra en la imagen y nómbralo con una letra, por ejemplo B .

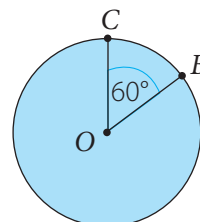


- 2 Une el punto O con el punto B .



- 3 Con el transportador mide 60° y traza un segmento para formar el lado que falta del ángulo. Llámalo C .

Luego, $m(\angle BOC) = 60^\circ$.



Atención

Para **construir rectas perpendiculares** debes considerar que las rectas forman ángulos de 90° .

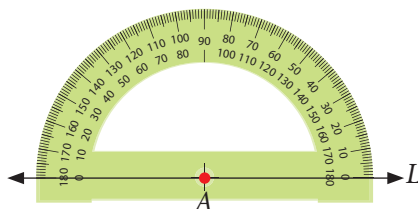
Ejemplo 3

Construye una recta perpendicular a la recta L .

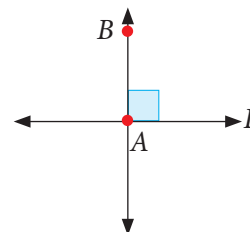
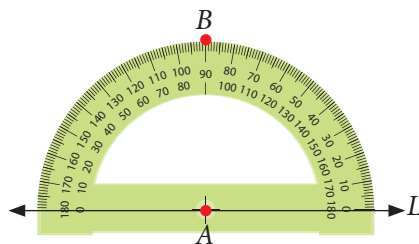


¿Cómo lo hago?

- 1 Marca un punto A sobre la recta L y ubica la base del transportador sobre ella, tal que su centro coincida con el punto A y el extremo coincida con 0° .



- 2 Marca con un punto el ángulo de 90° , nómbralo con la letra B y traza una recta que pase por los puntos A y B . Esta recta es perpendicular a la recta L .



Construye una recta paralela a la recta L . Explica, paso a paso, cómo lo hiciste.

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Utilizando regla y transportador, construye los siguientes ángulos.

- a. 30° b. 45° c. 60° d. 90° e. 135° f. 180°

2. Construye en un círculo los ángulos pedidos en cada caso.

- a. Un ángulo de 130° . d. Un ángulo extendido.
b. Tres ángulos de igual medida. e. Cuatro ángulos rectos.
c. Seis ángulos de igual medida. f. Dos ángulos agudos y dos obtusos.

3. Construye los siguientes ángulos. Explica tu estrategia en cada caso.

- a. Dos ángulos agudos de distinta medida y que la suma de estos sea un ángulo recto.
b. Un ángulo agudo y un ángulo obtuso que la suma sea un ángulo extendido.
c. Tres ángulos agudos distintos cuya suma sea un ángulo extendido.
d. Un ángulo recto y dos ángulos agudos cuya suma sea un ángulo obtuso.

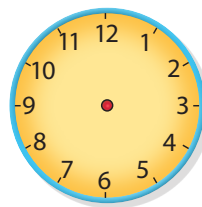


4. Dibuja el diseño de una “rueda de la fortuna”. Para ello, realiza lo siguiente:

- Dibuja un círculo.
 - La rueda debe tener seis carritos donde subirán los pasajeros.
 - Diseña los carritos y ponlos en el contorno del círculo de forma que todos queden a igual distancia.
 - Reúnete con un compañero o una compañera y respondan las siguientes preguntas.
- a. ¿Cuál es la medida de los ángulos que forman el centro del círculo con los carritos?
b. Si decidieran poner diez carritos, ¿cuál sería la medida del ángulo? Clasifíquenlo.
c. Escriban una de las estrategias utilizadas en la construcción del diseño.

5. Construye cada ángulo en un reloj como el que se muestra. Luego, escribe la hora que corresponda.

- a. Ángulo recto.
b. Ángulo obtuso.
c. Ángulo extendido.



Reflexiono

- ¿Qué instrumentos geométricos utilizaste para construir ángulos?

- ¿Escuchaste las opiniones de tus compañeros y compañeras de forma respetuosa?

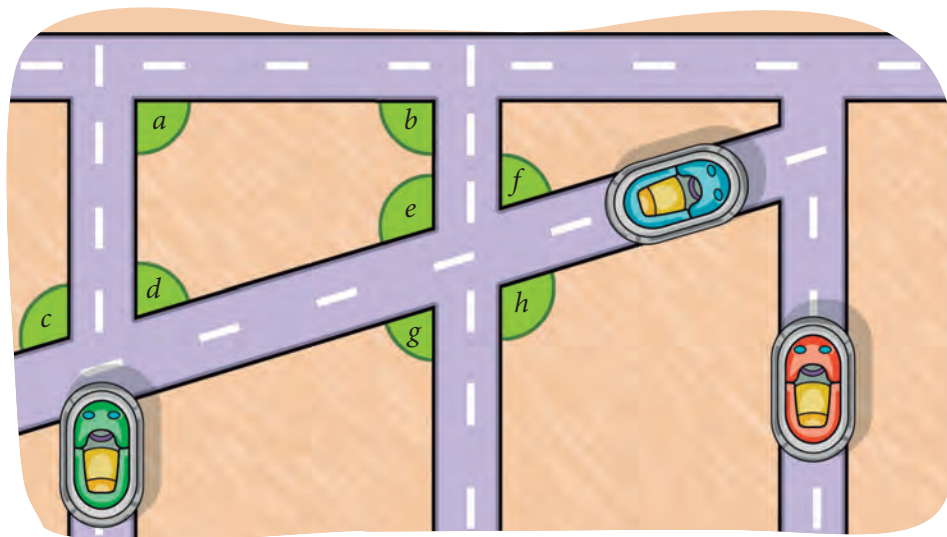


Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 69 a la 71.

Ángulos entre rectas

Exploro

En el parque de diversiones hay una pista de autitos eléctricos. En la imagen se muestra una parte de ella.



Atención

- Si dos rectas que se prolongan indefinidamente en el plano nunca se intersectan y están siempre a la misma distancia, se denominan **paralelas**.
- Dos rectas son **coincidentes** si todos sus puntos son comunes.

- Marca con color rojo las rectas paralelas que puedas identificar en la imagen de la pista.
- Mide con el transportador los ángulos marcados en la imagen. Luego, clasifícalos según su medida.

$a =$

$c =$

$e =$

$g =$

$b =$

$d =$

$f =$

$h =$

- ¿Qué características observas en los ángulos? ¿Hay algunos que tengan igual medida? Comenta con un compañero o una compañera.

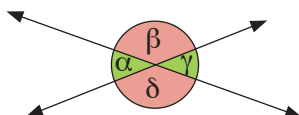
A continuación analizarás distintas situaciones relacionadas con los ángulos que se forman entre rectas que se intersectan. **Motivate** a ser creativo y creativa al momento de desarrollar las diversas actividades.

Aprendo

- Dos ángulos son **opuestos por el vértice** si las prolongaciones de los lados de uno de ellos corresponden a los lados del otro. Estos ángulos tienen igual medida.
- Dos ángulos son **complementarios** si la suma de sus medidas es 90° .
- Dos ángulos son **suplementarios** si la suma de sus medidas es 180° .

Ejemplo 1

Sea $\delta = 150^\circ$. Determina la medida de los ángulos α , β y γ .

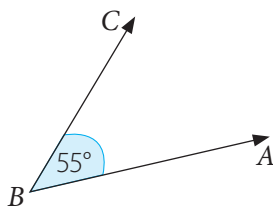


¿Cómo lo hago?

- 1 Los ángulos β y δ son opuestos por el vértice, por lo que tienen igual medida. Luego, $\beta = 150^\circ$.
- 2 Los ángulos α y δ son suplementarios, por lo que sus medidas suman 180° . Luego, $\alpha = 30^\circ$.
- 3 Los ángulos α y γ son opuestos por el vértice, por lo que tienen igual medida. Luego, $\gamma = 30^\circ$.

Ejemplo 2

Determina el complemento y el suplemento del ángulo ABC .



¿Cómo lo hago?

- 1 Calcula el complemento del ángulo ABC .
El ángulo ABC mide 55° y con su complemento deben sumar 90° .
 $90^\circ - m(\angle ABC) = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$
- 2 Calcula el suplemento del ángulo ABC .
El ángulo ABC y su suplemento deben sumar 180° .
 $180^\circ - m(\angle ABC) = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$
Luego, el complemento del ángulo ABC mide 35° y su suplemento, 125° .

Atención

Cuando dos rectas se intersectan se denominan **secantes**. Estas rectas pueden ser **perpendiculares**, si forman cuatro ángulos rectos, u **oblicuas**, si forman ángulos diferentes de 90° .



¿En todos los ángulos se pueden determinar el complemento y el suplemento? ¿Por qué?

Atención

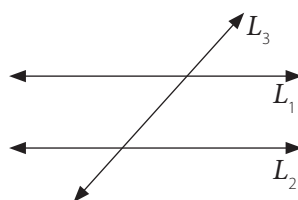
Una **recta transversal** es aquella que se interseca con dos o más rectas.

Si dos **rectas paralelas** se intersecan con una **recta transversal** se forman ángulos, los cuales cumplen con ciertas características de acuerdo a su posición y a sus medidas.

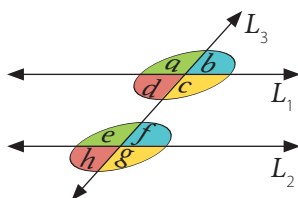
- **Correspondientes:** Ocupan igual posición respecto de la transversal y tienen igual medida.
- **Alternos internos:** Se encuentran al interior de las rectas paralelas respecto de la transversal y tienen igual medida.
- **Alternos externos:** Se encuentran al exterior de las rectas paralelas respecto de la transversal y tienen igual medida.

Ejemplo 1

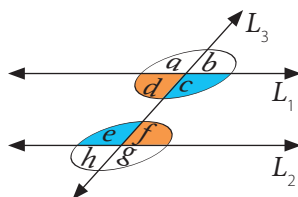
En la siguiente imagen $L_1 \parallel L_2$ y L_3 transversal. Determina los ángulos que se forman y clasifícalos.


¿Cómo lo hago?

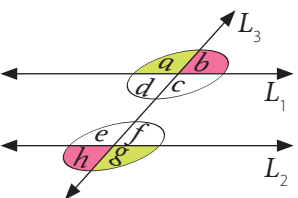
- 1 Marca los ángulos que se forman y asígnales una letra. Luego, determina los ángulos que son correspondientes.


Ángulos correspondientes
 a y e
 b y f
 d y h
 c y g

- 2 Determina los ángulos que son alternos internos.


Ángulos alternos internos
 c y e
 d y f

- 3 Determina los ángulos que son alternos externos.


Ángulos alternos externos
 a y g
 b y h

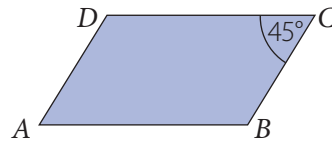

Comprueba que las medidas de los ángulos son iguales usando el transportador.

Habilidad

Cuando compruebas reglas y propiedades, estás desarrollando la habilidad de **argumentar** y **comunicar**.

Ejemplo 2

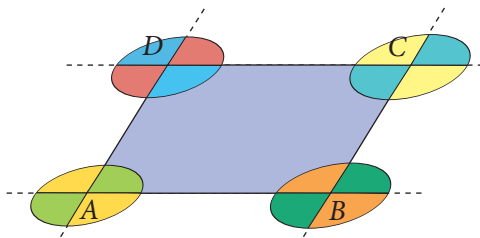
Identifica los lados paralelos en el paralelogramo $ABCD$ y determina las medidas de sus ángulos interiores.

**Atención**

Un **paralelogramo** es un polígono cuyos lados opuestos son paralelos y de igual medida.

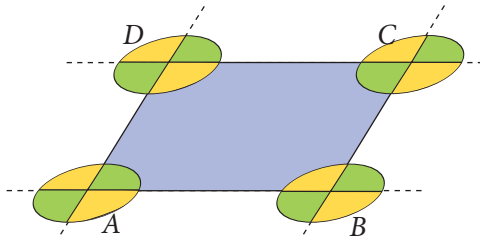
¿Cómo lo hago?

- 1 Los lados $\overline{AB}$ y $\overline{DC}$ son paralelos y los lados $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$ son paralelos.
- 2 Prolonga los lados del paralelogramo e identifica aquellos que sean opuestos por el vértice.



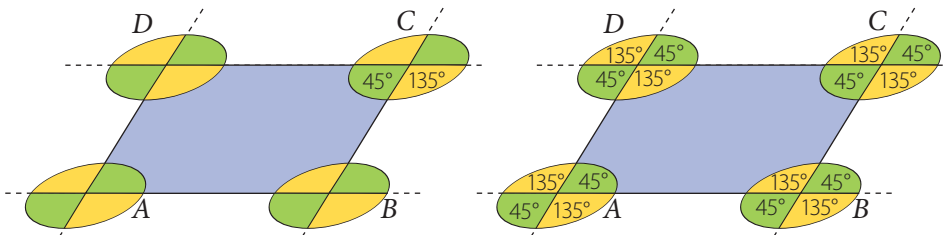
Los ángulos pintados del mismo color son opuestos por el vértice, por lo que tienen igual medida.

- 3 Identifica los ángulos correspondientes y, usando los ángulos opuestos por el vértice, determina aquellos que tienen igual medida.



Los ángulos pintados del mismo color tienen igual medida.

- 4 Determina la medida de los ángulos. Para ello identifica ángulos suplementarios.



¿Qué características observas en las medidas de los ángulos interiores del paralelogramo? ¿Sucede lo mismo en cualquier paralelogramo? Justifica.

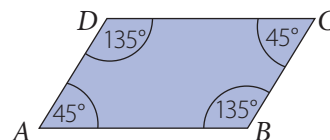
Luego, las medidas de los ángulos interiores del paralelogramo $ABCD$ son:

$$m(\angle CBA) = 135^\circ$$

$$m(\angle BAD) = 45^\circ$$

$$m(\angle ADC) = 135^\circ$$

$$m(\angle DCB) = 45^\circ$$

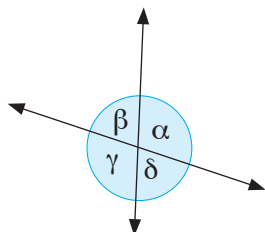


Practico

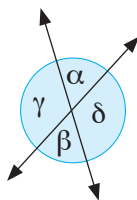
Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

- Identifica los ángulos opuestos por el vértice. Luego, mídelos con el transportador y comprueba que tengan igual medida.

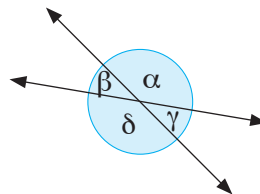
a.



b.

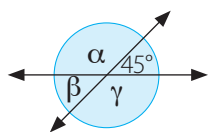


c.

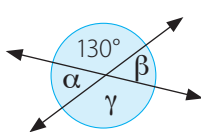


- Identifica los ángulos suplementarios al ángulo dado y márcalos con color rojo. Luego, calcula la medida de todos los ángulos en cada caso.

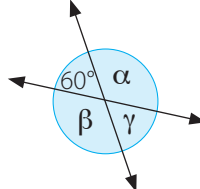
a.



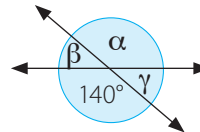
b.



c.

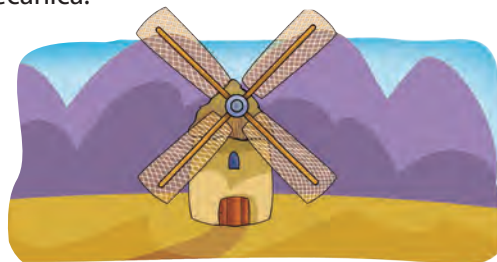


d.



- Ciencias Naturales** Las aspas del molino obtienen su movimiento por efecto del viento (energía eólica). A su vez, estas activan un mecanismo y producen energía mecánica.

- ¿Cuáles son las medidas de los ángulos formados por las aspas?
- Marca en la imagen los ángulos opuestos por el vértice.
- Marca en la imagen los ángulos suplementarios.

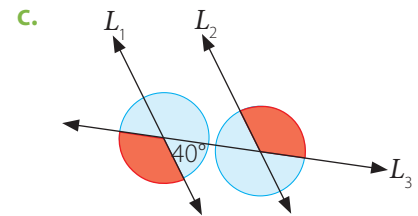
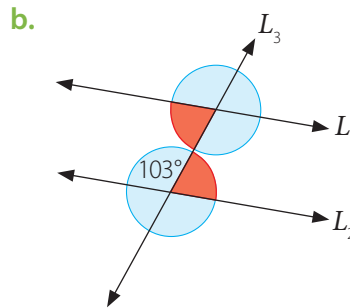
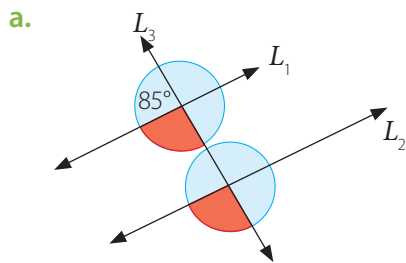


4.

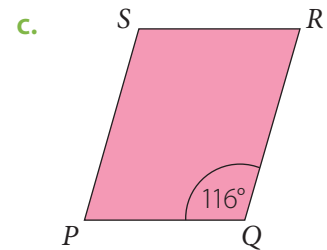
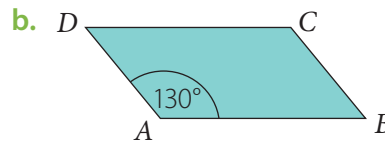
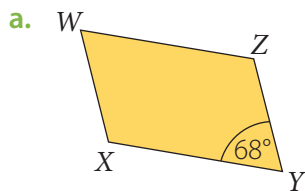


- ¿Quién está en lo correcto? Justifica.
- Dibuja un ejemplo de lo planteado por Daniela y por Manuel.

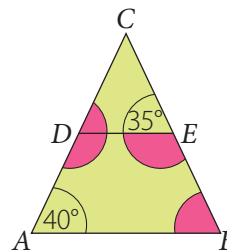
5. Analiza si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica en cada caso.
- Los ángulos opuestos por el vértice suman 180° .
 - Los ángulos correspondientes tienen igual medida.
 - Los ángulos alternos internos siempre miden 90° .
 - Los ángulos alternos externos pueden tener cualquier medida entre 0° y 90° .
6. En las siguientes figuras, las rectas L_1 y L_2 son paralelas y L_3 es una recta transversal a ellas. Explica por qué los ángulos de color rojo tienen igual medida e identifica con distintos colores los opuestos por el vértice, alternos internos, alternos externos y correspondientes. Luego, determina la medida de todos los ángulos en cada caso.



7. En los siguientes paralelogramos, marca con diferente color cada par de lados paralelos y determina la medida de los ángulos interiores.



8. En el siguiente triángulo, $\overline{AB}$ y $\overline{DE}$ son paralelos. Determina la medida de los ángulos marcados. Luego, reúnete con un compañero o una compañera y comparen sus estrategias, elijan una y escríbanla.



Reflexiono

- ¿Qué ángulos se forman entre dos rectas que se intersectan?
- Escribe 2 ejemplos en los que identifiques ángulos entre rectas en tu entorno.



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 72 a la 73.

Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en este tema.

Hay distintas construcciones en las que puedes notar que se forman ángulos en sus estructuras, los cuales son imprescindibles para determinar la altura o inclinación de ellas. En la imagen se muestra una representación del Viaducto del Malleco, el cual fue considerado en su época el puente ferroviario más alto del mundo y es una de las mayores obras de ingeniería metálica en Chile.

Fuente: Consejo de Monumentos Nacionales (CMN). Disponible en <http://www.monumentos.cl/>



1. Marca con diferentes colores un ángulo agudo, uno obtuso, uno recto y uno extendido en la imagen. Luego, mídelos con el transportador y anota la medida de cada uno. (2 puntos)
2. Estima entre qué valores se encuentra la medida de los siguientes ángulos de la imagen. Luego clasifícalos. (1 punto cada uno)

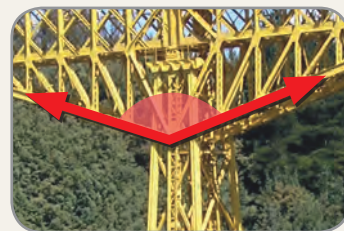
a.



b.



c.

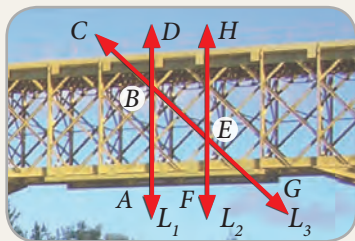


3. Daniel quiere hacer un diseño de un viaducto, por lo que considerará ángulos de 45° , de 30° y de 120° . Clasifica los ángulos del diseño de Daniel y luego constrúyelos. (3 puntos)
4. Marca con diferentes colores las rectas paralelas y las transversales en la imagen. Luego, identifica los ángulos de igual medida. (3 puntos)

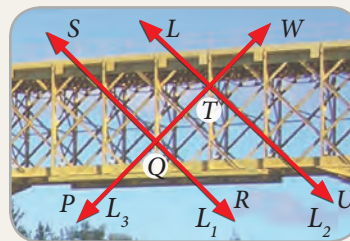


5. Observa las imágenes, en las que L_1 y L_2 son paralelas y L_3 es transversal. Luego, determina los ángulos opuestos por el vértice, alternos internos y alternos externos. Escríbelos. (2 puntos cada uno)

a.



b.



Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1 y 2	Estimar y medir ángulos.		Logrado: 9 puntos o más.
3	Clasificar y construir ángulos.		Medianamente logrado: 7 a 8 puntos.
4 y 5	Identificar ángulos entre rectas.		Por lograr: 6 puntos o menos.
Total →			

¡Excelente! Ya realizaste las actividades y terminaste el Tema 1.
Ahora, analiza el progreso de tu trabajo en esta unidad.

Reflexiono

- Lo que planteaste para lograr tu meta en la página 139, ¿te ha dado resultado?
- ¿Utilizaste la estrategia que diseñaste al inicio del tema (página 143)? ¿Cuáles otras usaste?
- ¿Qué te propones mejorar para cumplir tu meta?
- ¿En qué otros contextos podrías aplicar lo aprendido?

Construcción de triángulos

En esta sección recordarás lo que has estudiado en años anteriores y diseñarás una estrategia para desarrollar el Tema 2.

Recuerdo lo que sé

Observa la siguiente imagen y desarrolla las actividades.

Las estructuras trianguladas están compuestas por barras que forman triángulos. Se caracterizan por ser ligeras a la vez que resistentes, ya que el triángulo es una figura que no se deforma. José Luis observa en una construcción de la ciudad una grúa como la de la imagen.



1. Completa con los siguientes términos.

lados

polígono

vértices

medida

Un triángulo es un _____ de tres _____, tres ángulos y tres _____. Se clasifican según la _____ de sus lados y de sus ángulos. Puedes observar que en tu entorno hay muchas figuras que tienen forma de triángulo.

2. Escribe 3 elementos presentes en tu sala de clases cuyas formas se relacionen con un triángulo. Compara con tus compañeros y compañeras.

3. Remarca en la imagen 3 triángulos distintos.

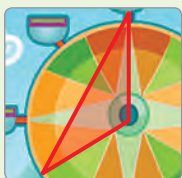
4. ¿Cómo son entre sí los triángulos marcados en la imagen?

Diseño mi estrategia

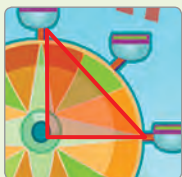
Observa la imagen y desarrolla las actividades.

1. Mide los ángulos interiores y los lados de cada triángulo de la imagen. Luego, clasifica los ángulos según su medida.

a.



b.



c.



2. Dibuja un triángulo cuyos lados midan 2 cm, 2 cm y 3 cm.

Reflexiono

- ¿Qué contenidos de años anteriores usaste para resolver las actividades?
- Escribe tu **estrategia** para construir triángulos dadas las medidas de sus lados y de sus ángulos interiores.

En este tema trabajarás con triángulos, los clasificarás según sus medidas y los construirás para que resuelvas distintos problemas de la vida diaria.

Clasificación de triángulos

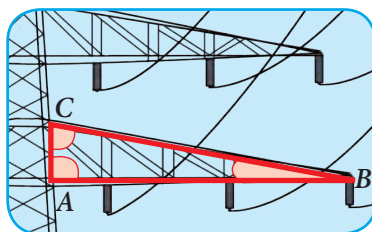
Exploro

Sonia está paseando por la ciudad junto a su hermano y observan que en la estructura de las torres de alta tensión hay distintos triángulos.

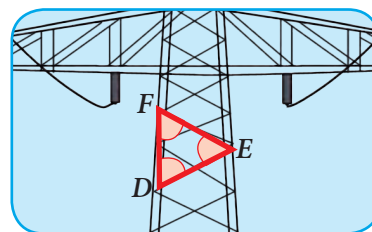


- Mide los ángulos y los lados de cada uno de los siguientes triángulos de la imagen.

Triángulo 1



Triángulo 2



- a. ¿Cuánto miden los ángulos del triángulo 1? ¿Y los del triángulo 2?

- b. Clasifica en agudo, obtuso o recto los ángulos de cada triángulo.

- c. ¿Cómo son las medidas de los lados del triángulo 2?



¿Existen triángulos en los que dos de sus ángulos interiores sean obtusos? ¿Por qué?

A continuación conocerás cómo se clasifican los triángulos según la medida de sus lados y según la medida de sus ángulos. Ahora realiza las actividades y **mantén el orden** con tus materiales de trabajo y con los del curso.

Aprendo

Los **triángulos** los puedes clasificar a partir de lo siguiente:

- Según la medida de sus lados.

Equilátero:

todos sus lados son de igual medida.

Isósceles:

tiene 2 lados de igual medida.

Escaleno:

todos sus lados tienen distinta medida.

- Según la medida de sus ángulos.

Acutángulo:

todos sus ángulos son agudos.

Rectángulo:

tiene un ángulo recto.

Obtusángulo:

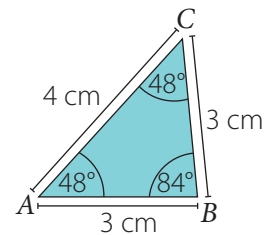
tiene un ángulo obtuso.

Ejemplo

Clasifica el triángulo ABC según la medida de sus lados y de sus ángulos.

¿Cómo lo hago?

- Como el triángulo tiene dos lados de igual medida, entonces ABC es isósceles.
- Como todos los ángulos interiores del triángulo son agudos, entonces ABC es acutángulo. Luego, el triángulo ABC es isósceles acutángulo.

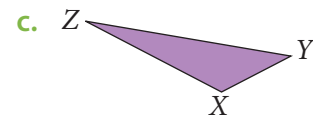
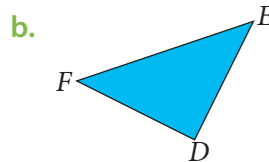
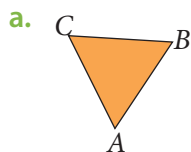


¿Hay triángulos rectángulos isósceles? ¿Y equiláteros escalenos? Explica y da ejemplos.

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

- En cada triángulo determina la medida de sus lados y de sus ángulos interiores utilizando regla y transportador. Luego, clasifícalos.



- Responde las siguientes preguntas. Justifica en cada caso.

- Si un triángulo es obtusángulo, ¿cuál es la clasificación de cada uno de sus ángulos?
- ¿Qué tipo de triángulo es aquel en el que sus ángulos miden 85° , 92° y 3° ?

Reflexiono

- ¿Pudiste clasificar triángulos? Explica tus procedimientos.



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 74 a la 75.

Construcción de triángulos

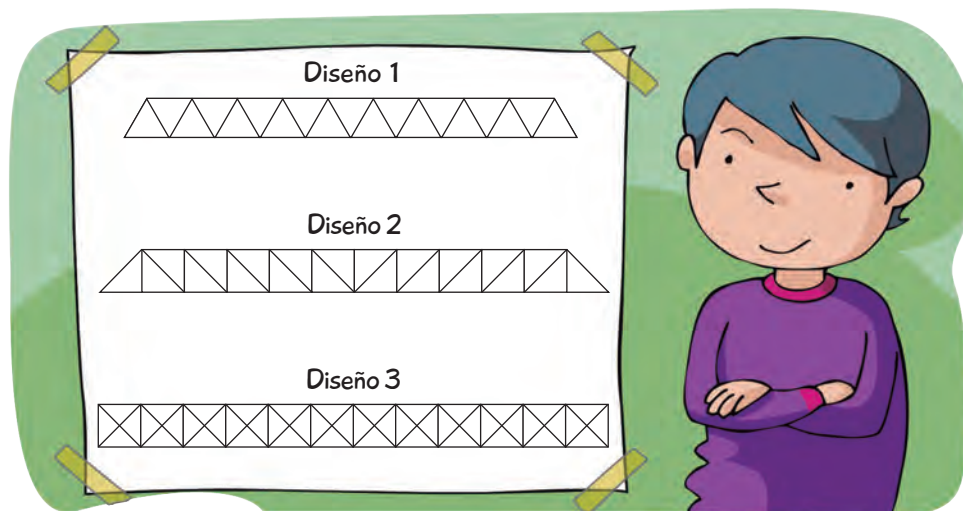
Exploro

Atención

Una viga de celosía está conformada por un cordón superior, un cordón inferior y un sistema de barras que los conectan. Algunas de las ventajas que tienen estas vigas son, por ejemplo, su bajo peso y su liviandad visual.

Fuente: <http://www.arquitecturaenacero.org/>

Francisco quiere hacer una maqueta de un puente utilizando distintas vigas de celosía.



- Remarca un triángulo en cada diseño y clasifícalo según la medida de sus lados y de sus ángulos interiores.



→ _____



→ _____



→ _____



¿Qué datos necesitarías conocer para construir el diseño 3 con palitos de maqueta?

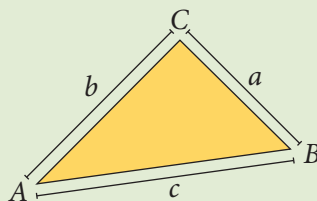
- Francisco quiere construir el diseño 1 con palitos de maqueta, en el que los lados de cada triángulo midan 3 cm. ¿Qué estrategia utilizarías para construir el diseño de Francisco? Explica.

Ya sabes clasificar los triángulos según la medida de sus lados y según la medida de sus ángulos. Ahora aprenderás a construirlos dadas algunas de sus medidas. Resuelve las actividades utilizando **diversas estrategias** y usando **material concreto**.

Aprendo

Para **construir un triángulo** se debe cumplir que la suma de las medidas de dos lados tiene que ser mayor que la medida del tercer lado. Esto se conoce como **desigualdad triangular**.

$$\begin{aligned} a + b &> c \\ a + c &> b \\ b + c &> a \end{aligned}$$



Ejemplo 1

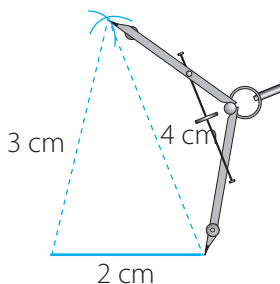
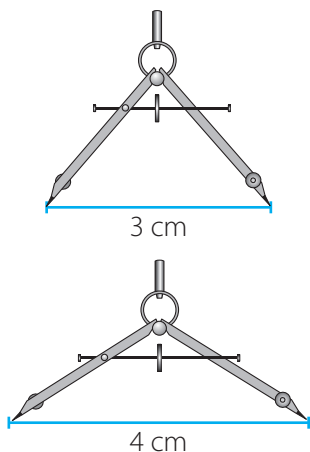
Construye utilizando regla y compás un triángulo cuyos lados midan 2 cm, 3 cm y 4 cm.

¿Cómo lo hago?

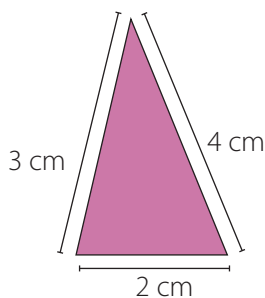
- 1 Traza un segmento de 2 cm.



- 2 Con el compás, traza un arco de amplitud 3 cm desde un extremo del segmento ya dibujado de 2 cm. Luego, traza otro arco de amplitud 4 cm desde el otro extremo del segmento.



- 3 Marca con un punto la intersección de los dos arcos y únelo con los extremos del segmento inicial.



¿Cuál es la clasificación de este triángulo según la medida de sus lados? ¿Y según la de sus ángulos?

Ejemplo 2

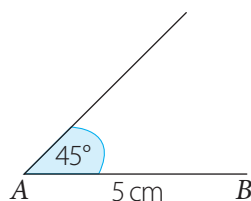
Construye un triángulo en el que dos de sus ángulos midan 45° y 60° y que el lado que comparten mida 5 cm.

¿Cómo lo hago?

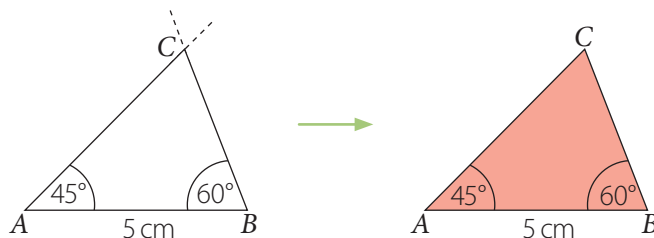
- 1 Traza un segmento $\overline{AB}$ de 5 cm.



- 2 En el punto A construye con el transportador un ángulo de 45° .



- 3 En el punto B construye un ángulo de 60° y marca el punto de intersección entre los segmentos. Llámalo C .



¿Cuánto mide el otro ángulo del triángulo?
¿Podría haber tenido otra medida? Comenta con tus compañeros y compañeras.

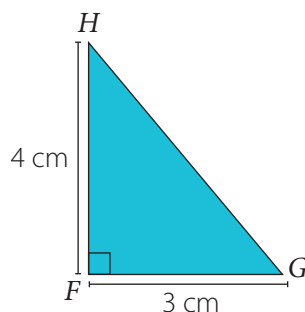
Ejemplo 3

Construye un triángulo en el que dos de sus lados midan 3 cm y 4 cm y el ángulo entre ellos mida 90° .

- 1 Traza un segmento $\overline{FG}$ de 3 cm.



- 2 En el punto F construye un ángulo de 90° . Luego, mide 4 cm desde F y define el punto H . Luego, une H con G .



Atención

En la página 77 de tu cuaderno de ejercicios podrás encontrar actividades para construir triángulos utilizando un software educativo.

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.



1. Reúnete con un compañero o una compañera y realicen lo siguiente.

- Dibujen y recorten los siguientes rectángulos de 1 cm de ancho.

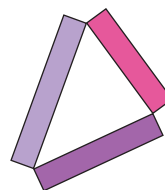
Rectángulo *A* de
4 cm de largo.

Rectángulo *B* de
10 cm de largo.

Rectángulo *C* de
15 cm de largo.

Rectángulo *D* de
20 cm de largo.

- Construyan triángulos con los rectángulos que se indican, como se muestra en la imagen. Luego, respondan.
 - Rectángulo *B*, rectángulo *C* y rectángulo *D*.
 - Rectángulo *C*, rectángulo *D* y rectángulo *A*.
 - Rectángulo *A*, rectángulo *B* y rectángulo *C*.
 - ¿Pudieron construir todos los triángulos? ¿Por qué?



2. En cada caso construye un triángulo dadas las siguientes medidas.

- Dos lados de 10 cm y el otro de 4 cm.
- Un lado de 6 cm, otro de 8 cm y un ángulo de 30° .
- Un lado de 5 cm, otro de 9 cm y un ángulo de 45° .

3. Analiza si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica en cada caso.

- Dadas 3 longitudes, siempre es posible construir un triángulo.
- En un triángulo, al lado de mayor longitud se opone el ángulo de mayor medida.

4. Diseña una estrategia y construye los siguientes triángulos.

- Un triángulo equilátero de lado 6 cm.
- Un triángulo isósceles de lado basal 3 cm y dos ángulos de 50° .
- Un triángulo escaleno donde uno de sus ángulos mida 60° .

Reflexiono

- ¿Qué medidas debes conocer para poder construir un triángulo?

- ¿En qué casos no puedes construir un triángulo? Explica y da un ejemplo.

- ¿Qué estrategias utilizaste para construir triángulos? Compáralas con las de un compañero o una compañera.



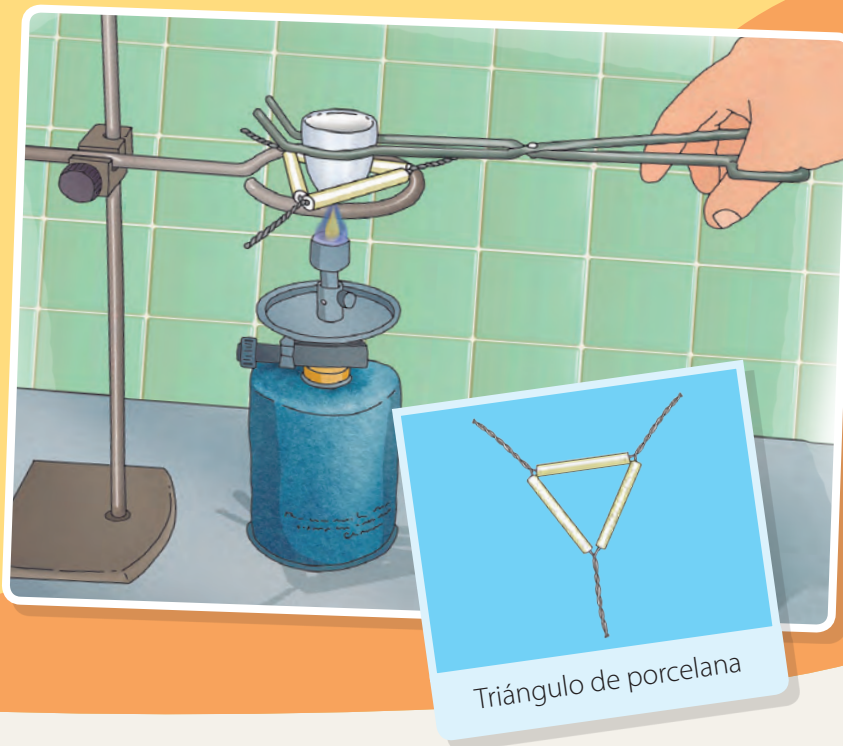
Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 76 a la 77.

Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en este tema.

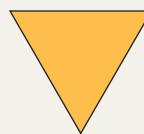
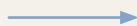
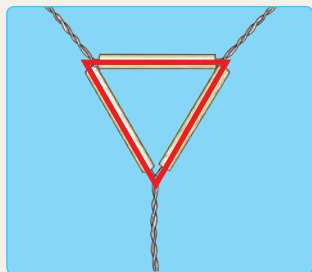
El triángulo de porcelana es un instrumento de laboratorio utilizado en procesos de calentamiento de sustancias. Cumple el rol de soporte para los crisoles (recipientes) que deben ser calentados.

El triángulo de porcelana se apoya sobre una argolla metálica sujeta a un soporte y bajo esta, un mechero que aplica calor sobre el crisol.

*Fuente: Manual de técnicas de laboratorio químico.
Rubén Darío Osorio Giraldo.
Universidad de Antioquia, 2009.*



1. ¿Con qué tipo de triángulo puedes asociar el triángulo de porcelana según la medida de sus lados y la de sus ángulos? (2 puntos)
2. A partir del siguiente triángulo, que se relaciona con el triángulo de porcelana, realiza lo siguiente. (1 punto cada una)



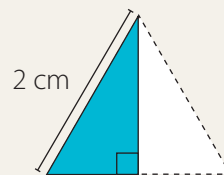
- a. Divide el triángulo de modo que obtengas dos triángulos rectángulos.
- b. ¿De cuántas maneras lo puedes dividir?
- c. Según la medida de sus lados, ¿cómo se clasifica el triángulo rectángulo que obtuviste?
- d. ¿Puedes dividir el triángulo de modo que obtengas un triángulo obtusángulo? Explica tu respuesta.

3. Analiza la siguiente información y luego realiza las actividades. (1 punto cada una)

Miguel dice que un triángulo en el que dos de sus lados miden 4 cm y el ángulo entre esos lados mide 80° tiene la misma forma que el triángulo de porcelana.

- ¿Está en lo correcto Miguel? Justifica.
- Construye el triángulo que indica Miguel y comprueba tu respuesta anterior.
- ¿Es posible construir un triángulo como el que indica Miguel cuyo tercer lado mida 8 cm?

4. Construye un triángulo rectángulo como el de la imagen, generado al dividir un triángulo de 2 cm de lado con la forma del triángulo de porcelana. Explica tu procedimiento. (3 puntos)



Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1 y 2	Clasificar triángulos según la medida de sus lados y de sus ángulos.		Logrado: 8 puntos o más.
3 y 4	Construir triángulos según la medida de sus lados y de sus ángulos.		Medianamente logrado: 6 a 7 puntos. Por lograr: 5 puntos o menos.
Total →			

¡Muy bien! Ya realizaste las actividades y terminaste el Tema 2.
Ahora analiza el progreso de tu trabajo en esta unidad.

Reflexiono

- Lo que te planteaste mejorar en la página 159 del Tema 1 para cumplir tu meta, ¿te funcionó?
- ¿Utilizaste la estrategia que diseñaste al inicio del tema (página 161)? ¿Cuáles otras usaste?
- ¿Qué podrías mejorar en las siguientes clases? Remarca el o los recuadros.

Escuchar el razonamiento de mis compañeros y compañeras.

Ser ordenado en mi trabajo.

Ser más creativo o creativa al resolver problemas.

Otro(s): _____

Triángulos y cuadriláteros

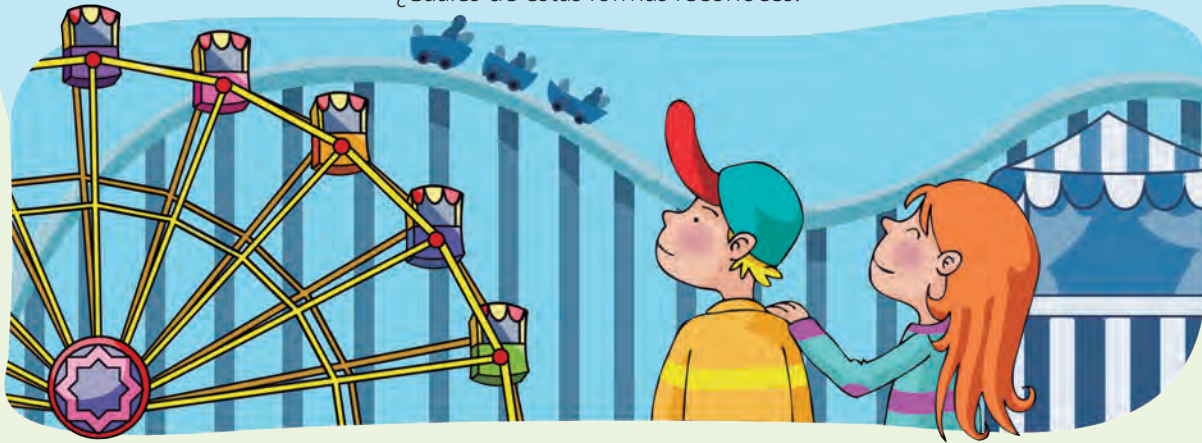
En esta sección recordarás lo que has estudiado en años anteriores y diseñarás una estrategia para desarrollar el Tema 3.

Recuerdo lo que sé

Observa la siguiente imagen y desarrolla las actividades.

Javiera y Daniel están en un parque de diversiones. Ambos notan que muchas de las figuras formadas por las estructuras de los juegos las han visto en clases de Matemática.

¿Cuáles de estas formas reconoces?



1. Completa con los siguientes términos.

ángulos

grados

tres

cuadriláteros

Los triángulos son figuras geométricas compuestas por _____ lados y tres _____, los cuales se miden en _____.
Los _____ se caracterizan por tener cuatro lados y cuatro ángulos.

2. Determina si cada ángulo es agudo, recto, obtuso o extendido y completa la justificación.

- Un ángulo que mide 45° es _____ porque _____.
- Un ángulo que mide 127° es _____ porque _____.
- Un ángulo que mide 180° es _____ porque _____.
- Un ángulo que mide 30° es _____ porque _____.
- Un ángulo que mide 90° es _____ porque _____.

Diseño mi estrategia

Observa la imagen y desarrolla las actividades.

1. Remarca en la imagen del parque de diversiones figuras que se relacionen con triángulos y con cuadriláteros.
2. Completa con la cantidad de lados, vértices y ángulos interiores de un triángulo.

Lados →

Vértices →

Ángulos interiores →

3. Completa con la cantidad de lados, vértices y ángulos interiores de un cuadrilátero.

Lados →

Vértices →

Ángulos interiores →

4. Dibuja un triángulo y un cuadrilátero que observes en tu entorno y marca sus ángulos interiores.

En diferentes construcciones puedes observar formas relacionadas con triángulos y cuadriláteros, por ejemplo, en edificios, en puentes o en la estructura de una montaña rusa.

Reflexiono

- Para resolver las actividades propuestas, ¿qué contenidos de años anteriores utilizaste?
- Escribe una **estrategia** que te permita relacionar los ángulos interiores de un triángulo y de un cuadrilátero con su cantidad de vértices.

En este tema trabajarás con los ángulos interiores de triángulos y cuadriláteros para que compruebes propiedades relacionadas con sus medidas.

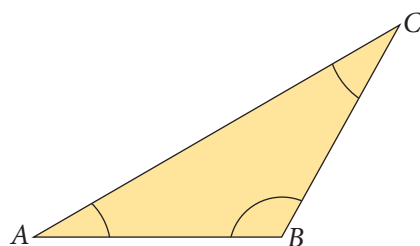
Ángulos interiores de un triángulo

Exploro

Javiera quiere subirse a un juego y al observarlo piensa en la forma que tiene. Ella lo relaciona con un triángulo y piensa en la medida que debe tener cada ángulo interior.



- Mide cada uno de los ángulos interiores con el transportador y luego anota cada medida.



$$m(\angle CBA) = \boxed{}$$

$$m(\angle ACB) = \boxed{}$$

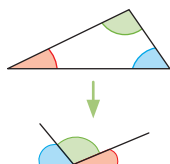
$$m(\angle BAC) = \boxed{}$$

- ¿Cuál es la suma de las medidas de los ángulos interiores del triángulo?

- ¿Crees que en todos los triángulos la suma de los ángulos interiores será la misma?
¿Por qué?



Dibuja un triángulo acutángulo, uno rectángulo y uno obtusángulo y recorta los ángulos interiores de cada uno. Luego, une los ángulos como se muestra.



¿Qué ángulos se forman? Compara con tus compañeros y compañeras.

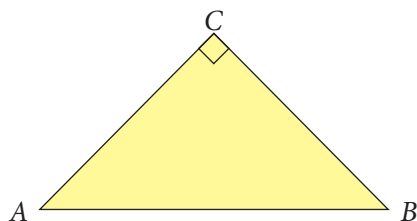
Ahora que ya sabes clasificar y construir triángulos, realizarás actividades relacionadas con los ángulos interiores de un triángulo. **Explora** diversas estrategias para resolver los problemas.

Aprendo

En todo **triángulo** se cumple que la suma de la medida de sus ángulos interiores es igual a 180° .

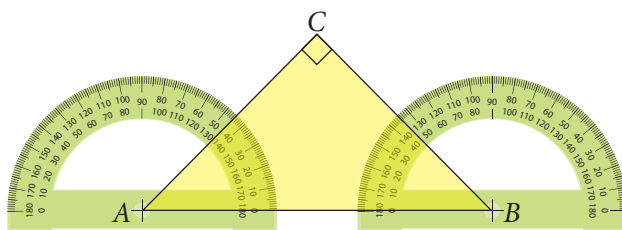
Ejemplo 1

Cristian ha construido el triángulo rectángulo ABC . ¿Cuánto suman las medidas de sus ángulos interiores?



¿Cómo lo hago?

- 1 El triángulo ABC tiene un ángulo recto en el vértice C , es decir, $m(\angle ACB) = 90^\circ$. Luego, con un transportador mide los otros ángulos.



- 2 Suma la medida de los ángulos interiores.

$$m(\angle ACB) + m(\angle BAC) + m(\angle CBA) = 90^\circ + 45^\circ + 45^\circ = 180^\circ$$

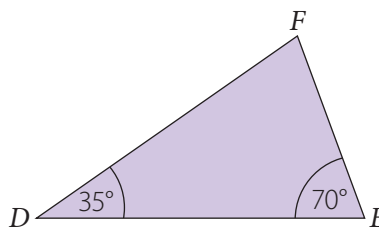
Ejemplo 2

En el triángulo DEF , ¿cuál es la medida del $\angle DFE$?

¿Cómo lo hago?

- 1 Como la suma de la medida de los ángulos interiores de un triángulo es 180° , puedes considerar lo siguiente.

$$m(\angle EDF) + m(\angle FED) + m(\angle DFE) = 180^\circ$$



- 2 Reemplazas en la expresión las medidas que se muestran en el triángulo y calculas el ángulo pedido.

$$35^\circ + 70^\circ + m(\angle DFE) = 180^\circ \quad \rightarrow 105^\circ + m(\angle DFE) = 180^\circ$$

$$\rightarrow m(\angle DFE) = 180^\circ - 105^\circ$$

$$\rightarrow m(\angle DFE) = 75^\circ$$

Por lo tanto, la medida del $\angle DFE$ es de 75° .

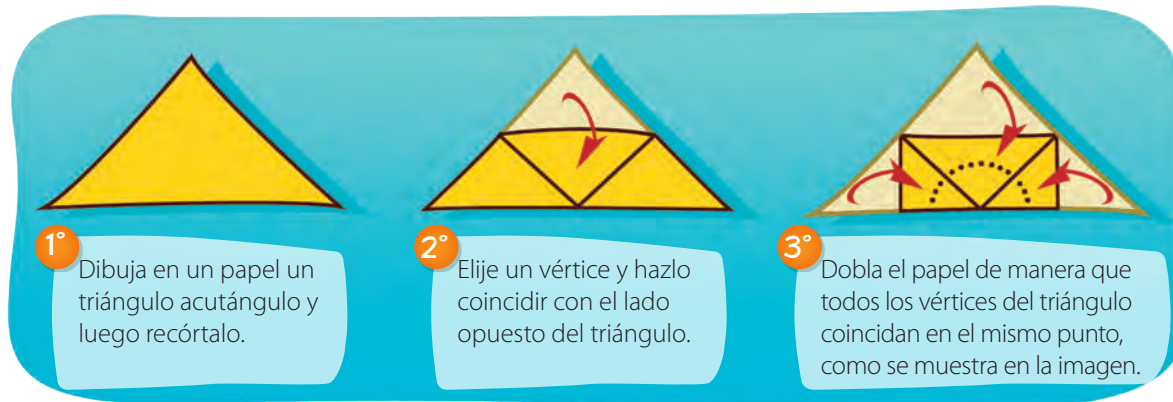
Habilidad

Cuando compruebas propiedades describiendo los procedimientos utilizados, estás desarrollando la habilidad de **argumentar** y **comunicar**.

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

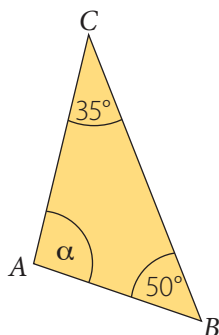
1. Reúnete con un compañero o una compañera y realicen la siguiente actividad. Luego, respondan.



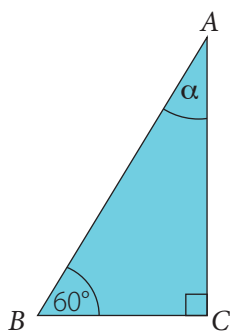
- ¿Cuánto suman los ángulos interiores del triángulo? ¿Cómo lo supieron?
- ¿Qué ocurre si eligen otro vértice en el paso 2? Expliquen y comprueben.
- ¿Ocurre lo mismo si realizan la actividad considerando un triángulo obtusángulo? ¿Por qué?

2. Calcula la medida del ángulo α en cada uno de los siguientes triángulos.

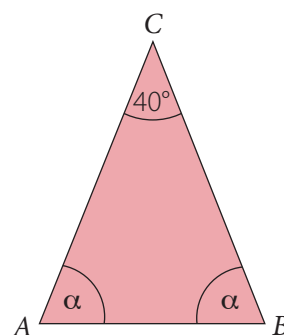
a.



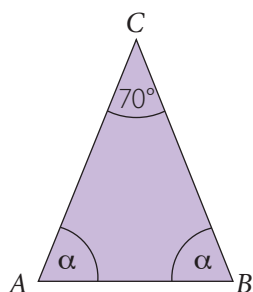
c.



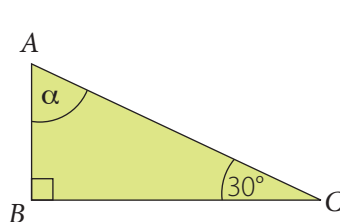
e.



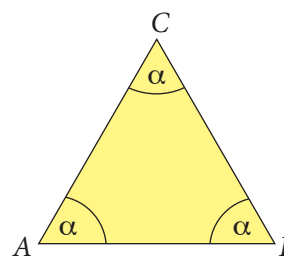
b.



d.

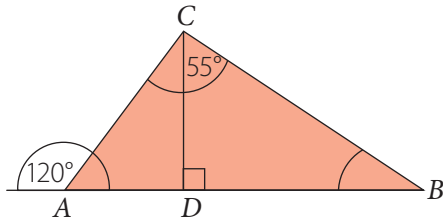


f.

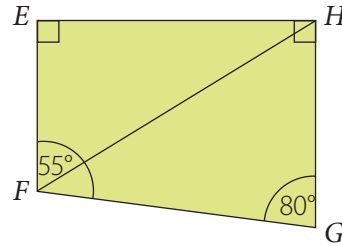


3. Observa cada polígono y luego calcula lo solicitado.

a. $m(\angle ACD) + m(\angle DAC) + m(\angle CBA)$



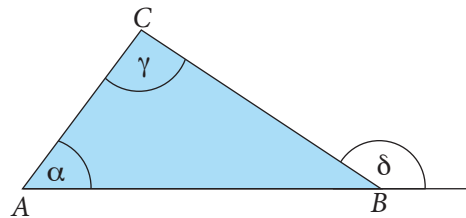
b. $m(\angle EHF) + m(\angle FHG) + m(\angle GFH)$



4. Analiza si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. Justifica en cada caso.

- Un triángulo puede tener dos ángulos rectos.
- En un triángulo equilátero cada ángulo interior mide 60° .
- Si dos ángulos de un triángulo miden 35° y 50° , entonces el otro ángulo mide 95° .
- La suma de la medida de dos ángulos interiores de un triángulo es siempre mayor que la medida del tercer ángulo.

5. Reúnete con un compañero o una compañera y respondan las siguientes preguntas a partir del triángulo ABC de la imagen. Luego, comparen y argumenten sus respuestas.



- Si $\alpha = 52^\circ$ y $\gamma = 35^\circ$, ¿cuál es el valor de δ ?
- Si $\gamma = 43^\circ$ y $\delta = 124^\circ$, ¿cuál es el valor de α ?
- Si $\delta = 142^\circ$ y $\alpha = 64^\circ$, ¿cuál es el valor de γ ?
- ¿Qué relación puedes establecer entre α , γ y δ ? Explica.

Reflexiono

- Para calcular la medida de los ángulos interiores de un triángulo, ¿qué estrategias utilizaste? Compáralas con las de tus compañeros y compañeras.
- ¿Cómo aclaraste las dudas que te surgieron al realizar las actividades? Explica.
- ¿Te gustó trabajar con material concreto en las actividades? ¿Por qué?



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 78 a la 79.

Ángulos interiores de un cuadrilátero

Exploro

Actitud

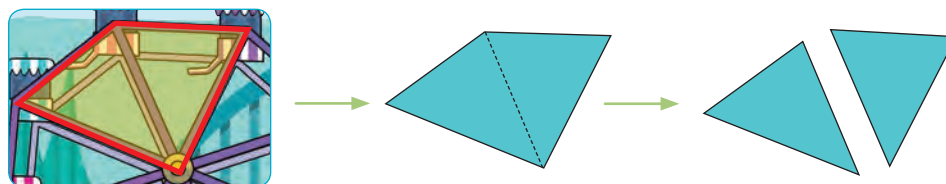
Aborda de manera flexible y creativa la búsqueda de las soluciones a problemas, por ejemplo, descomponer una figura en otras conocidas.

Daniel observa uno de los juegos del parque y recuerda que su profesora de Matemática les pidió que relacionaran figuras del entorno con cuadriláteros y que determinaran la suma de los ángulos interiores.



Para determinar lo pedido por la profesora, Daniel analiza el armazón del juego y piensa lo siguiente:

Si descompongo el cuadrilátero en 2 triángulos podré saber cuánto suman sus ángulos interiores tomando como referencia los ángulos de los triángulos.



- ¿Crees que es correcto el análisis de Daniel? Justifica y da un ejemplo.

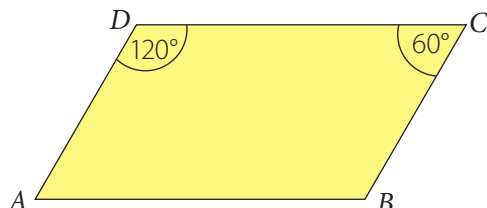
Ya aprendiste que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° . Ahora realizarás distintas actividades relacionadas con los ángulos interiores de un cuadrilátero. **Motivate y activa tu creatividad** al resolver los problemas.

Aprendo

Los **cuadriláteros** son polígonos de cuatro lados cuya suma de sus ángulos interiores es 360° .

Ejemplo 1

Constanza construyó el romboide $ABCD$ y en él anotó las medidas de dos ángulos. ¿Cuánto miden los otros ángulos interiores? ¿Cuánto es la suma de los ángulos interiores?



¿Cómo lo hago?

- 1 Utiliza el transportador para medir los ángulos CBA y BAD .

$$m(\angle CBA) = 120^\circ$$

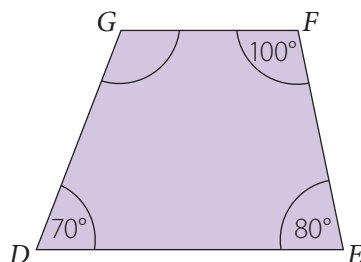
$$m(\angle BAD) = 60^\circ$$

- 2 Calcula la suma de los ángulos interiores.

$$m(\angle CBA) + m(\angle BAD) + m(\angle ADC) + m(\angle DCB) = 120^\circ + 60^\circ + 120^\circ + 60^\circ = 360^\circ$$

Ejemplo 2

En el trapecio $DEFG$, ¿cuánto es la medida del $\angle DGF$?



- 1 La suma de la medida de los ángulos interiores de cualquier cuadrilátero es 360° .

- 2 Considera la expresión:

$$m(\angle EDG) + m(\angle FED) + m(\angle GFE) + m(\angle DGF) = 360^\circ$$

- 3 Remplaza en la expresión las medidas que se muestran en el trapecio.

$$70^\circ + 80^\circ + 100^\circ + m(\angle DGF) = 360^\circ \quad \rightarrow 250^\circ + m(\angle DGF) = 360^\circ$$

$$\rightarrow m(\angle DGF) = 360^\circ - 250^\circ$$

$$\rightarrow m(\angle DGF) = 110^\circ$$

Por lo tanto, la medida del $\angle DGF$ es 110° .

Atención

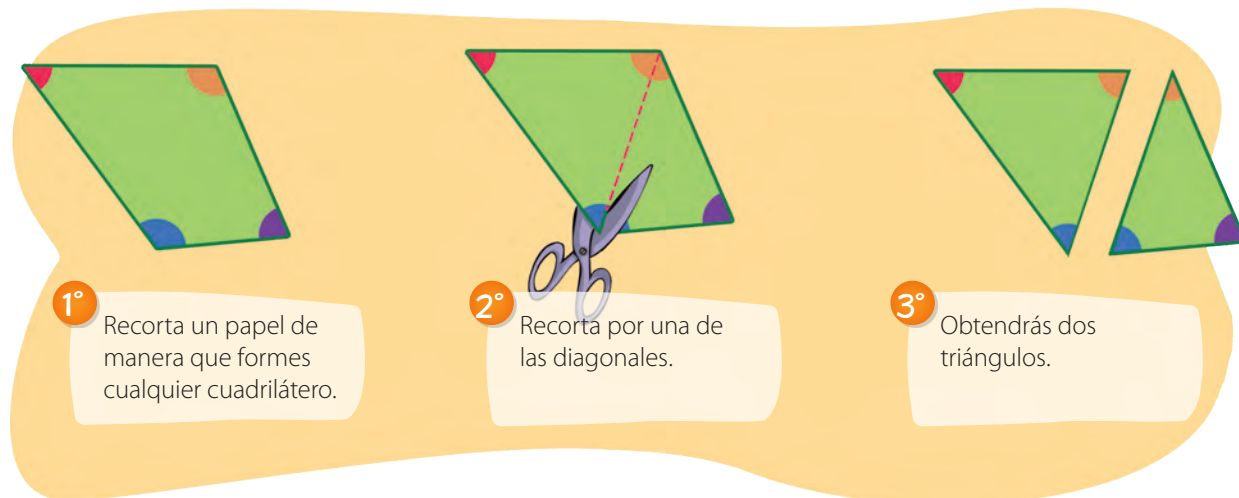
Los cuadriláteros se clasifican en:

- **Paralelogramo:** sus lados opuestos son paralelos.
- **Trapecio:** tiene dos lados opuestos paralelos.
- **Trapezoide:** no tiene lados paralelos.

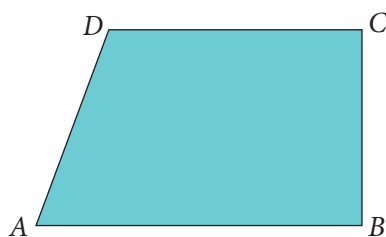
Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Realiza la siguiente actividad y luego responde.

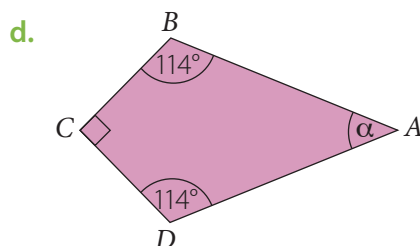
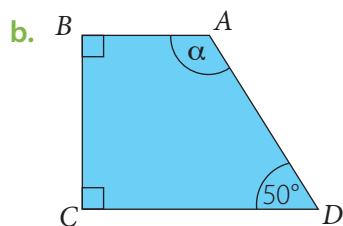
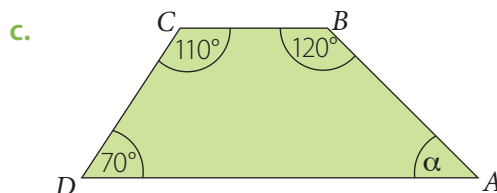
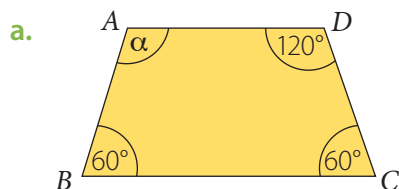


- ¿Cuánto suman las medidas de los ángulos interiores de cada triángulo?
 - A partir de la suma de los ángulos interiores de los triángulos. ¿Cuánto suman los ángulos interiores del cuadrilátero?
2. Mide con el transportador cada uno de los ángulos interiores del cuadrilátero $ABCD$. ¿Cuánto suman los ángulos interiores?



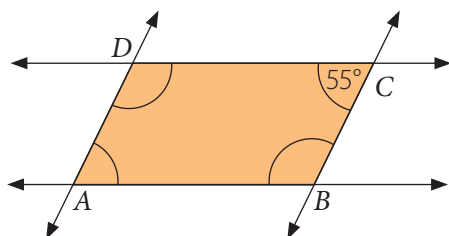
3. Analiza si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. Justifica en cada caso.
- Un cuadrilátero siempre tiene un ángulo recto.
 - Las medidas de los ángulos interiores de un cuadrilátero pueden ser 100° , 65° , 84° y 110° .
 - Las medidas de los ángulos interiores de un cuadrado y un rectángulo son diferentes.
 - En un paralelogramo no pueden ser obtusángulos todos los ángulos interiores.
 - Si las medidas de 3 ángulos interiores de un trapecioide son 110° , 64° y 92° , el otro ángulo necesariamente debe ser obtuso.

4. Calcula la medida de α en cada cuadrilátero según corresponda.

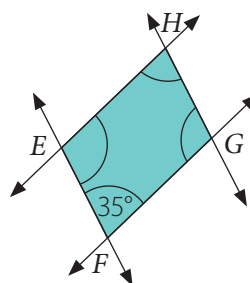


5. Cada cuadrilátero se ha formado trazando rectas paralelas, calcula la medida de todos sus ángulos interiores.

a. $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ y $\overrightarrow{DA} \parallel \overrightarrow{CB}$

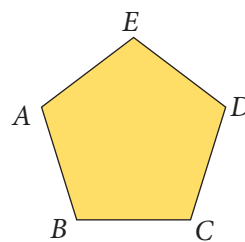


b. $\overrightarrow{EF} \parallel \overrightarrow{HG}$ y $\overrightarrow{HE} \parallel \overrightarrow{GF}$



6. Reúnete con un compañero o una compañera y respondan las siguientes preguntas. Luego, comparen lo obtenido y argumenten sus respuestas.

- Traza una diagonal desde el vértice D . Escribe los polígonos que se forman.
- ¿Cuánto suman las medidas de los ángulos interiores de cada polígono que se forma?
- A partir de lo obtenido, ¿cuánto suman las medidas de los ángulos interiores del pentágono $ABCDE$? ¿Sucederá lo mismo en cualquier pentágono? Argumenta tu respuesta.



Reflexiono

- ¿Qué estrategia utilizaste para calcular la medidas de los ángulos interiores de un cuadrilátero? Explica.
- ¿Qué pasos seguiste para resolver problemas? Escríbelos.



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 80 a la 81.

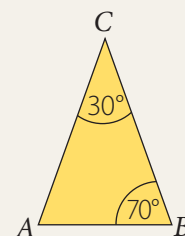
Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en este tema.

Salir de vacaciones es una oportunidad para compartir experiencias con la familia, pasar tiempo juntos y divertirse, sin importar el destino que se elija.

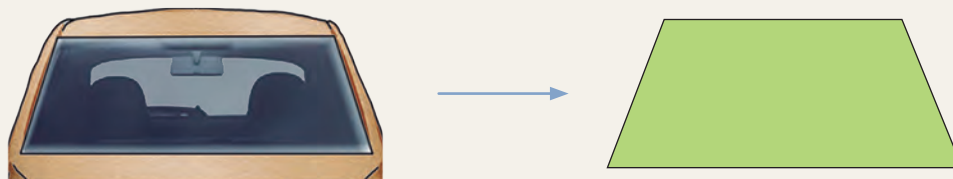
Leonardo va de vacaciones con su familia y luego de recorrer diferentes lugares, deciden quedarse en una casa cuya forma les llamó la atención.



- Leonardo relacionó el frontis de la casa con un triángulo, cuyos ángulos de la base tienen igual medida, y lo dibujó en un papel. ¿Es correcto el dibujo de Leonardo? ¿Por qué? (2 puntos)

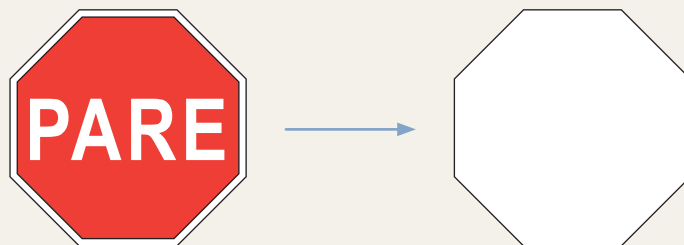


- Leonardo observa el automóvil y aprecia que la forma del parabrisas se parece a un trapecio. Utilizando un transportador, ayuda a Leonardo y calcula la medida de cada ángulo interior. ¿Cuánto suman? (2 puntos)



- Crea** un problema respecto de cada uno de los siguientes contenidos y cuyo contexto se relacione con la situación inicial. Luego, resuélvelo. (2 puntos cada uno)
 - Suma de los ángulos interiores de un triángulo.
 - Suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero.

4. Leonardo ve un disco pare cerca del lugar y observa que su forma se relaciona con un octágono. Él quiere saber cuánto es la suma de las medidas de los ángulos interiores del octágono. (3 puntos cada una)



- ¿Cómo calcularías la suma utilizando triángulos?
- ¿Cómo calcularías la suma utilizando cuadriláteros?



Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1, 3a y 4a	Comprender que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180°.		Logrado: 9 puntos o más.
2, 3b y 4b	Comprender que la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es 360°.		Medianamente logrado: 7 a 8 puntos. Por lograr: 6 puntos o menos.
Total →			

¡Muy bien! Ya realizaste las actividades y terminaste el Tema 3.
Ahora, analiza el progreso de tu trabajo en esta unidad.

Reflexiono

- Al desarrollar el tema, ¿qué dificultades tuviste?

- ¿Utilizaste la estrategia que diseñaste al inicio del tema (página 171)? ¿Cuáles otras usaste?

- ¿Qué te propones mejorar para cumplir tu meta?

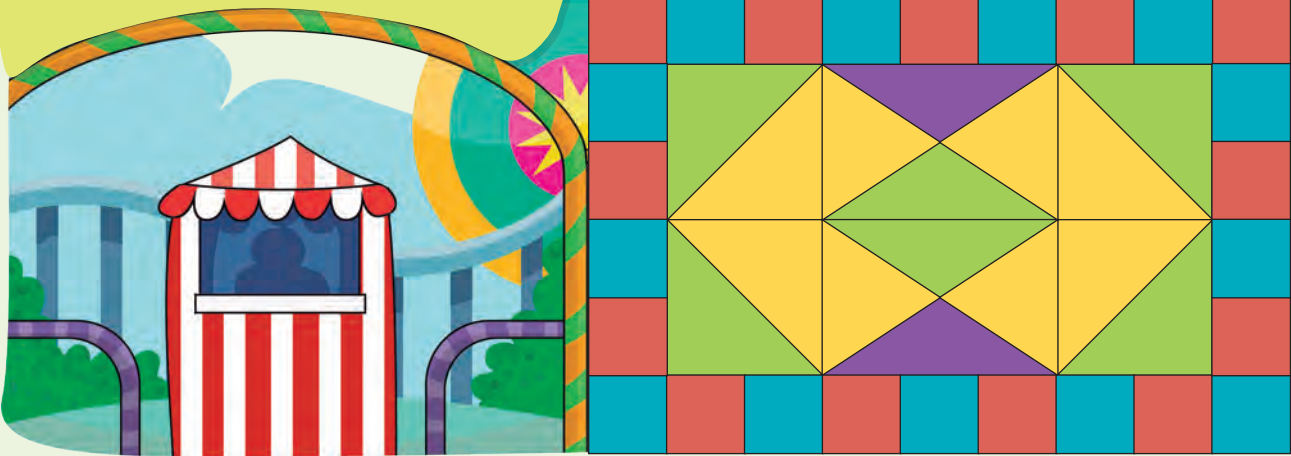
- ¿Crees que abordaste los problemas con flexibilidad? ¿Qué podrías mejorar?

En esta sección recordarás lo que has estudiado en años anteriores y diseñarás una estrategia para desarrollar el Tema 4.

Recuerdo lo que sé

Observa la siguiente imagen y desarrolla las actividades.

En la entrada de un parque hay un mural como el que se muestra en la imagen.



1. Completa con los siguientes términos.

rotación

triángulos equiláteros

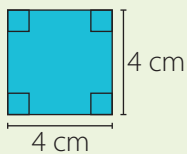
traslación

cuadrados

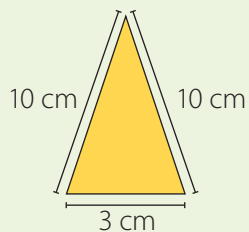
El mural del parque está formado por polígonos regulares, como los _____ y los _____ y por polígonos irregulares, como los triángulos rectángulos e isósceles. Además, con los triángulos y los cuadrados se puede crear el diseño mediante la aplicación de transformaciones isométricas como reflexión, _____ y _____.

2. Determina si cada una de las siguientes figuras es un polígono regular o un polígono irregular.

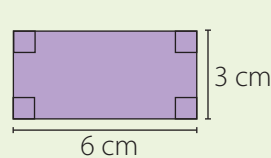
a.



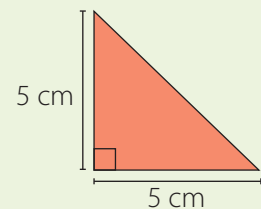
b.



c.



d.



Diseño mi estrategia

Observa la imagen y desarrolla las actividades.

1. Escribe las figuras con las que puedes relacionar los diseños de la imagen.

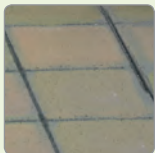
a.



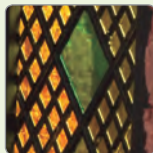
c.



b.



d.



2. Nombra dos elementos presentes en tu entorno en los que puedas observar diseños como los anteriores.

3. ¿Qué transformaciones isométricas puedes aplicar a una figura para formar los diseños?

Reflexiono

- Al desarrollar las actividades, ¿qué conceptos relacionados con geometría no recordabas o no conocías?

- Escribe tu **estrategia** para responder preguntas como la de la actividad 3.

En este tema aplicarás transformaciones isométricas para que realices teselados en el plano y crees tus propios diseños.

Transformaciones isométricas

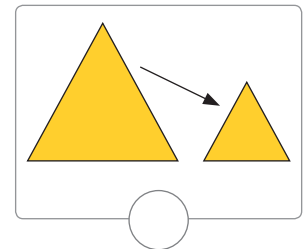
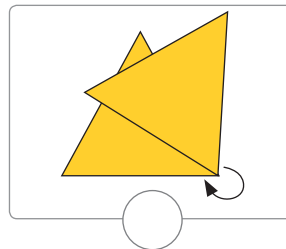
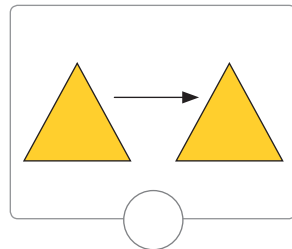
Exploro

Nicolás se subirá a un tren que realiza un paseo alrededor del parque de diversiones.



- ¿Qué movimiento realiza el tren? ¿Y el torniquete? Explica.

- ¿Con qué representación puedes asociar el movimiento del tren? Marca con un ☒.



- ¿Con qué otros juegos o elementos de una ciudad puedes relacionar estos movimientos? Comenta con tus compañeros y compañeras.

¿Recordabas la rotación, traslación y reflexión de figuras geométricas? Ahora aprenderás más acerca de la aplicación de las transformaciones isométricas en figuras. Es importante que comuniques tus conclusiones e ideas de forma **respetuosa**.

Aprendo

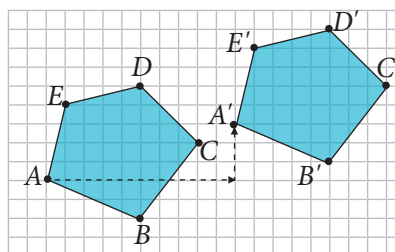
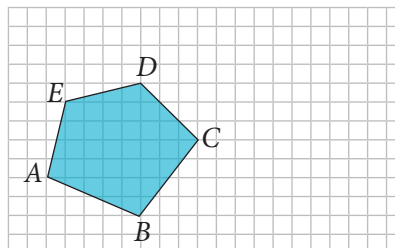
Las **transformaciones isométricas** son movimientos que se aplican a una figura plana y que no alteran su forma ni su tamaño. En una **traslación** se desplaza una figura y en una **rotación** se gira según un centro de rotación y un ángulo.

Ejemplo 1

Traslada el polígono $ABCDE$ 10 unidades a la derecha y 3 unidades hacia arriba. Considera que en la cuadrícula, la medida del lado de cada cuadrado corresponde a una unidad.

¿Cómo lo hago?

- 1 Elige un vértice de la figura, por ejemplo, A .
- 2 Cuenta 10 cuadrados hacia la derecha, luego 3 hacia arriba y marca el nuevo punto. En este caso A' .
- 3 Repite el procedimiento con los demás vértices y dibuja el nuevo polígono trasladado, $A'B'C'D'E'$.

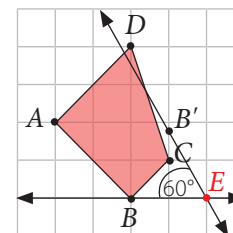
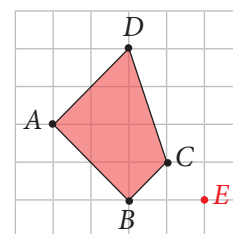
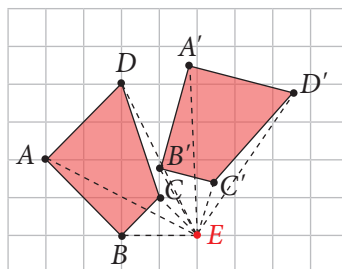


Ejemplo 2

Rota el polígono $ABCD$ en 60° con sentido horario y centro de rotación el punto E .

¿Cómo lo hago?

- 1 Traza una recta desde un vértice de la figura, por ejemplo B , al centro de rotación (punto E).
- 2 A partir de esa recta, mide con el transportador un ángulo de 60° grados y dibuja la recta correspondiente. Luego, mide la distancia desde el punto B al punto E .
- 3 Copia esta distancia sobre la nueva recta y tendrás el punto B' , que corresponderá a la rotación de B .
- 4 Repite este procedimiento con cada vértice de la figura y dibuja el polígono rotado, $A'B'C'D'$.



Atención

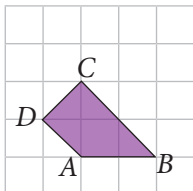
A la figura resultante de una transformación isométrica se le llama **figura imagen**.

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

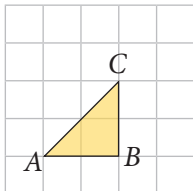
1. Traslada las siguientes figuras según lo solicitado.

a.



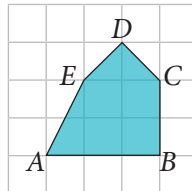
2 unidades hacia la derecha y 3 unidades hacia arriba.

b.



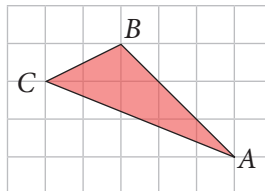
4 unidades hacia la izquierda y 3 unidades hacia abajo.

c.



5 unidades hacia arriba y 7 hacia la izquierda.

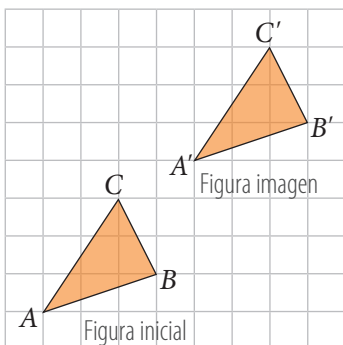
d.



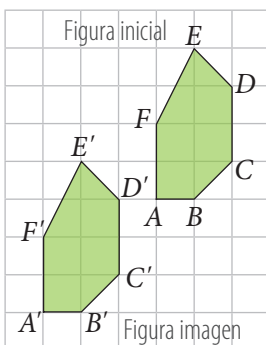
7 unidades hacia arriba, 2 hacia la derecha y 3 hacia abajo.

2. Describe los movimientos que se efectuaron a cada polígono para obtener la figura imagen.

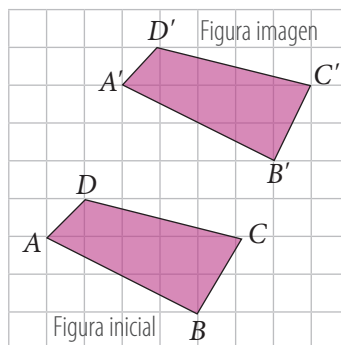
a.



b.

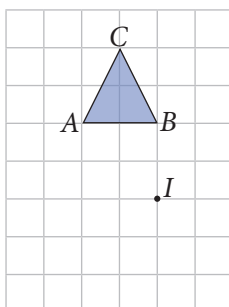


c.



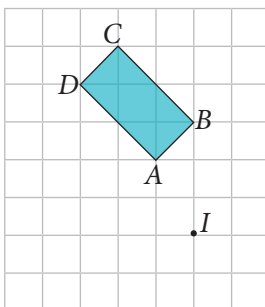
3. Rota las siguientes figuras según lo pedido en cada caso y considera como centro de rotación el punto I.

a.



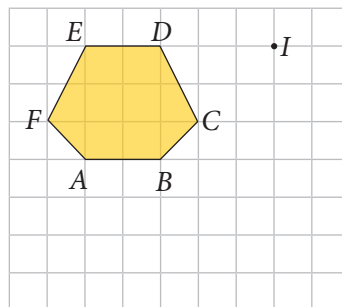
Ángulo de rotación de 30° en sentido horario.

b.



Ángulo de rotación de 30° en sentido antihorario.

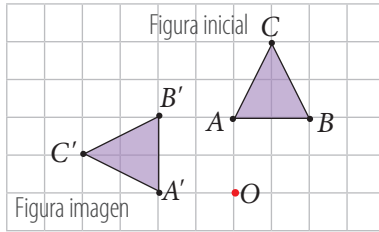
c.



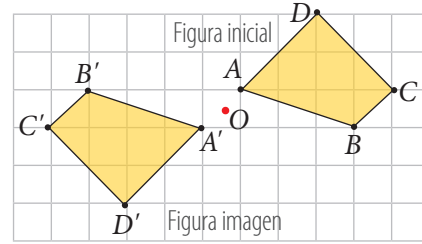
Ángulo de rotación de 90° en sentido horario.

4. Determina el ángulo de rotación con centro en O aplicado a las siguientes figuras. Luego, reúnete con un compañero o una compañera y explícale tu estrategia. Evalúen en conjunto cuál es la más adecuada.

a.

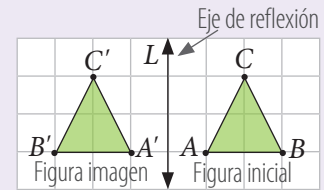


b.

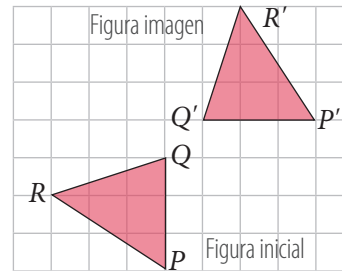
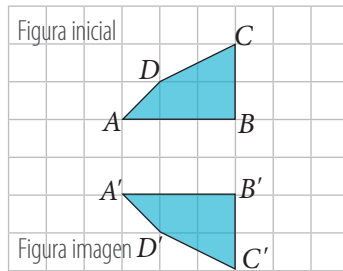


5. Analiza la siguiente información y luego realiza las actividades.

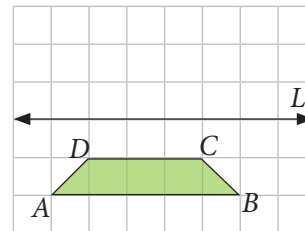
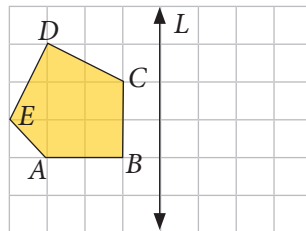
En una **reflexión**, se asigna a cada punto A de la figura inicial un punto A' de la figura imagen y la distancia de cada uno de estos puntos al **eje de reflexión** es la misma.



- a. Traza el eje de reflexión en cada caso.



- b. Dibuja la figura imagen según el eje de reflexión L .



Reflexiono

- ¿Qué transformación isométrica te produjo mayor dificultad aplicar? ¿Por qué?
- ¿Escuchaste las ideas de tus compañeros y compañeras de forma respetuosa? ¿Cómo lo sabes?

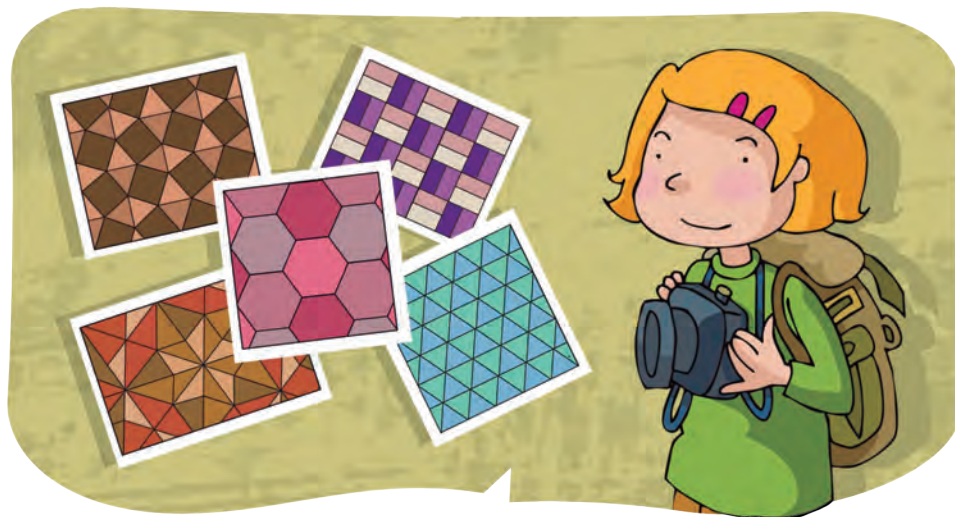


Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 82 a la 83.

Teselaciones

Exploro

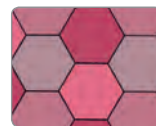
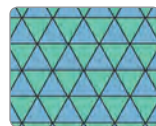
Laura está paseando por la ciudad y ha sacado fotografías a los diseños de algunas paredes y pisos que le han llamado la atención.



Atención

Un **polígono regular** es aquel que tiene todos sus ángulos interiores de igual medida y sus lados de igual longitud. De lo contrario, el polígono se clasifica como **irregular** o **no regular**.

- ¿Qué figuras geométricas observas en cada una de las fotografías? Escribe si corresponden a polígonos regulares o no regulares.



Visita la Web

Maurits Cornelis Escher es un artista que utiliza patrones de figuras que cubren una superficie plana sin superponer las figuras ni dejar espacios libres entre ellas. Para conocer más sobre Escher visita el sitio web: <http://www.mcescher.com/>

- ¿Qué características puedes observar en los diseños de las imágenes? Comenta con tus compañeros y compañeras.

¿Lograste identificar las figuras de las fotografías? Ahora podrás realizar teselaciones mediante la aplicación de transformaciones isométricas a diferentes figuras. ¡Activa tu creatividad para crear los mejores diseños!

Aprendo

Una **teselación** es el recubrimiento o embaldosamiento de una superficie plana, sin dejar espacios ni sobreponer figuras.

- Teselaciones **regulares**: cubren (embaldosan) un plano utilizando solo polígonos regulares.
- Teselaciones **semirregulares**: se construyen combinando dos o más polígonos regulares.
- Teselaciones **no regulares**: están formadas solo por polígonos irregulares.

Atención

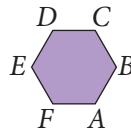
Los polígonos con los que se puede realizar una **teselación regular** son el **cuadrado**, el **triángulo equilátero** y el **hexágono regular**.

Ejemplo 1

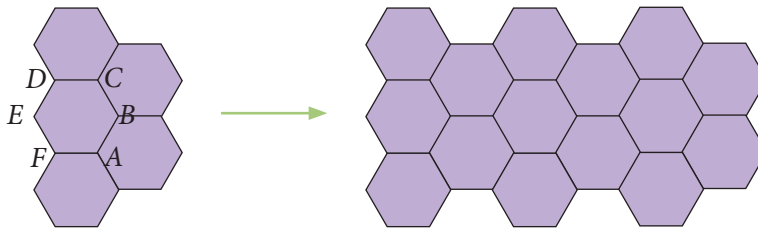
Realiza una teselación con hexágonos regulares aplicando transformaciones isométricas.

¿Cómo lo hago?

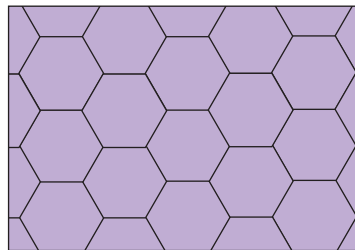
- 1 Dibuja un hexágono regular $ABCDEF$.



- 2 Aplica reflexiones respecto de los segmentos $\overline{FA}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{CD}$. Luego, traslada la figura obtenida. Las transformaciones isométricas las puedes construir con regla y compás.



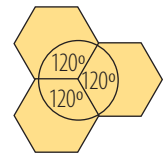
- 3 Así, sigue aplicando transformaciones isométricas hasta cubrir por completo el plano.



Esta teselación corresponde a una teselación regular, ya que se utilizó solo hexágonos regulares.

Atención

En cada punto donde concurren los vértices de las figuras, la suma de los ángulos interiores debe ser igual a 360° .



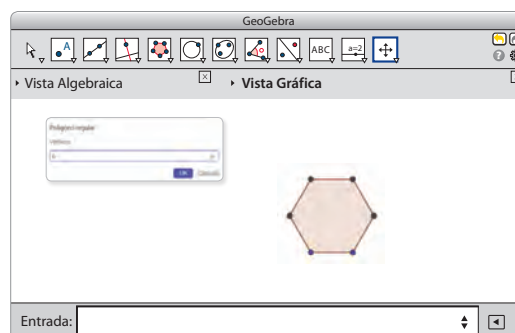
¿A qué tipo de teselaciones corresponden los diseños de las fotografías de la situación inicial de la página 188? Comenta con tus compañeros y compañeras.

Ejemplo 2

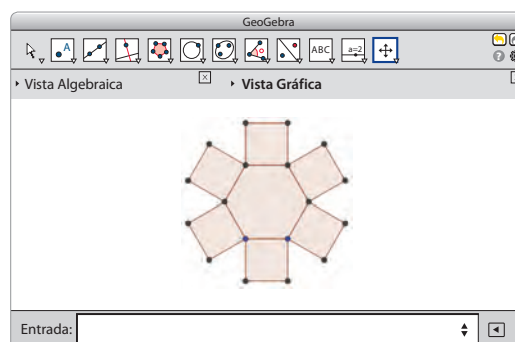
Utilizando el *software* Geogebra, realiza una teselación del plano con cuadrados, triángulos equiláteros y hexágonos regulares. Considera que los polígonos deben tener su lado de igual longitud.

¿Cómo lo hago?

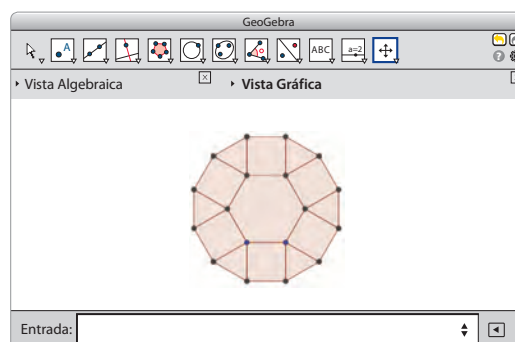
- 1 Construye un hexágono. Para ello, presiona el botón  y marca dos puntos. Cuando se abra la ventana emergente, ingresa la cantidad de vértices del polígono, en este caso 6.



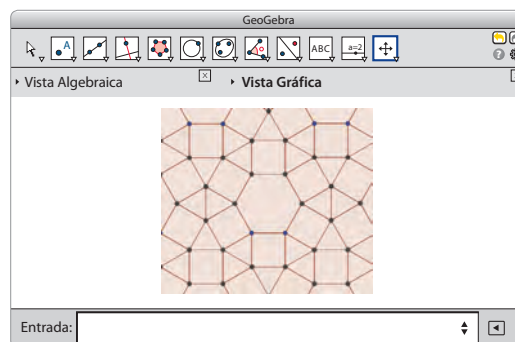
- 2 Sigue el proceso anterior y construye cuadrados sobre los lados del hexágono. Para ello, marca dos vértices consecutivos del hexágono y escribe 4 en la ventana emergente. Procede de forma similar hasta construir los 6 cuadrados.



- 3 Construye triángulos equiláteros entre los cuadrados. Para ello, marca dos vértices consecutivos del cuadrado, uno que esté sobre el hexágono y otro que no lo esté, y escribe 3 en la ventana emergente. Procede de forma similar hasta completar los espacios que hay entre los cuadrados.



- 4 Continúa teselando el plano construyendo triángulos equiláteros, cuadrados y hexágonos con sus lados de igual longitud.



Nota: la aplicación GeoGebra (www.geogebra.org), creada por Markus Hohenwarter, fue incluida en este texto con fines de enseñanza y a título meramente ejemplar.

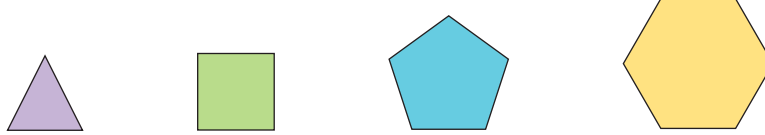
¿Cómo puedes comprobar que las figuras utilizadas tienen sus lados de igual longitud?

¿Podrías haber teselado el plano con otro diseño utilizando las mismas figuras?

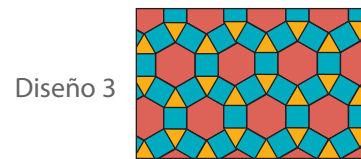
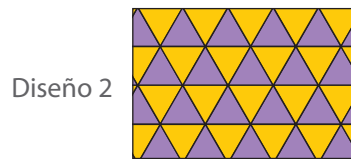
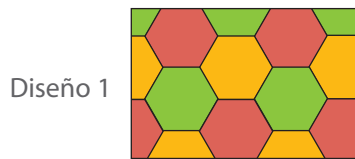
Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Observa los siguientes polígonos regulares y realiza las actividades.



- a. Encierra los polígonos con los que no es posible teselar el plano. ¿Cómo lo supiste?
 - b. ¿Es posible hacer un teselado con el hexágono y el triángulo si sus lados son de igual longitud?
 - c. ¿Es posible hacer un teselado con el cuadrado y el pentágono si sus lados son de igual longitud?
 - d. Justifica tus respuestas construyendo los teselados con regla y compás.
 - e. ¿Qué transformaciones isométricas puedes identificar en tus diseños?
2. **Artes Visuales** Un grupo de artistas está trabajando en un nuevo diseño para las ventanas de una construcción. Ellos han propuesto los siguientes:



- a. ¿Qué figuras observas en los diseños? ¿Son polígonos regulares o irregulares?
 - b. ¿Qué tipo de teselados observas en los diseños?
3. Realiza los siguientes teselados.
 - a. Teselación semirregular utilizando el *software* Geogebra.
 - b. Teselación con triángulos equiláteros aplicando transformaciones isométricas.
 4.  Reúnete con un compañero o una compañera y dibujen dos o más polígonos en cartulinas de distinto color, recórtelos y péguenlos en otra cartulina para formar un teselado.
 - a. ¿Qué tipo de teselado realizaron? ¿Cómo pueden comprobar que corresponde a una teselación?
 - b. ¿Qué transformaciones isométricas pueden identificar en su teselación?

Reflexiono

- ¿Qué características tiene una teselación regular?
- ¿Crees que fuiste creativo o creativa al realizar teselaciones? ¿Cómo te das cuenta de esto?



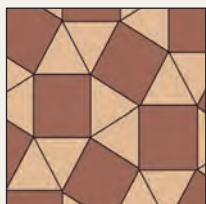
Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 84 a la 85.

Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en este tema.

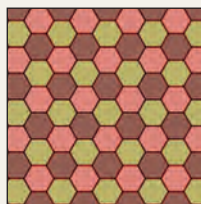


1. Marca con distinto color en cada diseño las figuras que lo forman y escribe si corresponden a polígonos regulares o a polígonos no regulares. (2 puntos cada uno)

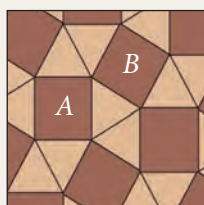
a.



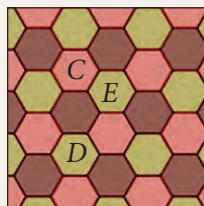
b.



2. Explica cómo se puede comprobar que los diseños corresponden a teselaciones. (2 puntos)
3. ¿A qué tipo de teselación corresponde cada diseño? Justifica. (2 puntos)
4. En el diseño que se muestra a continuación, ¿qué transformación isométrica se puede aplicar al polígono A para obtener el B? (2 puntos)



5. En el siguiente diseño, si se aplica una reflexión al polígono *E*, ¿qué polígono se podría obtener? Remárcalo. ¿Qué transformación isométrica se puede aplicar al polígono *C* para obtener el *D*? (4 puntos)



6. La señora Viviana quiere ver más opciones antes de elegir un diseño para su piso. **Crea** uno realizando una teselación regular y otro diseño con una teselación semirregular. Explica tu estrategia. (4 puntos)



Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
4 y 5	Reconocer y aplicar transformaciones isométricas.		Logrado: 11 puntos o más.
1, 2 y 3	Reconocer teselados regulares y semirregulares.		Medianamente logrado: 9 a 10 puntos.
6	Realizar teselados regulares y semirregulares.		Por lograr: 8 puntos o menos.
		Total →	

¡Muy bien! Ya realizaste las actividades y terminaste el Tema 4.
Ahora, analiza el progreso de tu trabajo en esta unidad.

Reflexiono

- ¿Utilizaste la estrategia que diseñaste en la página 183 en la resolución de alguna de estas actividades?
¿Usaste otras?

- ¿Qué actividad te produjo mayor dificultad?

- ¿Qué te propones mejorar en las siguientes clases para cumplir tu meta?

- ¿Crees que fuiste ordenado u ordenada en los procedimientos que utilizaste para desarrollar las actividades?

En esta sección recordarás lo que has estudiado en años anteriores y diseñarás una estrategia para desarrollar el Tema 5.

Recuerdo lo que sé

Observa la siguiente imagen y desarrolla las actividades.

Diego y Margarita irán a comprar tela para regalarle unas cortinas a su abuela. Para ello, miden las ventanas que necesitan.

El largo de esta ventana es de 150 cm y el ancho, de 110 cm.



Y esta ventana mide 100 cm de largo y 90 cm de ancho.

1. Completa con los siguientes términos.

largo

rectángulo

área

ancho

Para saber cuánta tela deben comprar Diego y Margarita, deben calcular el _____ de las ventanas. Como estas tienen forma de _____, se calcula multiplicando la medida del _____ por la del _____.

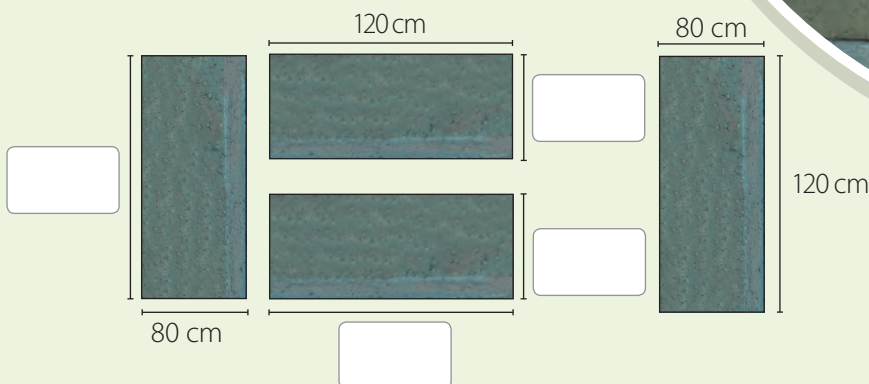
2. ¿Cuál es el área de cada ventana? ¿Qué unidad de medida utilizaste?

3. Si deben comprar 10 cm más de tela que el ancho de cada ventana y 20 cm más que el largo, ¿cuánta tela necesitan en total para las cortinas de ambas ventanas? Explica tu procedimiento.

Diseño mi estrategia

Observa la imagen y desarrolla las actividades.

- Gonzalo está a cargo del cuidado y mantención de la fuente y pintará las paredes exteriores. Para saber el área que debe pintar, realiza el siguiente esquema.



- Completa el esquema con las medidas que faltan.
- ¿Qué representa cada parte del esquema? ¿Con qué figura las puedes relacionar?

- ¿Cómo calcularías el área que debe pintar Gonzalo?

Reflexiono

- ¿Qué contenidos de años anteriores usaste para desarrollar las actividades?
-
- Escribe tu **estrategia** para calcular el área y el volumen de cuerpos geométricos relacionados con formas como la de la fuente.
-
-

En este tema trabajarás con cubos y paralelepípedos. Calcularás el área y el volumen de estos cuerpos geométricos y resolverás diversos problemas.

Redes de cubos y paralelepípedos

Exploro

A Claudia, en clase de Tecnología, le pidieron que construya una caja con forma de **paralelepípedo**.

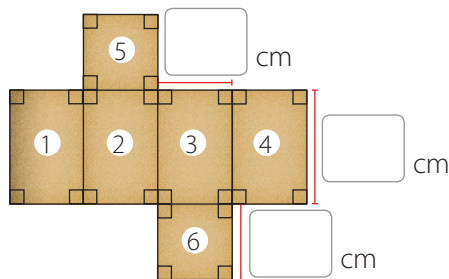


Atención

¿Por qué crees que se destacó la palabra **paralelepípedo**?

Recuerda que un paralelepípedo es un prisma limitado por seis paralelogramos, paralelos dos a dos. Sus caras opuestas tienen igual forma y tamaño.

- Completa el siguiente dibujo que representa las dimensiones de la caja.

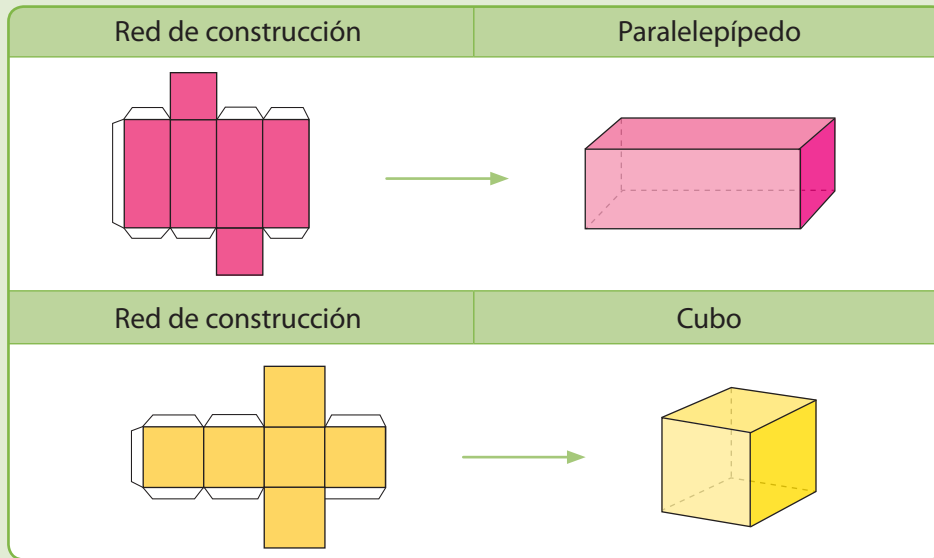


- Con este diseño, ¿Claudia podría construir la caja? ¿Por qué?
- ¿Qué forma tienen las figuras numeradas que componen el diseño?
- ¿Qué pares de figuras tienen igual forma y tamaño entre sí? Escríbelas.

¿Has armado antes una caja a partir de una red de construcción?
Ahora aprenderás a formar distintas plantillas que te ayudarán a armar cuerpos geométricos. Utiliza tu **creatividad** para resolver los distintos problemas.

Aprendo

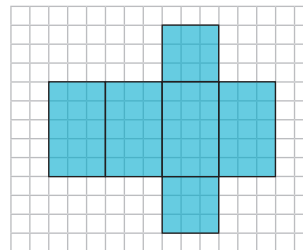
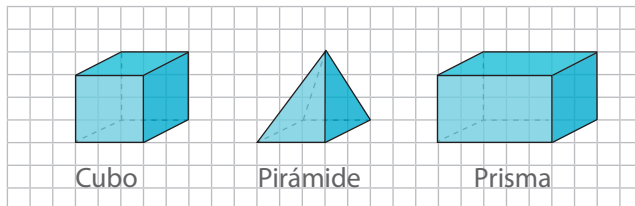
Distintos **cuerpos geométricos** (figuras 3D), y en particular los cubos y los paralelepípedos, se pueden construir a partir de dibujos que los representan en el plano (figuras 2D), denominados **redes de construcción**.



Ejemplo

Juan dibujó en su cuaderno la red de construcción de un cuerpo geométrico.

¿A cuál de los siguientes cuerpos representa?



¿Cómo lo hago?

- 1 Como la red de construcción que dibujó Juan está formada por rectángulos y cuadrados, es posible reconocer que de los cuerpos sugeridos hay algunos que no coinciden con esta descripción.
- 2 En el caso del cubo, sus 6 caras son iguales. Mientras que la pirámide tiene 4 caras triangulares y 1 cuadrada.
- 3 El cuerpo restante, que es un prisma, sí coincide con la red de construcción que dibujó Juan, ya que se compone de 2 caras cuadradas y 4 caras rectangulares.



¿A qué cuerpo geométrico representaría el diseño si el alto, el ancho y el largo midieran lo mismo? Dibújalo.

Atención

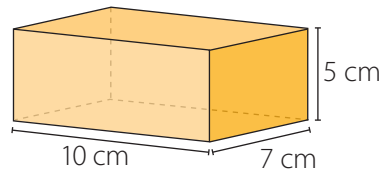
El **área** es la medida de la superficie de una figura o un cuerpo geométrico.

La **unidad de medida** básica es el metro cuadrado (m^2); sin embargo, también se puede expresar, por ejemplo, en centímetros cuadrados (cm^2).

Para calcular el **área** de un **cubo** o de un **paralelepípedo** puedes utilizar la red de construcción que lo representa. Para ello, calculas el área de cada uno de los paralelogramos que la forman y luego sumas todas las áreas.

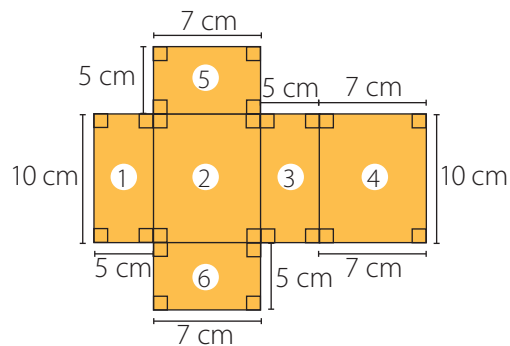
Ejemplo

Daniela está diseñando una caja con forma de paralelepípedo recto cuya base es rectangular, como el de la imagen. Para construirla dibujará la red correspondiente a su diseño. ¿Cómo será esa red? ¿Tendrá la misma área que el paralelepípedo?



¿Cómo lo hago?

- 1 Identifica las figuras que corresponden a las caras del paralelepípedo y dibuja la red de construcción que lo representa.



- 2 Calcula el área de la red del paralelepípedo.

- Las medidas de los rectángulos 1 y 3 son iguales, por lo que el área de ellos es:
 $2 \cdot (5 \cdot 10) \text{ cm}^2 = 2 \cdot 50 \text{ cm}^2 = 100 \text{ cm}^2$
- Las medidas de los rectángulos 2 y 4 son iguales, por lo que el área de ellos es:
 $2 \cdot (7 \cdot 10) \text{ cm}^2 = 2 \cdot 70 \text{ cm}^2 = 140 \text{ cm}^2$
- Las medidas de los rectángulos 5 y 6 son iguales, por lo que el área de ellos es:
 $2 \cdot (5 \cdot 7) \text{ cm}^2 = 2 \cdot 35 \text{ cm}^2 = 70 \text{ cm}^2$

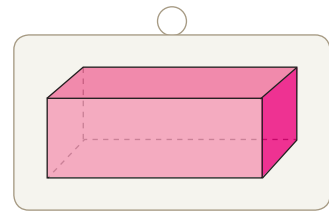
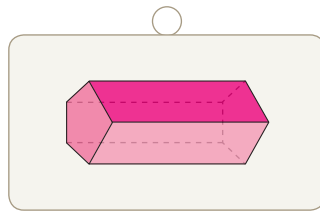
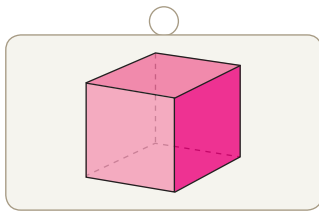
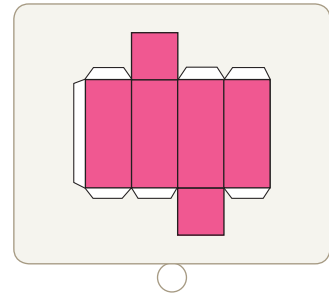
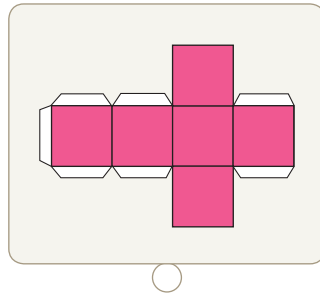
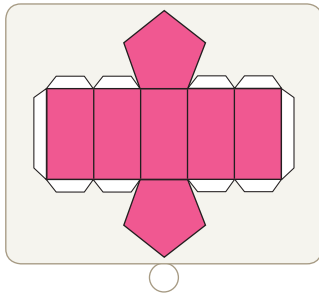
Luego, el área de la red es $(100 + 140 + 70) \text{ cm}^2 = 310 \text{ cm}^2$.

- 3 Para comprobar que las áreas son las mismas, puedes recortar la red y construir el paralelepípedo. Con esto verificarás que el área del paralelepípedo corresponde al área de la red de construcción que lo representa. ¡Inténtalo!

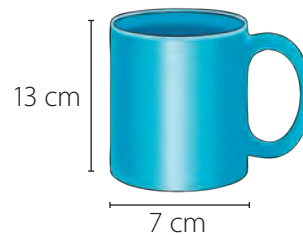
Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

- Dibuja la red asociada a los siguientes cuerpos geométricos. Luego, recórtalas y arma cada cuerpo geométrico.
 - Un cubo de 5 cm de lado.
 - Un paralelepípedo recto de base rectangular de largo 10 cm, ancho 8 cm y alto 4 cm.
 - Un paralelepípedo recto de base rectangular de largo 12 cm, ancho 5 cm y alto 2 cm.
- Une cada cuerpo geométrico con la red de construcción que lo representa.



- Reúnete con un compañero o una compañera y observen la siguiente imagen. Luego, realicen las actividades.
 - Diseñen un cubo y un paralelepípedo que se pudieran usar para guardar el tazón. ¿Cuál será mejor? Justifiquen.
 - Dibujen las redes correspondientes a sus diseños, recórtelas y construyan el cubo y el paralelepípedo. ¿Cambió su opinión respecto del envase más útil para el tazón? Argumenten su respuesta.



Reflexiono

- ¿Pudiste confeccionar redes asociadas a cubos? ¿Y asociadas a paralelepípedos?
- ¿Para qué crees que podrías utilizar lo que aprendiste?

Área de cubos y paralelepípedos

Exploro

Actitud

Cuando tengas ideas distintas a las de un amigo o amiga, expresa tus argumentos y escucha los suyos con respeto. De esa forma podrán llegar a una mejor solución.

Daniel y Carla están diseñando un envase para un producto y quieren elegir el que les genere menor consumo de material, para así lograr una mayor ganancia.



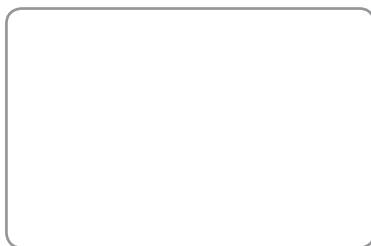
- ¿Qué debes calcular para saber en cuál de los diseños se necesita menos material?

Habilidad

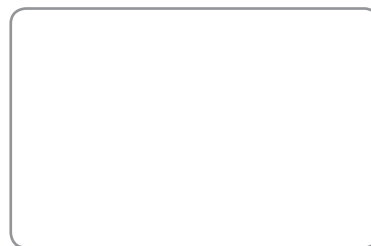
Cuando reconoces e identificas los datos esenciales de una situación, estás desarrollando la habilidad de **resolver problemas**.

- Dibuja la red de construcción que representa al cuerpo geométrico relacionado con cada diseño.

Diseño de Daniel



Diseño de Carla



- ¿Cuál de los dos diseños ocupa menos cartón en su confección? Explica.

Ahora aprenderás a determinar el área de cubos y paralelepípedos solo conociendo las medidas de sus aristas. Recuerda trabajar de manera **ordenada** al hacer tus cálculos y escribir tus procedimientos.

Aprendo

El **área de un cuerpo geométrico** corresponde a la suma de las áreas de todas sus caras.

Para calcular el **área de un cubo** multiplicas el área de una cara por 6, ya que tiene 6 caras cuadradas y todas son congruentes entre sí.

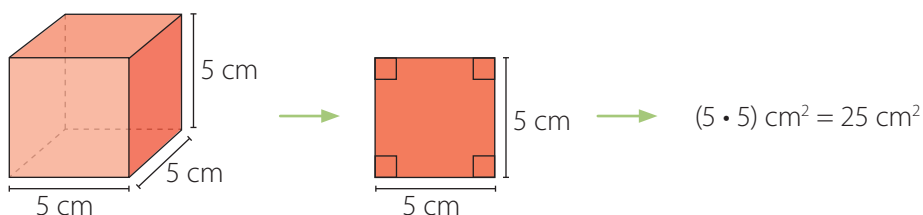
Para calcular el **área de un paralelepípedo**, calculas el área de cada una de sus caras y luego las sumas.

Ejemplo 1

Calcula el área de un cubo cuya arista mide 5 cm.

¿Cómo lo hago?

- 1 Calcula el área de una de las caras del cubo.



- 2 Calcula el área del cubo.

Multiplica el área de una cara por 6, ya que el cubo tiene 6 caras congruentes.

Luego, el área del cubo es $6 \cdot 25 \text{ cm}^2 = 150 \text{ cm}^2$.

Ejemplo 2

Determina la medida de las aristas de un cubo cuya área es 96 cm^2 .

¿Cómo lo hago?

- 1 Calcula el área de cada cara del cubo.

Al dividir el área del cubo por 6, obtienes el área de una cara.

$$(96 : 6) \text{ cm}^2 = 16 \text{ cm}^2$$

- 2 Determina la medida de los lados de una cara del cubo.

Como cada cara del cubo es un cuadrado, los lados miden 4 cm, ya que $(4 \cdot 4) \text{ cm}^2 = 16 \text{ cm}^2$.

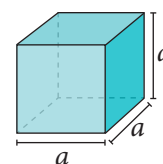
Luego, las aristas del cubo miden 4 cm.

Atención

Dos figuras son **congruentes** si tienen la misma forma y tamaño.

Atención

Para calcular el **área (A) de un cubo** cuya arista mide a , puedes considerar lo siguiente:



Área de una cara: $a \cdot a$

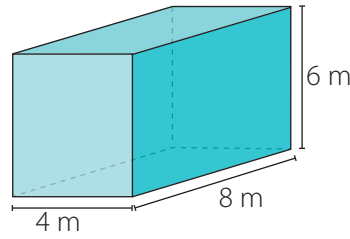
$$A = 6 \cdot a \cdot a$$

Uso de software

Ingresa a <http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/superficie/index.html> y podrás realizar actividades relacionadas con el cálculo de área utilizando un software educativo.

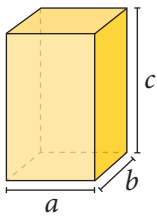
Ejemplo 3

¿Cuál es el área del siguiente paralelepípedo recto de base rectangular?



Atención

En un **paralelepípedo** recto de base rectangular cuyo largo mide a , el ancho b y el alto c , puedes calcular el **área** (A) considerando lo siguiente:



$$A = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b \cdot c + 2 \cdot a \cdot c$$

¿Cómo lo hago?

1 Identifica las caras de igual medida.

- 2 caras rectangulares de 6 m de ancho y 8 m de largo.
- 2 caras rectangulares de 4 m de ancho y 8 m de largo.
- 2 caras rectangulares de 4 m de ancho y 6 m de largo.

2 Calcula el área de las caras del paralelepípedo.

$$(6 \cdot 8) \text{ m}^2 = 48 \text{ m}^2 \rightarrow (2 \cdot 48) \text{ m}^2 = 96 \text{ m}^2$$

$$(4 \cdot 8) \text{ m}^2 = 32 \text{ m}^2 \rightarrow (2 \cdot 32) \text{ m}^2 = 64 \text{ m}^2$$

$$(4 \cdot 6) \text{ m}^2 = 24 \text{ m}^2 \rightarrow (2 \cdot 24) \text{ m}^2 = 48 \text{ m}^2$$

3 Suma las áreas obtenidas.

$$(96 + 64 + 48) \text{ m}^2 = 208 \text{ m}^2$$

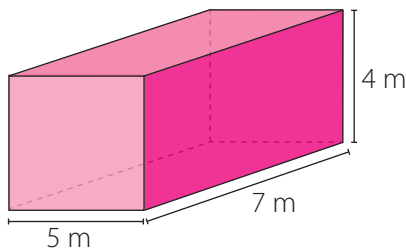
Luego, el área del paralelepípedo es 208 m^2 .

Practico

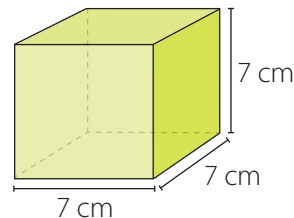
Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Calcula el área de los siguientes cuerpos geométricos.

a.



b.



2. Determina la medida de la arista de cada cubo dada su área (A).

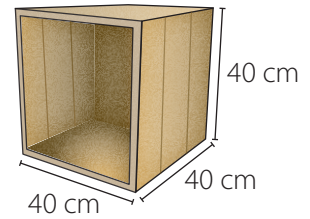
a. $A = 54 \text{ m}^2$

b. $A = 96 \text{ cm}^2$

c. $A = 216 \text{ mm}^2$

3. Resuelve los siguientes problemas.

- Jaime quiere pintar 20 contenedores, los cuales tienen forma de paralelepípedo recto. Él pintará la parte exterior, sin considerar la base ni la tapa. ¿Cuántos metros cuadrados deberá pintar si cada contenedor mide 1 m de largo, 1 m de ancho y 1,5 m de alto?
- Macarena armó un mueble ubicando 4 cubos de madera como los de la imagen, uno sobre otro, de manera que en la parte frontal quedaran espacios para guardar sus libros.
 - ¿Cuál será la altura del mueble?
 - Macarena quiere barnizar los costados y la parte superior del mueble. ¿Cuántos metros cuadrados barnizará?



4. Analiza si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Luego, compara tus respuestas con las de tus compañeros y compañeras y den un ejemplo en cada caso.

- Para calcular el área de un cubo, basta determinar el área de una de sus caras y multiplicar este resultado por 6.
- Si dos paralelepípedos tiene igual área, significa que tienen las mismas dimensiones.
- La red de construcción de un cubo está compuesta por 5 cuadrados.
- Un cubo y un paralelepípedo tienen la misma cantidad de aristas, vértices y caras.

5. **Ciencias Naturales** Analiza la siguiente información. Luego, realiza lo pedido.

Los envases de cartón se utilizan para almacenar diferentes líquidos y alimentos conservando sus propiedades. Además, son ligeros y no requieren refrigeración para la mantención del producto, lo que es un ahorro de energía importante para la sustentabilidad del planeta y lo mejor de todo, se pueden reciclar.

Busca productos en este tipo de envases y elige dos de distintos tamaños. Luego, mide las longitudes que se muestran en la imagen y determina cuánto material, aproximadamente, fue necesario para su elaboración.



Reflexiono

- ¿Qué pasos seguiste para calcular el área de un cubo? ¿Y la de un paralelepípedo?
- ¿Qué dificultades tuviste al desarrollar las actividades?
- ¿Expresaste tus ideas y escuchaste con respeto las opiniones de tus compañeros y compañeras?



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 88 a la 89.

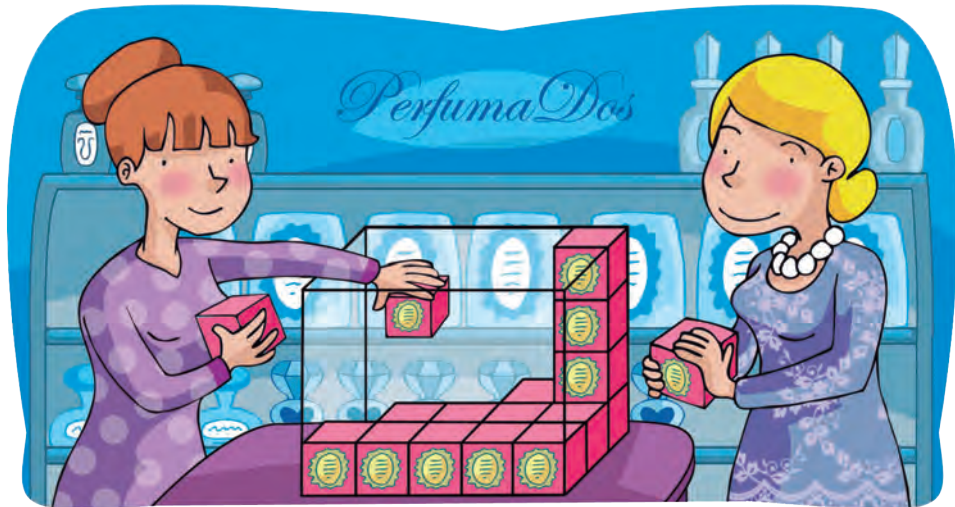
Volumen de cubos y paralelepípedos

Exploro

Actitud

En distintas situaciones de la vida se requiere realizar acciones de forma meticulosa y seguir métodos para solucionar ciertos problemas. Es importante que seas ordenado u ordenada en tu trabajo, pero sin dejar de explotar tu creatividad.

En una tienda venden perfumes al por mayor, cuyos envases tienen forma de cubo. Para distribuirlos, los guardan en cajas plásticas ubicándolos uno al lado del otro sin que queden espacios entre ellos.



- ¿Cuántos envases alcanzan en la base de la caja?

- ¿Cuántos envases alcanzan en el alto de la caja?

Uso de software

Ingresa a <http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/volumen/index.html> y podrás realizar actividades relacionadas con el cálculo de volumen utilizando un software educativo.

- Si cada envase de perfume mide 10 cm de largo, de ancho y de alto, ¿cuáles son las dimensiones de la caja?

- Explica el procedimiento que utilizaste para calcular las dimensiones de la caja.

- ¿Qué crees que significa calcular el volumen de un cuerpo geométrico? Comenta con tus compañeros y compañeras.

Ahora aprenderás a calcular el volumen de cubos y paralelepípedos, para saber, por ejemplo, cuántos envases de perfume caben en la caja. **Expresa tus ideas y potencia tu creatividad** al resolver los distintos problemas.

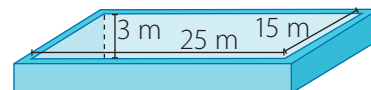
Aprendo

El **volumen** es la medida del espacio que ocupa un cuerpo. La unidad básica utilizada es el metro cúbico (m^3).

- Para calcular el **volumen** (V) de un **cubo** cuya arista mide a , multiplicas el área de la base por la altura, es decir, $V = a \cdot a \cdot a$.
- Para calcular el **volumen** (V) de un **paralelepípedo** recto de base rectangular cuyo largo mide a , el ancho mide b y la altura mide h , multiplicas el área de la base por la altura, es decir, $V = a \cdot b \cdot h$.

Ejemplo 1

Una piscina de 3 m de profundidad tiene forma de paralelepípedo recto de base rectangular con las dimensiones que se observan en la imagen. ¿Cuál es el volumen de agua que puede contener la piscina?



¿Cómo lo hago?

- 1 Calcula el área de la base de la piscina.

$$(25 \cdot 15) \text{ m}^2 = 375 \text{ m}^2$$

- 2 Multiplica el área de la base por la altura, la que corresponde a la profundidad de la piscina.

$$(375 \cdot 3) \text{ m}^3 = 1\,125 \text{ m}^3$$

Luego, la piscina puede contener $1\,125 \text{ m}^3$ de agua.

Ejemplo 2

Calcula el volumen de un cubo cuya área es 150 cm^2 .

¿Cómo lo hago?

- 1 Calcula el área de cada cara del cubo y determina la medida de las aristas.

$$(150 : 6) \text{ cm}^2 = 25 \text{ cm}^2 \rightarrow \text{Área de una cara}$$

Las aristas del cubo miden 5 cm, ya que $(5 \cdot 5) \text{ cm}^2 = 25 \text{ cm}^2$.

- 2 Calcula el volumen del cubo.

$$(25 \cdot 5) \text{ cm}^3 = 125 \text{ cm}^3$$

← Área de la base
↓
↓
→ Altura

Luego, el volumen del cubo es 125 cm^3 .



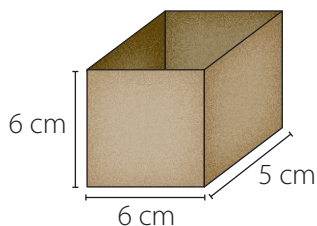
Si calculas el volumen (V) del cubo utilizando la expresión $V = a \cdot a \cdot a$, ¿obtienes el mismo resultado? Explica tu procedimiento.

Practico

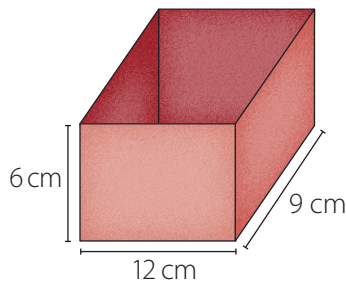
Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Determina la cantidad de cajas de 1 cm^3 que se necesitan para llenar los siguientes recipientes.

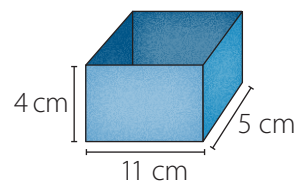
a.



b.

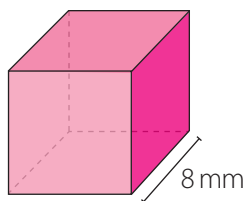


c.

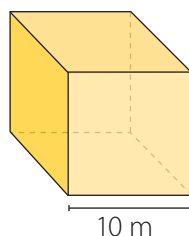


2. Calcula el volumen de los siguientes cubos y explica tu procedimiento.

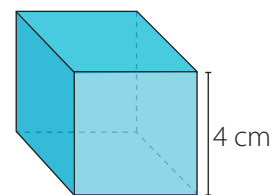
a.



b.



c.



3. Calcula el volumen de cada cubo según la característica dada.

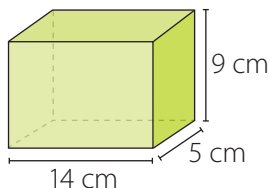
a. Sus aristas miden 12 mm.

b. El área es 150 cm^2 .

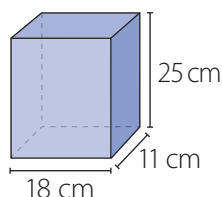
c. El área de cada cara es 49 m^2 .

4. Calcula el volumen de los siguientes paralelepípedos rectos.

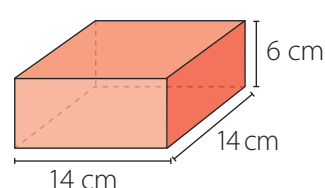
a.



b.



c.



5. Considera los cubos de área 6 cm^2 , 24 cm^2 , 54 cm^2 y 96 cm^2 . Luego, realiza las siguientes actividades y responde.

a. Determina la medida de las aristas de cada cubo.

b. Calcula el volumen de cada cubo.

c. ¿Cómo varía el área de un cubo si la medida de su arista se duplica?

d. ¿Cómo varía el volumen de un cubo si la medida de su arista se duplica?

e. ¿Observas alguna regularidad entre las áreas de los cubos y la medida de sus aristas? ¿Y con el volumen?

Habilidad

Cuando identificas regularidades y usas simbología matemática para expresarlas, estás desarrollando la habilidad de **modelar**.

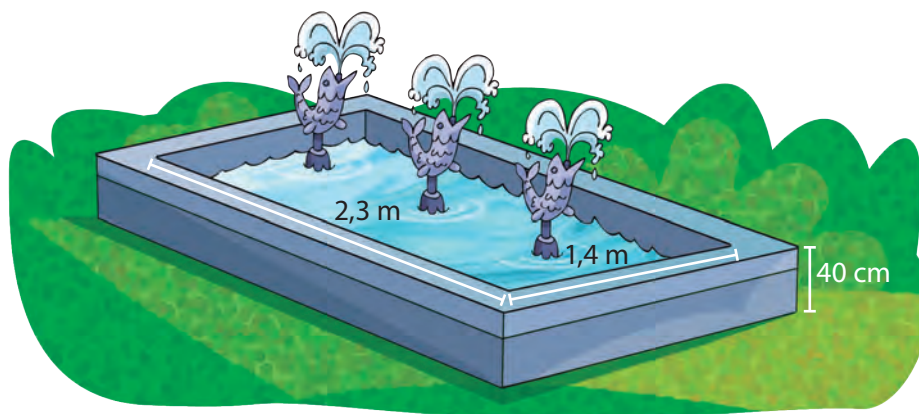
6. Verifica si cada afirmación es verdadera o falsa. Justifica en cada caso.

- a. Si dos cubos tienen el mismo volumen, entonces sus aristas miden lo mismo.
- b. Un cubo y un paralelepípedo pueden tener igual volumen.
- c. Calcular el volumen de un cubo equivale a multiplicar tres veces por sí misma la medida de su arista.
- d. El área de un paralelepípedo se puede obtener sumando la medida de su largo, de su ancho y de su alto.
- e. El volumen de un paralelepípedo se obtiene calculando su área basal y multiplicando este resultado por la altura.



7. Reúnete con un compañero o una compañera y realicen las siguientes actividades.

- a. Escriban 3 objetos presentes en su entorno que tengan forma similar a un cubo o a un paralelepípedo. Elijan uno de ellos y creen un problema relacionado con el cálculo del volumen. Luego, resuélvanlo.
- b. Un paralelepípedo recto de base rectangular mide a cm de largo, b cm de ancho y c cm de alto. ¿Cómo varía el volumen si su largo y ancho se mantienen y su altura se triplica?
- c. En la siguiente imagen se muestra una fuente cuya forma se relaciona con la de un paralelepípedo.



¿Cuántos cm^3 de agua puede contener la fuente como máximo? ¿Cómo lo calcularon?

Reflexiono

- ¿Qué estrategia utilizaste para calcular el volumen de un cubo y de un paralelepípedo?
- ¿Tuviste dudas con los conceptos? ¿Las pudiste aclarar?
- ¿Qué pasos seguiste para resolver los problemas? Escríbelos.



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 90 a la 91.

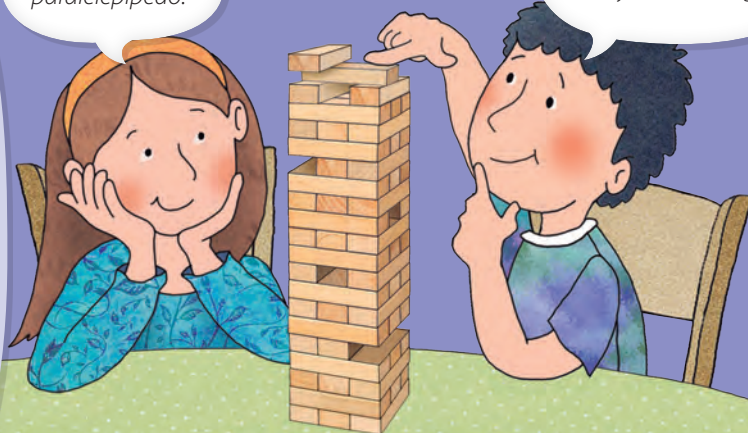
Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en este tema.

Los juegos, además de entretener, influyen en el aprendizaje y en la adaptación social. Muchos juegos pueden ser educativos y ayudan a desarrollar las capacidades motoras, mentales y sensoriales. Javiera y Pablo están desarrollando un juego que consiste en ir sacando cada uno de los bloques y ubicarlos en la parte superior sin que se desmorone la torre.

Fuente: Educrea.
Disponible en <http://educra.cl/>

Los bloques tienen forma de paralelepípedo.

Sí, y cada uno mide 3 cm de ancho, 2 cm de alto y 9 cm de largo.



1. Dibuja la red de construcción asociada a un bloque del juego y calcula su área. (2 puntos)

2. Antes de comenzar el juego, Javiera y Pablo arman una torre como la que se muestra en la imagen. (1 punto cada una)

- Dibuja la red que representa al paralelepípedo relacionado con la torre de la imagen.
- ¿Cuál es el área de la red?



3. Javiera y Pablo perdieron la caja en la que venía el juego, por lo que quieren construir una que tenga dimensiones similares a las de la torre armada. Para la base de la caja aumentarán 1 cm por lado y 2 cm en la altura respecto de las medidas de la torre. ¿Cuánto material necesitarán? Explica tu procedimiento. (3 puntos)

4. Si se ubican los bloques siguiendo la misma estructura hasta formar 6 niveles, ¿cuál es el área del cuerpo geométrico asociado a la torre? (2 puntos)

5. ¿Cuál es el volumen de un bloque del juego? (1 punto)

6. ¿Cuál es el volumen de la torre antes de comenzar el juego? (1 punto)

7. Javiera y Pablo han jugado 4 turnos, es decir, han sacado 4 bloques que ubicaron encima de la torre, como se muestra en la imagen. ¿Cuál es el volumen de la torre ahora? Justifica tu respuesta. (3 puntos)



Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1 y 2	Calcular el área de redes asociadas a paralelepípedos y cubos.		Logrado: 9 puntos o más.
3 y 4	Calcular el área de cubos y paralelepípedos.		Medianamente logrado: 7 a 8 puntos.
5, 6 y 7	Calcular el volumen de cubos y paralelepípedos.		Por lograr: 6 puntos o menos.
		Total →	

¡Muy bien! Ya realizaste las actividades y terminaste el Tema 5.
Ahora, analiza el progreso de tu trabajo en esta unidad.

Reflexiono

- ¿Qué dificultades tuviste al desarrollar las actividades?

- ¿Utilizaste la estrategia que diseñaste al inicio del tema (página 195)? ¿Cuáles otras usaste?

- ¿Crees que al trabajar de manera ordenada se facilita la resolución de los problemas?

- ¿Qué pasos seguiste para resolver los problemas? Escríbelos.

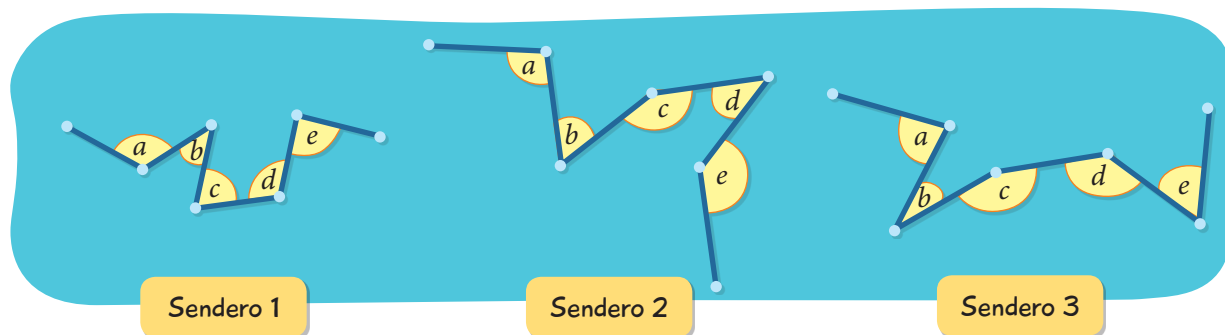
Complementa tu aprendizaje

El sendero

- 1 Reúnete con dos compañeros o compañeras y desarrollen la siguiente actividad.

A Fabiola, Jorge y Lorena les gusta caminar por senderos, y observan en un mapa distintas rutas posibles y los ángulos que se forman en cada camino. Ellos deciden recorrer uno cada semana.

Eligen primero el sendero en el que uno de los ángulos marcados mide 35° en el mapa. Luego, para la segunda semana, el sendero que tiene más ángulos obtusos que agudos y, finalmente, aquel que tiene un ángulo recto y uno de 120° para recorrer en la tercera semana.



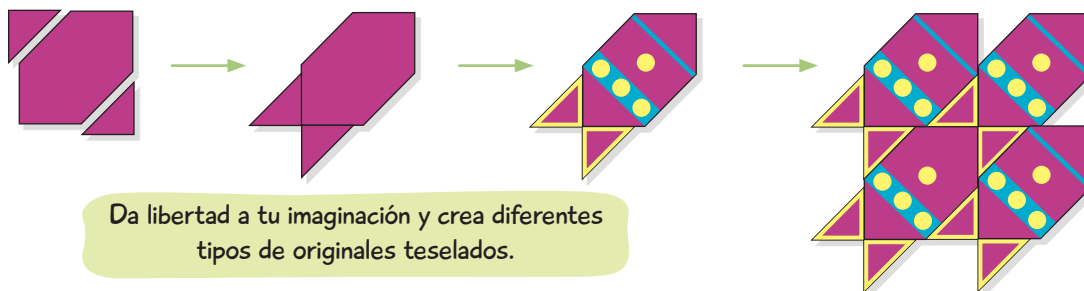
Midan los ángulos marcados en el recorrido de cada sendero. Luego, completen la tabla.

Sendero	Medida de cada ángulo					Semana en la que se recorrerá
	a	b	c	d	e	
1						
2						
3						

Crea tu diseño

- 2 Manuel y Esperanza deben decidir qué diseño utilizarán para el piso de su pieza. Para esto, siguen los siguientes pasos y crean un diseño con cartulina de diferentes colores.

- En un cuadrado marcan triángulos en dos esquinas y los cortan.
- Trasladan los triángulos y los ubican como se muestra.
- Crean su diseño preferido y realizan un teselado para cubrir el piso.



Da libertad a tu imaginación y crea diferentes tipos de originales teselados.

Mundo poliédrico

- 3 Formen grupos con 4 integrantes y realicen la siguiente actividad, que consiste en construir figuras con cubos y paralelepípedos.

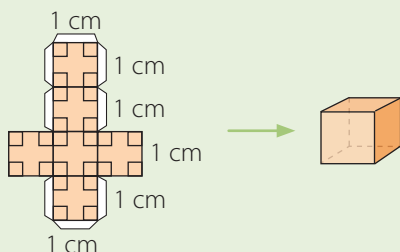
Materiales

- Cartulinas de distintos colores, tijeras, regla, pegamento en barra.

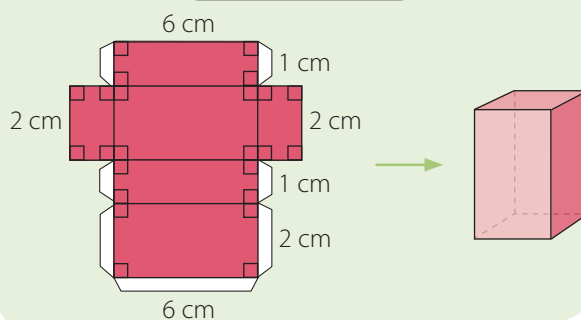
Procedimiento

- Dibujen las siguientes redes y construyan los cubos y paralelepípedos asociados para formar un personaje del mundo poliédrico.

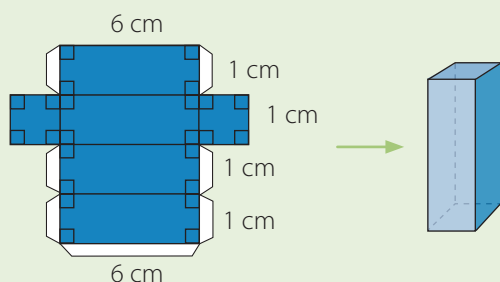
Para la cabeza



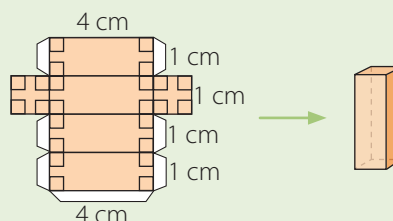
Para el tronco



Para las piernas (dos iguales)

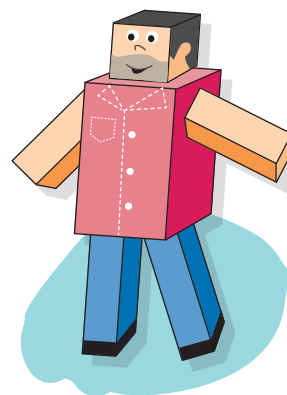


Para los brazos (dos iguales)



- Dibujen las facciones de la cara según más les guste y formen la figura. También pueden variar algunas medidas de las redes y construir distintos personajes.

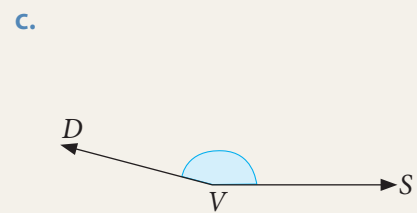
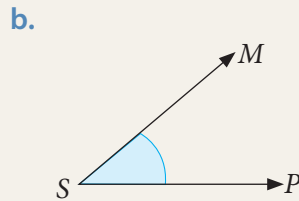
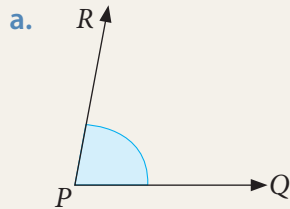
Luego, diseñen árboles, automóviles, edificios y los elementos que prefieran.
¡Activen su creatividad y construyan su mundo poliédrico!



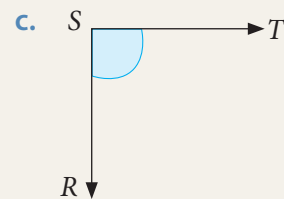
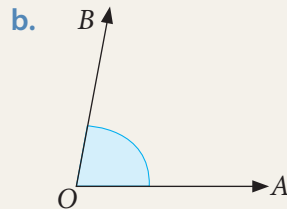
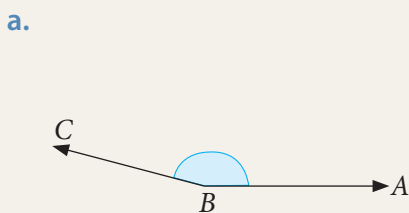
Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en esta unidad.

Ángulos

1. Describe el procedimiento utilizado para estimar la medida de cada ángulo. (1 punto cada uno)



2. Utilizando el transportador, determina la medida de los siguientes ángulos y luego clasifícalos. (1 punto cada uno)



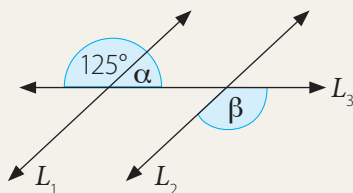
3. Utilizando regla, compás y transportador, construye cada ángulo y luego explica el procedimiento empleado. (1 punto cada uno)

a. Ángulo ABC tal que $m(\angle ABC) = 53^\circ$.

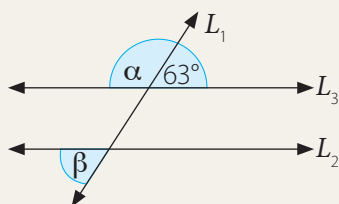
b. Ángulo DEF tal que $m(\angle DEF) = 140^\circ$.

4. Calcula la medida de cada ángulo según corresponda. (1 punto cada uno)

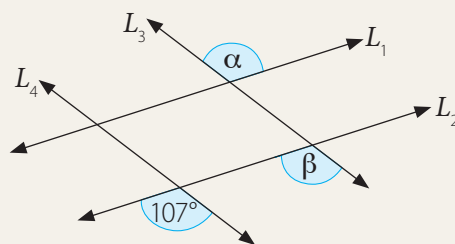
a. $L_1 \parallel L_2$, calcula α y β .



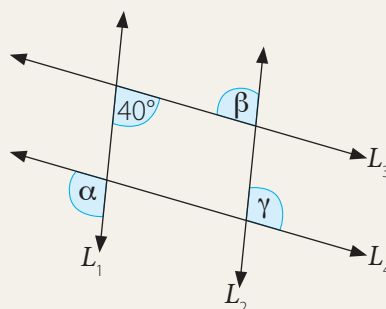
b. $L_2 \parallel L_3$, calcula α y β .



c. $L_1 \parallel L_2$, $L_3 \parallel L_4$, calcula α y β .



d. $L_1 \parallel L_2$, $L_3 \parallel L_4$, calcula α , β y γ .



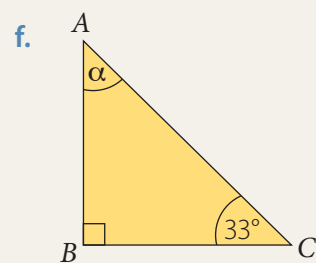
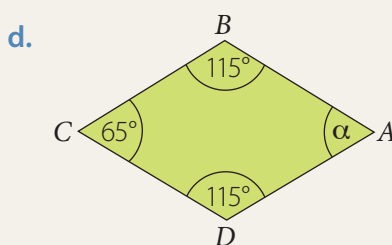
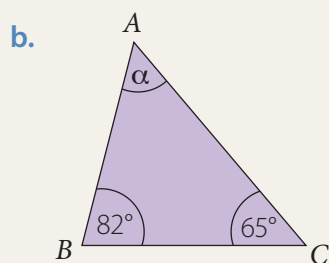
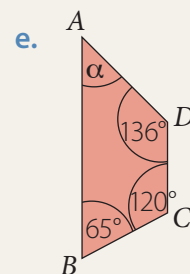
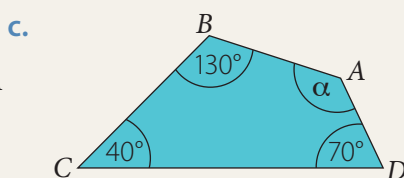
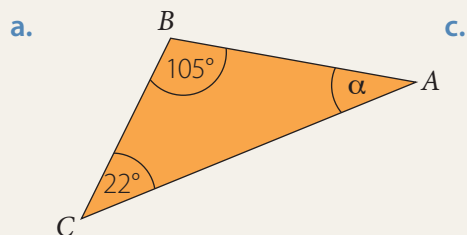
Construcción de triángulos

5. Construye los siguientes triángulos y luego responde. (3 puntos cada uno)

- Triángulo ABC tal que $m(\angle BAC) = 70^\circ$, $m(\angle CBA) = 60^\circ$ y $AB = 5$ cm. ¿Cuál es la clasificación?
- Triángulo DEF tal que $DE = 3$ cm, $EF = 4$ cm, $FD = 5$ cm. ¿Cuál es la clasificación?

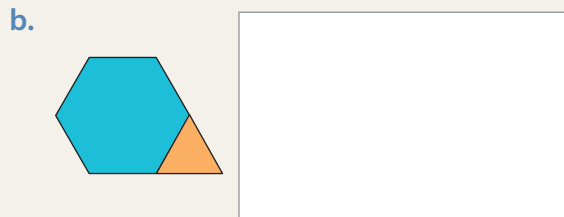
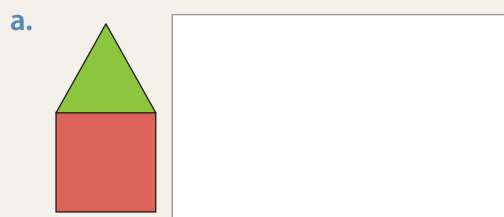
Triángulos y cuadriláteros

6. Calcula el valor del ángulo α según corresponda. (1 punto cada uno)

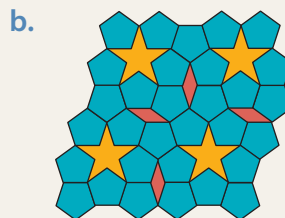
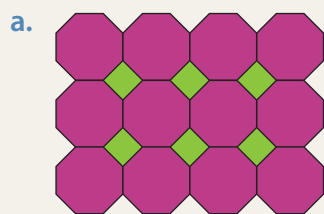


Teselaciones

7. Con las figuras dadas y aplicando transformaciones isométricas, tesela cada recuadro. Escribe las transformaciones isométricas que aplicaste. (2 puntos cada una)



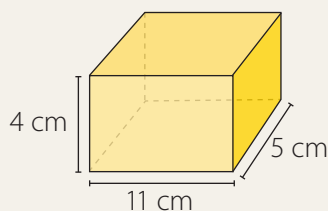
8. Explica si cada teselación que se muestra es regular, semirregular o no regular. (1 punto cada una)



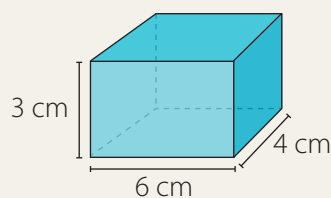
Área y volumen

9. Calcula el área de los siguientes paralelepípedos rectos. (1 punto cada uno)

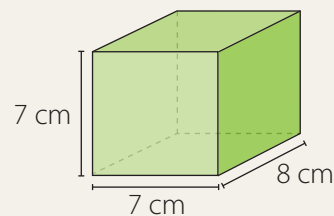
a.



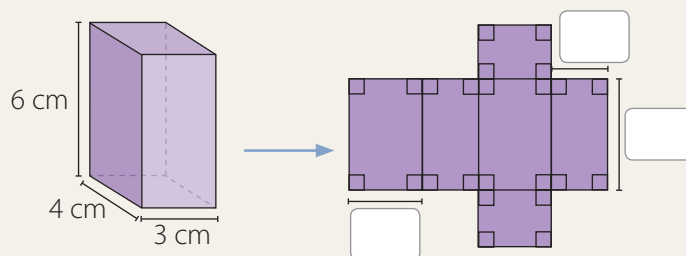
b.



c.



10. Completa las medidas en la red que representa el paralelepípedo y luego calcula el área. (2 puntos)



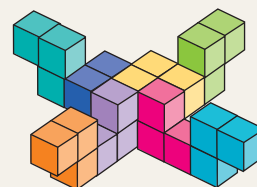
11. La siguiente figura está compuesta por cubos de 1 cm^3 de volumen.

(1 punto cada una)

a. ¿Por cuántos cubos de 1 cm^3 está formada la figura?

Considera solo los cubos visibles.

b. ¿Cuál es el volumen de la figura?



Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1, 2, 3 y 4	- Estimar y medir ángulos. - Construir ángulos. - Calcular ángulos en rectas paralelas.		Logrado: 29 puntos o más. Medianamente logrado: 24 a 28 puntos. Por lograr: 23 puntos o menos.
5	Construir triángulos.		
6	Resolver problemas relativos a cálculo de ángulos en paralelogramos.		
7 y 8	Realizar teselados.		
9, 10 y 11	- Calcular áreas de cubos y paralelepípedos. - Calcular el volumen de cubos y paralelepípedos.		
Total →			

Síntesis

A partir de tu trabajo y de los conocimientos adquiridos a lo largo de la unidad, elabora una síntesis de tus aprendizajes. Para ello, completa los recuadros. Guíate por el ejemplo.

	Lo que sabía	Lo que aprendí	
Ángulos	Comparar la medida de los ángulos	Construir ángulos y calcular ángulos entre rectas paralelas	Lo que más me gustó
Construcción de triángulos			
Triángulos y cuadriláteros			Lo que me produjo mayor dificultad
Teselaciones			
Área y volumen			

¡Excelente! Ya terminaste el trabajo de la Unidad 3, es hora de que analices tus logros.

Reflexiono

- ¿Crees que cumpliste la meta que te propusiste al inicio de la unidad? ¿Por qué?
- ¿Qué contenidos necesitas reforzar?
- Completa la siguiente tabla. Para ello, marca con un ☒ según tu trabajo en esta unidad.

Actitud	Siempre	A veces	Nunca	Lo que debo mejorar
Fui ordenado u ordenada en mi trabajo.				
Expresé y escuché las ideas de forma respetuosa.				

Datos y probabilidades

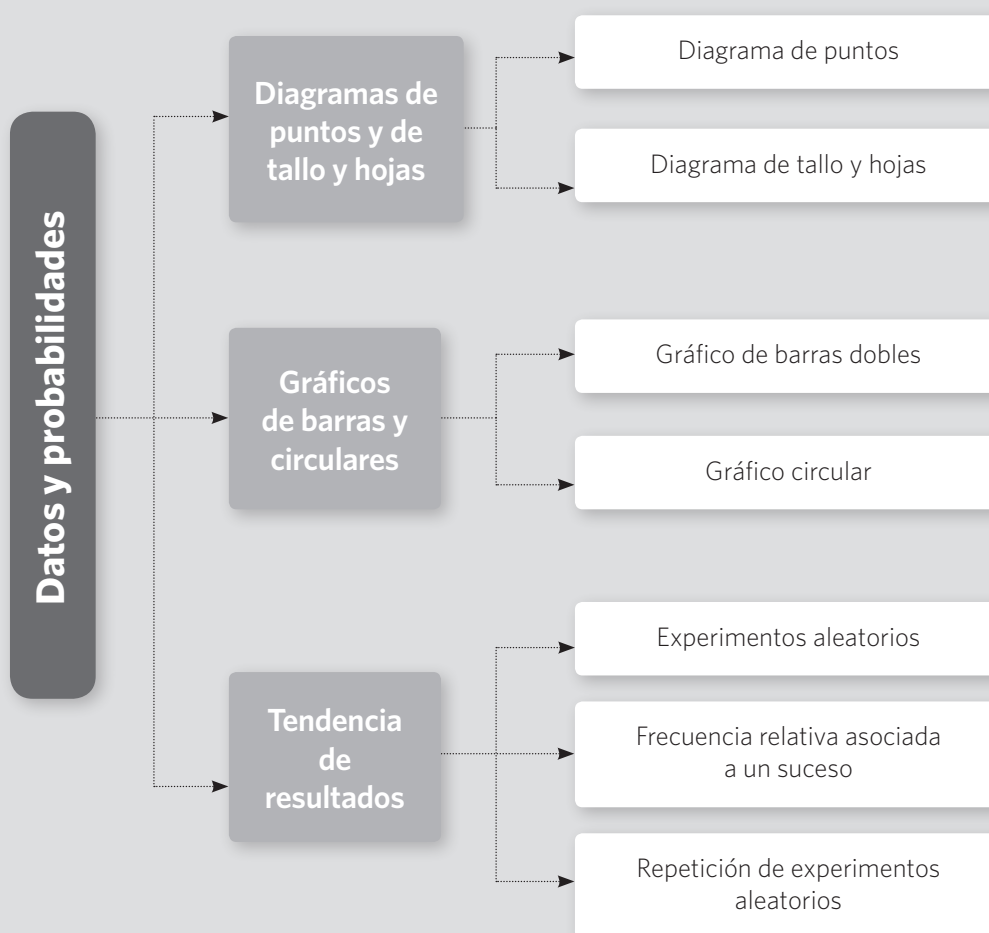
Propósito de la unidad

Esta unidad se construye considerando el eje temático **Datos y probabilidades**, y se desarrolla en torno a un **hilo conductor** relacionado con los **medios de comunicación**. De acuerdo con esto, se abordan los objetivos, habilidades y actitudes correspondientes, que tienen el propósito de entregar a los estudiantes herramientas que faciliten su toma de decisiones en situaciones en las que la incertidumbre es relevante, con el objetivo de que sean ciudadanos informados y consumidores inteligentes³².

Los tres temas propuestos para esta unidad consideran el trabajo con datos y probabili-

dades a partir de experiencias cercanas a los estudiantes, enfatizando en la comprensión y organización de la información en esquemas y gráficos. Es importante mencionar que mediante el desarrollo de las actividades propuestas se fomenta el desarrollo del pensamiento aleatorio, que permite el análisis de múltiples situaciones del entorno como por ejemplo, juegos infantiles y familiares, información estadística presente en los medios de comunicación, entre otros³³.

A continuación, se presenta un esquema de los contenidos que se trabajarán.



³² Alsina, A. y Vásquez, C. (2016). La probabilidad en educación primaria. De lo que debería enseñarse a lo que se enseña. *Uno, Revista de la Didáctica de las Matemáticas*, 41, 46-52.

³³ Chamorro, C. (2003). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Madrid: Pearson Prentice Hall.

Información curricular

Objetivos de Aprendizaje

En esta unidad se desarrollarán los siguientes Objetivos de Aprendizaje:

OA 22: Comparar distribuciones de dos grupos, provenientes de muestras aleatorias, usando diagramas de puntos y de tallo y hojas.

OA 24: Leer e interpretar gráficos de barra doble y circulares y comunicar sus conclusiones.

OA 23: Conjeturar acerca de la tendencia de resultados obtenidos en repeticiones de un mismo experimento con dados, monedas u otros, de manera manual y/o usando software educativo.

Habilidades

En esta unidad, los estudiantes desarrollarán las siguientes habilidades:

OA a: Reconocer e identificar los datos esenciales de un problema matemático.

OA e: Comunicar de manera escrita y verbal razonamientos matemáticos:

- describiendo los procedimientos utilizados.
- usando los términos matemáticos pertinentes.

OA g: Identificar un error, explicar su causa y corregirlo.

OA h: Documentar el proceso de aprendizaje, registrándolo en forma estructurada y comprensible.

OA l: Extraer información del entorno y representarla matemáticamente en diagramas, tablas y gráficos, interpretando los datos extraídos.

OA m: Usar representaciones y estrategias para comprender mejor problemas e información matemática.

OA n: Imaginar una situación y expresarla por medio de modelos matemáticos.

Actitudes

El trabajo en esta unidad, fomenta el desarrollo de las siguientes actitudes:

- Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas.
- Manifestar una actitud positiva frente a sí mismo y sus capacidades.
- Demostrar una actitud de esfuerzo y perseverancia.

Planificación de la Unidad 4

Objetivos de Aprendizaje	Páginas especiales / Temas	Tiempo (horas pedagógicas)	
	- Punto de partida ¿Cuánto sé? Evaluación inicial	4 horas	
OA 22: Comparar distribuciones de dos grupos, provenientes de muestras aleatorias, usando diagramas de puntos y de tallo y hojas.	Tema 1: Diagramas de puntos y de tallo y hojas - Diagrama de puntos - Diagrama de tallo y hojas	5 horas	
	¿Cómo voy? Evaluación de proceso 1	2 horas	
OA 24: Leer e interpretar gráficos de barra doble y circulares y comunicar sus conclusiones.	Tema 2: Gráficos de barras dobles y circulares - Gráfico de barras dobles - Gráfico circular	5 horas	
	¿Cómo voy? Evaluación de proceso 2	2 horas	
OA 23: Conjeturar acerca de la tendencia de resultados obtenidos en repeticiones de un mismo experimento con dados, monedas u otros, de manera manual y/o usando <i>software</i> educativo.	Tema 3: Tendencia de resultados - Experimentos aleatorios - Frecuencia relativa asociada a un suceso - Repetición de experimentos aleatorios	10 horas	
	¿Cómo voy? Evaluación de proceso 3	2 horas	
	Complementa tu aprendizaje	2 horas	
	¿Qué aprendí? Evaluación final	2 horas	

	Indicadores de evaluación
	• Usan diagramas de puntos para responder preguntas. • Construyen diagramas de puntos para obtener distribuciones de valores de resultados. • Construyen diagramas de puntos para comparar distribuciones. • Construyen diagramas de tallo y hojas para obtener distribuciones de valores de resultados. • Construyen diagramas de tallo y hojas para comparar distribuciones.
	• Muestran que cada parte de un gráfico circular es un porcentaje de un todo. • Explican por medio de ejemplos que los gráficos de barras dobles muestran dos tipos de información. Por ejemplo, las temperaturas altas y bajas en distintas ciudades que se produjeron en un día. • Interpretan información presentada en gráficos de barras dobles. • Interpretan información presentada en gráficos circulares en términos de porcentaje.
	• Describen un diagrama de árbol por medio de ejemplos. • Enumeran resultados posibles de lanzamientos de monedas o dados con ayuda de un diagrama de árbol. Por ejemplo, al lanzar tres veces una moneda, o una vez dos dados. • Realizan de manera repetitiva experimentos con monedas para conjeturar acerca de las tendencias de los resultados. • Conjeturan acerca de porcentajes de ocurrencia de eventos relativos a lanzamientos de monedas o dados.

Inicio de unidad

Texto
Páginas 216 y 217

Propósito

En estas páginas se presenta la unidad a través de una imagen relacionada con los medios de comunicación, estableciendo así una relación con el hilo conductor y los contenidos a trabajar.



Punto de partida

En esta sección, se espera que los estudiantes respondan a las preguntas planteadas, considerando su experiencia e intereses personales. Algunas posibles respuestas son:

- *El medio de comunicación que utilizo con más frecuencia es la televisión./ El medio que más utilizo es Internet*
- *Me gustaría aprender cómo leer los gráficos que observo al ver las noticias./ Me gustaría aprender a realizar encuestas y organizar esa información.*

Link de interés



Para activar conocimientos previos, puede invitar a los estudiantes a realizar las actividades del siguiente link en las que podrán trabajar con diagramas y gráficos:

<http://www.thatquiz.org/es-5/>

¿Cuánto sé? Evaluación inicial

Texto
Páginas 218 y 219

Las actividades de estas páginas están organizadas progresivamente según habilidades y contenidos. Tienen por objetivo identificar los conocimientos de los estudiantes respecto a datos y probabilidades.

Las actividades de esta sección, se vinculan con los Objetivos de Aprendizaje propuestos para 5° básico y que serán útiles al momento de enfrentar los aprendizajes de este nivel.

En esta última unidad, se sugiere que los estudiantes completen de manera autónoma el puntaje para cada una de las actividades propuestas y luego completen la tabla. Finalmente, se sugiere realizar una revisión en conjunto tanto de las actividades como de la tabla de puntajes.



Reflexiono

La pregunta propuesta apunta al desarrollo de **actitudes** como el desarrollo de un trabajo metódico y ordenado, necesarias para el éxito en sus aprendizajes.

Además, puede estimular el proceso de **metacognición** con preguntas como:

- *¿Qué contenido recordabas? ¿Hubo alguno que no que conocieras?*
- *¿Por qué crees que recuerdas algunos contenidos con mayor facilidad que otros?*
- *¿Crees que ser ordenado te ayudará a cumplir tus metas en esta unidad?*

Propósito del tema

En este tema, los estudiantes trabajarán con diagramas de puntos y diagramas de tallo y hojas. Esto se desarrollará de manera gradual, mediante la lectura, interpretación y comparación de datos y a través de su construcción. Es importante señalar que el desarrollo de determinados registros de representación, son de utilidad en el aprendizaje de las probabilidades, ya que pueden contribuir a la obtención de todos los casos posibles asociados a una situación combinatoria³⁴.

Las actividades y recursos de este tema están pensados en el logro de los Objetivos de Aprendizaje y sus indicadores de evaluación correspondientes. Además, estos colaboran en el desarrollo de habilidades, actitudes y Objetivos de Aprendizaje Transversales. Cabe destacar que en el Texto del estudiante se incluyen actividades consideradas desafíos complejos ya que permiten la integración de los aprendizajes en situaciones contextualizadas.

Prerrequisitos

- Organización de datos en tablas simples.
- Construcción e interpretación de pictogramas.

Conceptos clave

Diagramas de puntos, diagrama de tallo y hojas, datos, tabla de valores.

Objetivos de Aprendizaje	Indicadores de evaluación
OA 22: Comparar distribuciones de dos grupos, provenientes de muestras aleatorias, usando diagramas de puntos y de tallo y hojas.	• Usan diagramas de puntos para responder preguntas. • Construyen diagramas de puntos para obtener distribuciones de valores de resultados. • Construyen diagramas de puntos para comparar distribuciones. • Construyen diagramas de tallo y hojas para obtener distribuciones de valores de resultados. • Construyen diagramas de tallo y hojas para comparar distribuciones. • Crean una tabla de valores para registrar información y destacar un patrón cuando se resuelve un problema.
Objetivos de Aprendizaje Transversales	
OAT 2: Practicar actividad física adecuada a sus intereses y aptitudes. OAT 24: Practicar la iniciativa personal, la creatividad y el espíritu emprendedor en los ámbitos personal, escolar y comunitario. OAT 29: Utilizar TIC que resuelvan las necesidades de información, comunicación, expresión y creación dentro del entorno educativo y social inmediato.	

³⁴ Chamorro, C. (2003). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Madrid: Pearson Prentice Hall.

Inicio de tema

Texto
Páginas 220 y 221

En estas páginas se proponen actividades para que los estudiantes activen sus conocimientos previos relacionados con el contenido de datos. A continuación, se describen las secciones y actividades planteadas.

Recuerdo lo que sé

A partir de imagen propuesta, los estudiantes deben responder preguntas y completar un diagrama de tallo y hojas. Resulta fundamental que recuerden cómo construir un diagrama de tallo y hojas, para luego poder comparar la información y analizar los datos registrados.

Diseño mi estrategia

En la actividad 1 se guía a los estudiantes en el análisis del diagrama dado. Para ayudarlos a obtener conclusiones respecto al diagrama completado, puede pedirles que cuenten los puntos de distintas edades y luego los comparen. De esta forma podrían concluir, por ejemplo, que la mayoría de los participantes tiene 10 años.

Luego puede reflexionar junto con sus estudiantes sobre la utilidad de esta estrategia para analizar el diagrama realizando preguntas como:

- ¿El conteo de puntos les permitió obtener conclusiones a partir del diagrama?
- ¿De qué otra forma podrían obtener información de este tipo de diagrama?

Reflexiono

Los estudiantes podrán reflexionar acerca de los conocimientos previos y sus estrategias personales. En la segunda pregunta, pídales que escriban su estrategia paso a paso, con el fin de que puedan documentar el proceso de aprendizaje, registrándolo de forma estructurada y comprensible, desarrollando así la habilidad de **argumentar y comunicar**.

Diagrama de puntos

Texto
Páginas 222 y 225

Para el desarrollo de este contenido, se propone una secuencia progresiva a partir de la lectura e interpretación de la información representada en diagramas de puntos. A su vez, se potenciará la habilidad de **representar**, centrando la atención en las estrategias que utilizan los estudiantes.

Exploro

A través la situación de exploración se proponen actividades en las que los estudiantes trabajarán en la representación de información en diagramas de puntos.

Además, puede utilizar el contexto de la situación de exploración para reflexionar con sus estudiantes sobre la utilidad de las tecnologías de la información y comunicación (OAT 29). Para ello, puede preguntar lo siguiente:

- ¿Qué tecnologías de información y comunicación utilizan o han utilizado?
- ¿Cuál creen que es su mayor utilidad?
- ¿Creen que son necesarias? ¿Por qué?

Además, puede complementar esta sección planteando las siguientes preguntas:

- ¿Para qué nos sirven las tablas o los gráficos?
- ¿Qué características tienen?
- ¿En qué situaciones es útil utilizar un gráfico?

Con la última pregunta podrá promover el desarrollo de la **actitud** de manifestar curiosidad e interés por el aprendizaje de la matemática, al reflexionar sobre la utilidad del contenido en la vida cotidiana.

Aprendo

En esta sección se explica el uso de los diagramas de puntos. A partir de los datos que se entregan en el ejemplo 2, puede plantear las siguientes preguntas que guían a los estudiantes en la interpretación de la información.

- ¿Qué representa cada punto de en este ejemplo?
- ¿Cuál fue tu paso a paso para completar el diagrama? (Con esta pregunta puede fomentar el desarrollo de la **actitud** relacionada con el trabajo metódico y ordenado)

Practico

Las actividades propuestas para esta sección permitirán a los estudiantes aplicar los conceptos y procedimientos trabajados respecto a diagramas de puntos. Se recomienda incentivarlos a comunicar sus procedimientos y resultados, con el objetivo de que sean conscientes de las estrategias que están utilizando.

En la actividad 1 se sugiere solicitar a los estudiantes explicar los pasos que siguieron en la construcción de cada diagrama, de manera de desarrollar la habilidad de **argumentar y comunicar** y, además, generar un proceso de **metacognición**.

En el desarrollo de la actividad 2 puede fomentar en los estudiantes una **actitud** relacionada con la búsqueda de manera flexible y creativa de soluciones. Además, en esta actividad puede estimular la creatividad de los estudiantes al **crear** situaciones relacionadas a cada diagrama (OAT 24).

Note que en la actividad 3 se solicita analizar la veracidad de las afirmaciones y justificar. Con este tipo de actividades, se desarrolla la habilidad de **argumentar y comunicar** y para ello, se recomienda enfatizar en el uso adecuado de los conceptos matemáticos.



Recomiende a sus estudiantes resolver las actividades de las páginas 96 a la 101 del Cuaderno de ejercicios.

Reflexiono

Mediante las respuestas a las preguntas planteadas, los estudiantes podrán tomar consciencia de su aprendizaje. Además, sus respuestas pueden dar indicios respecto a qué decisiones pedagógicas tomar para abordar, por ejemplo, sus dificultades.

Puede realizar la siguiente actividad para motivar a sus estudiantes y reforzar los contenidos estudiados.

Actividad sugerida

Reúnete con 3 o 4 compañeros y sigan las siguientes instrucciones:

1. Cada grupo debe elegir un tema que sea de su interés. Por ejemplo: deporte, tecnología, profesiones, entre otros.
2. Deberán recolectar información sobre las preferencias de 20 estudiantes en relación a su tema de interés. Por ejemplo, deportes preferidos.
3. Luego de recolectar la información, deben registrarla en una tabla y luego en un diagrama de puntos.
4. Por último, deberán presentar lo obtenido a sus compañeros, exponiendo al menos dos conclusiones a partir del diagrama de puntos. Para ello deben hacer un papelógrafo que contenga el tema a investigar, la pregunta de investigación, la información recolectada, una tabla, un diagrama de puntos y dos conclusiones.

Soluciones

El desarrollo de la actividad depende de cada grupo. A continuación se presenta un ejemplo.

Tema a investigar: Deporte preferido

Pregunta de investigación: ¿Cuál es tu deporte favorito?

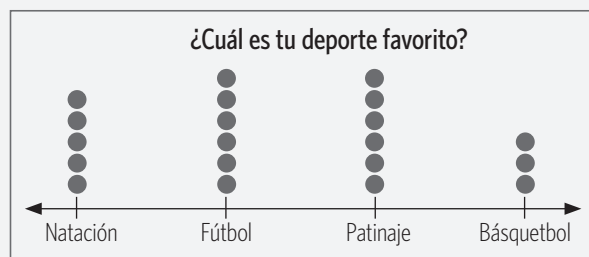
Información recolectada:

Natación, fútbol, fútbol, natación, patinaje, fútbol, fútbol, patinaje, básquetbol, natación, patinaje, fútbol, patinaje, patinaje, natación, básquetbol, básquetbol, natación, fútbol, patinaje.

Tabla de frecuencias:

¿Cuál es tu deporte favorito?	
Deporte	Elecciones
Natación	5
Fútbol	6
Patinaje	6
Básquetbol	3

Diagrama de puntos:



Conclusiones:

- Las preferencias entre fútbol y patinaje son iguales.
- El deporte menos preferido por los estudiantes encuestados es el básquetbol.

Diagrama de tallo y hojas

Texto
Páginas 226 a la 229

En el desarrollo de estos contenidos, los estudiantes utilizarán diagramas de tallos y hojas para comparar dos grupos de distribución. Esto se trabaja a partir de la lectura e interpretación de información representada, por lo que se potencia la habilidad de **representar**.

Exploro

La situación inicial se relaciona con los medios de comunicación, específicamente la revista. Note que en **Actitud** se complementa la información y se motiva a los estudiantes. Recuerde que el *link* completo de la fuente citada, se encuentra en la webgrafía del Texto del estudiante.

Las actividades propuestas permitirán que los estudiantes activen conocimientos trabajados en años anteriores. Puede complementar esta sección con las siguientes preguntas:

- ¿Por qué se presentaron dos grupos de datos?
- ¿Qué análisis crees que puedes realizar con este tipo de diagrama?

Aprendo

En esta sección se describen las principales características de los diagramas de tallo y hojas. En el contexto del ejemplo 1 puede resultar atractivo para los estudiantes y aproveche esto para motivarlos.

Además, puede complementar este ejemplo con preguntas como:

- ¿Descargas aplicaciones en algún dispositivo?
- ¿Podríamos realizar un diagrama de tallo y hojas con la información de las aplicaciones descargadas?

Practico

Las actividades propuestas, permitirán a los estudiantes analizar situaciones relacionadas al análisis e interpretación de datos registrados en un diagrama de tallo y hojas.

Observe que la tabla presentada en la actividad 2 presenta tres filas, lo que podría generar confusiones. Por esto, se recomienda guiar la comprensión de los estudiantes con preguntas como:

- ¿Qué datos debes utilizar?
- ¿Cuántos diagramas debes construir considerando la tabla?
- ¿Utilizas en algún momento los días en que se vendieron las revistas? ¿Por qué?



Recomiende a sus estudiantes resolver las actividades de las páginas 102 a la 107 del Cuaderno de ejercicios.

Reflexiono

En esta sección se presentan preguntas **metacognitivas** que le permitirán al estudiante tomar consciencia de su aprendizaje.

Note que en la última pregunta se establece una relación con el desarrollo de **actitudes**. Una posible respuesta es: *Puedo expresar mis ideas de forma respetuosa esperando mi turno para hablar.*

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 1

Texto
Páginas 230 y 231

En esta instancia de evaluación, se proponen actividades en las que los estudiantes podrán aplicar los contenidos trabajados en el tema y que se relacionan con la construcción e interpretación de diagramas de puntos y diagramas de tallo y hojas.

Se sugiere motivar a los estudiantes a desarrollar las actividades propuestas con el objetivo de recolectar información sobre sus aprendizajes. Para ello, puede leer la situación inicial y formular las siguientes preguntas:

- ¿Qué actividad física te gusta realizar?
- ¿Cómo se relaciona la actividad física con la masa corporal?
- ¿De qué forma puede ser útil organizar la información en diagramas para hacer un aporte a la vida sana?

Con las preguntas anteriores, los estudiantes podrán reflexionar sobre la utilidad de organizar la información en general, no solo en relación con la matemática. Además se genera una relación con la importancia de la actividad física (OAT 2).

Reflexiono

Al responder las preguntas planteadas, el estudiante reflexionará sobre las metas y estrategias propuestas en un inicio.

Además, note que la última pregunta apunta al desarrollo de **actitudes** que adquieren importancia en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Propósito del tema

En este tema se trabajará la lectura, interpretación y construcción de gráficos de barras dobles y gráficos circulares. El objetivo es que los estudiantes logren organizar y representar datos en los gráficos mencionados, con el fin de analizar la información y obtener conclusiones adecuadas considerando las situaciones y el contexto planteado.

Las actividades y recursos de este tema están pensados en el logro de los Objetivos de Aprendizaje y sus

Indicadores de evaluación correspondientes. Además, estos colaboran en el desarrollo de habilidades, actitudes y Objetivos de Aprendizaje Transversales. Cabe destacar que en el Texto del estudiante se incluyen actividades consideradas desafíos complejos ya que permiten la integración de los aprendizajes en situaciones contextualizadas.

Prerrequisitos

- Organización de datos en tablas.
- Construcción e interpretación de gráficos de líneas y de barras simples.

Conceptos clave

Gráficos circulares, gráficos de barras dobles, tabla de valores, interpretación de información.

Objetivos de Aprendizaje	Indicadores de evaluación
OA 24: Leer e interpretar gráficos de barra doble y circulares y comunicar sus conclusiones.	• Muestran que cada parte de un gráfico circular es un porcentaje de un todo. • Explican por medio de ejemplos que los gráficos de barras dobles muestran dos tipos de información. • Interpretan información presentada en gráficos de barras dobles. • Interpretan información presentada en gráficos circulares en términos de porcentaje.
Objetivos de Aprendizaje Transversales	
OAT 25: Trabajar en equipo de manera responsable, construyendo relaciones basadas en la confianza mutua. OAT 28: Buscar, acceder y evaluar la calidad y la pertinencia de la información de diversas fuentes virtuales.	

Inicio de tema

Texto
Páginas 232 y 233

El objetivo de las siguientes actividades es que los estudiantes activen sus conocimientos sobre la representación de datos en gráficos y el análisis de la información que estos contienen.

Recuerdo lo que sé

Las actividades propuestas se relacionan con la situación inicial en la que se puede observar el hilo conductor de la unidad: los medios de comunicación. Puede apoyar a los estudiantes en la comprensión del contexto presentado mediante las siguientes preguntas:

- ¿Crees que es importante obtener información como la expresada en el gráfico?
- ¿De qué forma crees que se puede utilizar esta información?
- ¿Qué otras encuestas como estas has visto en los medios de comunicación?
- ¿Por qué crees que se realizan estas encuestas?

Diseño mi estrategia

En la actividad 3 los estudiantes pueden tener dificultades para representar la información de la tabla en un solo gráfico.

Se sugiere guiarlos solicitándoles que construyan dos gráficos, uno para el caso de las mujeres y otro para el caso de los hombres. Luego, guíelos a analizar los gráficos e identificar la información común con el fin de que construyan un solo gráfico.

Reflexiono

Guíe a los estudiantes a responder las preguntas de esta sección, en las que se estimula el proceso de **metacognición** mediante la identificación de sus conocimientos previos, dificultades y la descripción de sus propias estrategias para leer e interpretar la información presentada en un gráfico.

Gráfico de barras dobles

Texto
Páginas 234 a la 237

En este contenido se aborda la interpretación de la información en gráficos de barras dobles, centrando la atención en las estrategias de los estudiantes.

Exploro

Puede plantear las siguientes preguntas para activar los conocimientos previos de los estudiantes en relación a gráficos de barras dobles:

- El gráfico de la imagen ¿es un gráfico de barras simples? ¿Por qué?
- ¿Qué características tiene el gráfico presentado?
- ¿Qué diferencias tiene el gráfico de la imagen con un gráfico de barras simples?

Se sugiere mostrar a los estudiantes un gráfico de barras simples y realizar una comparación con el gráfico presentado en esta sección, con el fin de que comprendan la utilidad de las barras dobles.

Además, se recomienda utilizar el contexto de la situación inicial para enfatizar en la utilidad de las tecnologías de la información y comunicación y en el análisis adecuado de las fuentes (OAT 28). Para ello, lea y reflexione junto con

los estudiantes respecto a lo expuesto en **Actitud**.

Aprendo

En esta sección se describen las características de los gráficos de barras dobles. Recuerde que el objetivo es que los estudiantes interpreten información representada en estos gráficos. En el ejemplo presentado se explica paso a paso una forma de analizar la información representada en un gráfico de barras dobles.

Es importante promover en los alumnos **actitudes** relacionadas con un trabajo riguroso y ordenado, lo que les permitirá obtener conclusiones adecuadas considerando el gráfico analizado.

Practico

Las actividades propuestas permitirán a los estudiantes ejercitar la interpretación de datos a partir del trabajo con diversos gráficos de barras dobles. Es importante enfatizar en el hecho de que al ser gráficos de barras dobles se están comparando dos grupos en un mismo gráfico.

Errores frecuentes / Construcción de gráficos de barras

Algunos errores frecuentes en la construcción de gráficos de barra son:

- No especificar el origen de las coordenadas, los nombres de los ejes y el título.
- Insuficientes divisiones en las escalas de los ejes.
- Mezclar datos que no son comparables en un gráfico, como comparar número de sillas y kilogramos de carne³⁵.

Para evitar este tipo de errores, se sugiere enfatizar en las características de los gráficos de barras dobles y en la información representada en ellos.

³⁵ Ministerio de Educación (2014). Módulo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje en escuelas rurales multigrado.

En la actividad 3 se solicita a los estudiantes verificar las afirmaciones dadas respecto al gráfico dado. Mediante la justificación de sus respuestas, los estudiantes estarán desarrollando la habilidad de **argumentar y comunicar**.

Se sugiere fomentar el respeto y la responsabilidad en el trabajo colaborativo de los estudiantes al desarrollar la actividad 5. Note que con esto se aborda lo expuesto en el OAT 25 respecto al trabajo en equipo.



Recomiende a sus estudiantes resolver las actividades de las páginas 108 a la 111 del Cuaderno de ejercicios.

Reflexiono

Las preguntas planteadas en esta sección permitirán la reflexión de los estudiantes en relación al trabajo realizado. En la primera pregunta puede estimular el desarrollo de la habilidad de **argumentar y comunicar** por lo que se sugiere permitir a los estudiantes expresar sus ideas y compartirlas con sus compañeros. La segunda pregunta permitirá concientizar a los estudiantes respecto de las **actitudes** adoptadas en la resolución de las actividades propuestas.

Gráfico circular

Texto
Páginas 238 a la 241

En las siguientes páginas los estudiantes trabajarán en la construcción e interpretación de gráficos circulares. Para esto es importante considerar los conocimientos previos que se ponen en juego, como por ejemplo, porcentajes y fracciones.

Exploro

Se sugiere plantear las siguientes preguntas para complementar el trabajo en esta sección:

- ¿Qué datos numéricos se observan en el contexto dado?
- ¿Cómo podrías representar esta información?
- ¿Qué diferencia tiene el gráfico de esta página con un gráfico de barras doble?

Además, puede proponer a los estudiantes realizar más actividades, considerando lo presentado en

Visita la Web.

Aprendo

En esta sección se explican las características de los gráficos circulares, específicamente el significado de los sectores circulares y su relación con los porcentajes.

Se sugiere reforzar el concepto de porcentaje, con el fin de que los estudiantes puedan aplicarlo en la construcción y análisis de los gráficos circulares.

Luego de analizar con los estudiantes los ejemplos dados, propóngales resolver las actividades mediante sus propias estrategias.

Practico

Las actividades propuestas permitirán a los estudiantes construir y analizar gráficos circulares considerando situaciones contextualizadas.

En la actividad 3, se sugiere mediar el desarrollo de esta actividad dando sugerencias respecto de cómo identificar errores antes de responder las preguntas, por ejemplo:

- Comprobando que los porcentajes sumen 100 %.
- Comprobando que los valores dados corresponden a los porcentajes entregados.

Note que mediante la resolución de esta actividad estará desarrollando la habilidad de **argumentar y comunicar**.

En la actividad 4 puede incentivar a los estudiantes a expresar su opinión respecto a la regulación de los alimentos que se venden en el colegio. Luego puede realizar las siguientes preguntas con el objetivo de que los estudiantes puedan interpretar la información de los gráficos presentados:

- ¿Por qué crees que la mayoría de los estudiantes está en desacuerdo?
- ¿Crees que es importante que se venda comida saludable en el colegio?

Puede proponer la siguiente actividad para que los alumnos puedan recolectar información, organizarla y construir un gráfico circular con el fin de analizar los datos obtenidos.

Además, mediante la realización de esta actividad los estudiantes podrán trabajar en una plantilla de Excel en donde registrarán los datos obtenidos y podrán construir una tabla y un gráfico circular. Recuerde que es importante considerar el uso de softwares en el proceso de enseñanza-aprendizaje ya que, entre otras cosas, aumenta la motivación de los alumnos.

Actividad sugerida

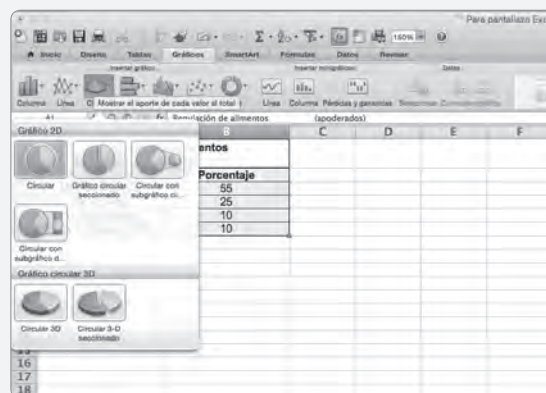
Reúnete con 2 o 3 compañeros y realicen las siguientes actividades.

1. Encuesten a 20 estudiantes o a 20 apoderados (según les indique el profesor) para saber su opinión sobre la regulación de los alimentos que se venden en el colegio. Pídanles que expresen su opinión mediante las siguientes respuestas: Muy de acuerdo, de acuerdo, en desacuerdo, muy en desacuerdo.
2. Registren en una tabla las respuestas de los encuestados y calculen el porcentaje de cada una de las respuestas dadas.
3. Utilicen Excel para construir un gráfico circular con los datos obtenidos. Para ello, sigan los siguientes pasos:

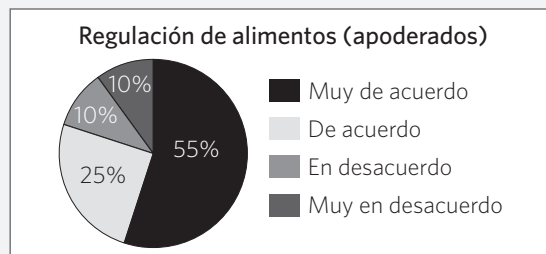
Paso 1: Construyan una tabla con los porcentajes obtenidos, por ejemplo:

	A	B
1	Regulación de alimentos (apoderados)	
2	Respuestas	Porcentaje
3	Muy de acuerdo	55
4	De acuerdo	25
5	En desacuerdo	10
6	Muy en desacuerdo	10
7		

Paso 2: Seleccionen las respuestas y los porcentajes. Luego elijan la opción insertar gráfico circular.



Paso 3: Al realizar el paso anterior se insertará un gráfico circular considerando los porcentajes dados en la tabla. Pueden modificar el gráfico para incluir, por ejemplo, los porcentajes de cada sector, el título, además de modificar los colores o el formato, según sus preferencias.



4. Escriban al menos dos conclusiones considerando la información del gráfico.

Soluciones

El desarrollo de la actividad depende de cada grupo. Cabe destacar que en las instrucciones de la actividad se muestran ejemplos para la resolución.

Algunas conclusiones que se podrían obtener en la actividad 4, son las siguientes:

- *Más de la mitad de los encuestados está muy de acuerdo con la regulación de los alimentos que se venden en el kiosco del colegio.*
- *Dos encuestados están en desacuerdo con la regulación de alimentos en el colegio.*



Recomiende a sus estudiantes resolver las actividades de las páginas 112 a la 119 del Cuaderno de ejercicios.

Reflexiono

Las preguntas propuestas en esta sección tienen por objetivo concientizar a los estudiantes respecto de su proceso de aprendizaje.

Note que cuando los estudiantes expliquen cómo determinar la cantidad que representa un porcentaje estarán desarrollando la habilidad de **argumentar y comunicar**. Además, en la última pregunta se fomenta el desarrollo de **actitudes**, como por ejemplo, reconocer sus errores, lo que les permitirá utilizarlos como fuente de aprendizaje y desarrollar la capacidad de autocrítica y superación.

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 2

Texto
Páginas 242 a la 243

En esta instancia de evaluación, se proponen actividades en las que los estudiantes podrán aplicar lo aprendido en este tema respecto a gráficos de barras dobles y gráficos circulares. Note que el contexto se relaciona con los medios de comunicación, que corresponde al hilo conductor de la unidad.

Se recomienda que considere esta evaluación como un instrumento que le permita tomar decisiones pedagógicas antes de continuar avanzando en el desarrollo de los objetivos propuestos para las siguientes clases.

Reflexiono

Las preguntas propuestas permiten que los estudiantes analicen su trabajo a lo largo del desarrollo del tema. Además, podrán reflexionar sobre el cumplimiento de los compromisos propuestos por ellos mismos al finalizar el Tema 1. Por último, los estudiantes podrán identificar aspectos **actitudinales** desarrollados, por ejemplo, esfuerzo, perseverancia, autocrítica, entre otros.

Propósito del tema

El desarrollo de este tema consta de contenidos relacionados con experimentos aleatorios, frecuencia relativa asociada a un suceso y repetición de experimentos aleatorios. Es importante tener presente que los estudiantes desde 2° básico realizan experimentos estadísticos, por lo que ya tienen un conocimiento intuitivo que en este curso se trabaja para pasar a un conocimiento más formal. Es importante recordar que hay numerosas situaciones del entorno que revisten un carácter aleatorio, por lo que el estudio de tendencia de resultados permitirá el desarrollo del pensamiento

aleatorio que ayudará a los estudiantes en la interpretación de la realidad³⁶.

Las actividades y recursos de este tema están pensados en el logro de los Objetivos de Aprendizaje y sus indicadores de evaluación correspondientes. Además, estos colaboran en el desarrollo de habilidades, actitudes y Objetivos de Aprendizaje Transversales. Cabe destacar que en el Texto del estudiante se incluyen actividades consideradas desafíos complejos ya que permiten la integración de los aprendizajes en situaciones contextualizadas.

Prerrequisitos

- Determinación de la posibilidad de ocurrencia de eventos.
- Comprensión de frecuencia absoluta.
- Cálculo de porcentajes.

Conceptos clave

Experimentos aleatorios, interpretación de la información, evento, datos, frecuencia relativa.

Objetivos de Aprendizaje	Indicadores de evaluación
OA 23: Conjeturar acerca de la tendencia de resultados obtenidos en repeticiones de un mismo experimento con dados, monedas u otros, de manera manual y/o usando <i>software</i> educativo.	• Describen un diagrama de árbol por medio de ejemplos. • Enumeran resultados posibles de lanzamientos de monedas o dados con ayuda de un diagrama de árbol. • Realizan de manera repetitiva experimentos con monedas para conjeturar acerca de las tendencias de los resultados. • Conjeturan acerca de porcentajes de ocurrencia de eventos relativos a lanzamientos de monedas o dados.
Objetivos de Aprendizaje Transversales	
OAT 7: Organizar, clasificar, analizar, interpretar y sintetizar la información y establecer relaciones entre las distintas asignaturas del aprendizaje. OAT 32: Hacer un uso consciente y responsable de las tecnologías de la información y la comunicación, aplicando criterios de autocuidado y cuidado de los otros en la comunicación virtual, y respetando el derecho a la privacidad y la propiedad intelectual.	

³⁶ Chamorro, C. (2003). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Madrid: Pearson Prentice Hall.

Orientaciones didácticas para el Tema 3

Inicio de tema

Texto
Páginas 244 y 245

Las actividades planteadas para dar inicio al tema tienen por objetivo activar los conocimientos que tienen los estudiantes en relación a experimentos aleatorios. A continuación se describen las secciones propuestas en estas páginas.

Recuerdo lo que sé

En esta sección, se presenta una infografía relacionada con el hilo conductor de la unidad, específicamente con la utilidad de medios de comunicación para informarse de lo que ocurre en nuestro entorno.

Por lo tanto, puede utilizar el contexto presentado tanto para activar los conocimientos previos que se relacionan con los contenidos que se desarrollarán en este tema.

Diseño mi estrategia

Mediante las actividades propuestas se guía a los estudiantes en el análisis de diferentes situaciones considerando el uso de probabilidades de manera intuitiva.

Reflexiono

En las preguntas planteadas en esta sección se espera que los estudiantes identifiquen los contenidos aplicados en la resolución de las actividades propuestas con el fin de que sean conscientes de los procedimientos aplicados. Además, deberán explicar la estrategia utilizada en la actividad 4, por lo que en este caso puede estimular el desarrollo de la habilidad de **argumentar y comunicar**.

Experimentos aleatorios

Texto
Páginas 246 a la 249

El objetivo de las actividades propuestas para abordar este contenido, es que los estudiantes utilicen diagramas de árbol para conocer todos los resultados posibles en experimentos aleatorios.

Exploro

Antes de desarrollar las actividades propuestas, se sugiere realizar el experimento aleatorio de lanzar una moneda junto con los estudiantes e ir registrando los resultados. Luego establezca la relación con la información presentada en la situación de exploración.

Ventana de profundización didáctica

Vásquez y Alsina (2016)³⁷ explican que la importancia de la enseñanza de la probabilidad radica en que existen múltiples aplicaciones en la vida cotidiana en las que es necesario tomar decisiones en situaciones de incertidumbre.

Además, los autores exponen que las intuiciones primarias sobre el azar están presentes en los niños antes de los 7 años. Después de esta edad, los niños alcanzan, poco a poco, una estructura conceptual distinta y organizada que desempeña un rol fundamental para el desarrollo completo del razonamiento probabilístico.

Aprendo

El objetivo de esta sección es que los estudiantes comprendan la diferencia entre los experimentos aleatorios y determinísticos y además, puedan obtener los posibles resultados.

En el primer ejemplo, se presenta una manera de analizar un experimento y determinar si es aleatorio.



¿Cómo tendría que ser la ruleta para que el experimento no fuera aleatorio? Explica.



Una posible respuesta a esta pregunta es: *La ruleta tendría que tener solo un color.*

Utilice el ejemplo 2 para estimular el desarrollo de la habilidad de **representar** al utilizar el diagrama de árbol para organizar y visualizar los resultados del experimento dado.

Practico

Las actividades propuestas en esta sección permitirán a los estudiantes analizar diferentes experimentos e identificar si corresponden a experimentos aleatorios o determinísticos, además de identificar los posibles resultados.

³⁷ Alsina, A. y Vásquez, C. (2016). La probabilidad en educación primaria. De lo que debería enseñarse a lo que se enseña. *Uno, Revista de la Didáctica de las Matemáticas*, 41, 46-52.

En la actividad 6, los estudiantes tendrán que evaluar las afirmaciones y decidir su veracidad. Para esto es importante que genere una instancia para razonar y permitir que los estudiantes diseñen sus propias estrategias para evaluar cada una de las opciones, además de compartir sus reflexiones y propuestas con sus compañeros.

Es importante que al momento de que los estudiantes comuniquen sus procedimientos, utilicen los conceptos matemáticos apropiados con el fin de desarrollar la habilidad de **argumentar y comunicar**.

Ventana de profundización didáctica

Vásquez y Alsina (2016)³⁸ señalan que el enfoque dado al proceso de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad, adquiere gran importancia. Sugieren que este debería evolucionar desde las ideas intuitivas e informales (intuiciones primarias) que tienen los alumnos sobre probabilidad y azar hasta adquirir la rigurosidad matemática asociada a la cuantificación y el cálculo de probabilidades (intuiciones secundarias).



Recomiende a sus estudiantes resolver las actividades de las páginas 120 a la 124 del Cuaderno de ejercicios.

Reflexiono

Las preguntas planteadas en esta sección permitirán la reflexión de los estudiantes en relación a los contenidos estudiados y a las actitudes tomadas en el transcurso del trabajo.

Frecuencia relativa asociada a un suceso

Texto
Páginas 250 a la 253

En este contenido, los estudiantes conocerán el concepto de frecuencia relativa que podrán relacionar con aprendizajes previos como por ejemplo, frecuencia absoluta.

Exploro

En esta sección se presenta una situación contextualizada en una campaña de publicidad. Mediante la resolución de las actividades, los estudiantes podrán aplicar sus conocimientos previos relacionados con el concepto de frecuencia absoluta, lo que les permitirá establecer una relación con el concepto de frecuencia relativa.

Aprendo

En esta sección se define y explica la forma de calcular la frecuencia relativa asociada a un suceso.

En el ejemplo 2 es importante que los estudiantes comprendan la información de la tabla para evitar confusiones entre la fila de resultados y la cantidad de veces. Para ello, puede realizar las siguientes preguntas:

- ¿Cuántas veces se obtiene 1?
- ¿Qué resultado se obtuvo la menor cantidad de veces?
- ¿Cuántas veces se realizó el experimento?

Practico

Las actividades propuestas permitirán a los estudiantes calcular la frecuencia relativa asociada a un suceso, considerando diversas situaciones.

Para desarrollar la actividad 4, solicite a los estudiantes reunirse en grupos y estimule el **trabajo colaborativo**, promoviendo **actitudes** adecuadas como, por ejemplo, el respeto a sus compañeros.

Note que en la actividad 5 se establece una relación con la asignatura de Ciencias Naturales, por lo que los estudiantes podrán aplicar los contenidos matemáticos en otro ámbito de conocimiento, fortaleciendo así su aprendizaje (OAT 7).

Ventana de profundización matemática

Chamorro (2008)³⁹ explica que las frecuencias relativas constituyen un sentido primario a la regla de Laplace. Esta regla establece cómo se halla la probabilidad de un suceso, es decir, es un valor que nos permite determinar qué tan posible es que un evento ocurra. Se calcula mediante el cociente de la fracción cuyo numerador es el número de casos favorables al suceso dado y cuyo denominador es el número de casos posibles en el experimento.

Cabe destacar que esta regla se aplica si todos los resultados posibles tienen la misma probabilidad de ocurrencia. Si bien no es necesario que los estudiantes conozcan aún el nombre del término, sí es importante que comprendan cómo funciona, para poder llegar al siguiente nivel de comprensión de las probabilidades.

³⁸ Alsina, A. y Vásquez, C. (2016). La probabilidad en educación primaria. De lo que debería enseñarse a lo que se enseña. *Uno, Revista de la Didáctica de las Matemáticas*, 41, 46-52.

³⁹ Chamorro, C. (2003). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Madrid: Pearson Prentice Hall.



Recomiende a sus estudiantes resolver las actividades de las páginas 125 a la 127 del Cuaderno de ejercicios.

Reflexiono

Estas preguntas se centran en los dos conceptos trabajados y que corresponden a frecuencia relativa y porcentaje. En la segunda pregunta una respuesta esperada es: *Mientras más alto sea el porcentaje de ocurrencia, el suceso es más probable.*

Se sugiere enfatizar en las **actitudes** que tienen que tener los estudiantes al compartir sus ideas con sus compañeros. Por ejemplo, respeto al escuchar y al expresar sus ideas, ya que esto conduce a la creación de un ambiente propicio para el aprendizaje.

Repetición de experimentos aleatorios

Texto
Páginas 254 a la 257

En este contenido, los estudiantes podrán trabajar en el análisis de diferentes experimentos aleatorios con el objetivo de determinar la posibilidad de ocurrencia de un suceso.

Ventana de profundización matemática

Según Vásquez y Alsina (2016)⁴⁰, la tercera etapa en la comprensión de las probabilidades es la de significado frecuencial, es decir, cuando se plantea la asignación de probabilidades de un suceso a partir de la frecuencia relativa observada en un gran número de repeticiones, lo que permitiría estimar la probabilidad del suceso.

Este teorema, denominado “Ley de los Grandes Números”, indica que la probabilidad de que la frecuencia relativa de un experimento repetido en las mismas condiciones se acerque tanto como queramos a la probabilidad teórica del suceso, puede aproximarse suficientemente a uno, sin más que aumentar el número de pruebas.

Exploro

La situación de exploración está contextualizada en el uso de la tecnología. Puede utilizar este contexto para enfatizar en los cuidados que deben tener sus estudiantes al utilizar TIC, considerando un uso consciente y responsable (OAT 32).



¿Cuántas veces crees que saldrá cara al lanzar la moneda 1 000 veces? ¿Qué porcentaje representaría ese valor?



Para guiar a los estudiantes en sus respuestas puede plantear la siguiente pregunta: Si al lanzar 100 veces el porcentaje fue cercano al 50 %, ¿qué sucederá al lanzarla 1 000 veces?

Aprendo

Se sugiere guiar a los estudiantes en la comprensión del ejemplo presentado. Para ello, puede plantear las siguientes preguntas:

- ¿Qué significa que la frecuencia relativa se acerque al 17 %?
- ¿Qué sucederá si se lanza 10 000 veces el dado?

Adicionalmente, puede motivar a sus estudiantes realizar actividades relacionadas con experimentos aleatorios considerando lo propuesto en **Uso de software**.

Practico

Las actividades propuestas en esta sección permitirán que los estudiantes analicen experimentos aleatorios, con el fin de establecer conjeturas sobre la posibilidad de ocurrencia de un suceso dado.

En la actividad 1 los estudiantes deberán interpretar la información representada en gráficos circulares y de barra, para poder determinar el que se relaciona con el experimento aleatorio dado. Mediante la realización de esta actividad, se desarrolla la habilidad de **representar**.

Utilice la actividad 4 para estimular el **trabajo colaborativo**. En el desarrollo de la actividad, es importante que los estudiantes sean capaces de anticipar resultados, de forma de demostrar su comprensión respecto a lo estudiado.

⁴⁰ Alsina, A. y Vásquez, C. (2016). La probabilidad en educación primaria. De lo que debería enseñarse a lo que se enseña. *Uno, Revista de la Didáctica de las Matemáticas*, 41, 46-52.

Errores frecuentes / Diferencia entre probabilidad y predicción de un suceso.

Puede ocurrir que algunos de sus estudiantes interpreten la probabilidad de un suceso como la predicción de si el suceso ocurrirá o no. No obstante, en los experimentos aleatorios el azar interviene a la hora de lograr un resultado, es decir, la certeza está descartada⁴¹.

Para evitar errores respecto a lo descrito, enfatice en el hecho de que no existe la certeza al realizar experimentos aleatorios. Además, se recomienda realizar diferentes experimentos aleatorios con los estudiantes, generar predicciones y verificar si se cumplen o no. De esta forma podrán comprender que una predicción no necesariamente ocurrirá.

Ventana de profundización didáctica

Además de los juegos de azar, existen aplicaciones de las probabilidades en las características genéticas, la previsión atmosférica, el resultado de las elecciones, el crecimiento de la población, la extinción de las especies, el efecto del tabaco o drogas sobre la salud, la extensión de epidemias, los resultados deportivos, el índice de precios o el censo de la población, entre otras⁴². Se recomienda indagar en los intereses de los estudiantes con el fin de proponer actividades en contextos que se relacionen con sus preferencias personales.



Recomiende a sus estudiantes resolver las actividades de las páginas 128 y 129 del Cuaderno de ejercicios.

Reflexiono

En esta instancia, se recomienda enfatizar en la importancia del trabajo en equipo y de expresar y escuchar ideas de forma respetuosa, como una **actitud** fundamental en el aprendizaje de la matemática.

Además, se sugiere aconsejar a los estudiantes respecto a las mejoras a realizar para llevar a cabo un trabajo más ordenado, lo que puede permitirles una mejor comprensión de los procedimientos matemáticos.

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 3

Texto
Páginas 258 y 259

Las actividades propuestas en esta instancia permitirán a los estudiantes aplicar lo trabajado en el desarrollo de este tema.

Observe que el contexto de la situación presentada corresponde a los medios de comunicación. Puede ver el [link](#) completo de la fuente citada, en la webgrafía del Texto del estudiante

Mediante la resolución de las actividades propuestas, los estudiantes podrán identificar el logro de sus aprendizajes y sus dificultades, por lo que es importante que todos puedan resolverlas.

Al ser esta la última unidad, se sugiere dar independencia al momento de distribuir los puntajes en las actividades y completar la tabla. Sin embargo, se sugiere revisar las actividades en conjunto, identificando aquellas que causen mayor dificultad.

Reflexiono

En la tercera pregunta de esta sección, se sugiere poner atención en cuáles fueron los errores que cometieron. Pídales que expliquen a sus compañeros cómo los resolvieron y cómo reaccionaron al respecto. De esta forma puede estimular el desarrollo de **actitudes** adecuadas y la consideración del error como medio para el aprendizaje.

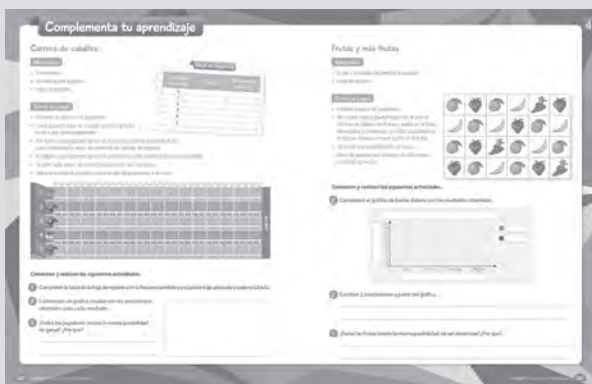
⁴¹ Murgiondo, J. y Tejedor, F. (2005). *Análisis descriptivo de Datos en Educación*. Madrid: La Muralla.

⁴² Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística?. *Blaix*, 15, 2-13.

Orientaciones didácticas para el cierre de unidad

Complementa tu aprendizaje

Texto
Páginas 260 y 261



Las actividades planteadas en estas páginas se consideran desafíos complejos, ya que son instancias en las que los estudiantes pueden integrar todos los conceptos y habilidades trabajadas a lo largo de la unidad.

Además, las actividades propuestas pretenden motivar a los estudiantes en la aplicación de los aprendizajes. Por ejemplo, en el juego Carrera de caballos, podrán organizar la información sobre los puntajes en tablas y gráficos circulares y analizar la posibilidad de ganar de cada jugador.

También se estimula el **trabajo colaborativo** ya que en los dos juegos propuestos los estudiantes podrán participar en grupos o parejas y aplicar los conocimientos trabajados en la unidad en conjunto.

Esta instancia de evaluación permitirá analizar el logro de los Objetivos de Aprendizaje correspondientes a esta unidad y que se trabajaron en el desarrollo de los tres temas propuestos.

Con el fin de asegurar la comprensión de los contenidos de la unidad, realice a sus estudiantes preguntas como:

- ¿Cómo se construye un diagrama de tallo y hojas? ¿Y uno de puntos?
- ¿Cuál es la diferencia entre un gráfico de barras dobles y uno circular? ¿En qué instancia utilizarías cada uno?
- ¿Cuál es la diferencia entre un experimento aleatorio y un experimento determinístico?

Síntesis

Esta sección permite estimular el proceso de metacognición al recordar cada uno de los contenidos trabajados e identificar las dificultades encontradas en el camino, y también aquellos que resultaron más atractivos para los estudiantes, según su propia experiencia.

Reflexiono

En esta instancia se entrega al estudiante un instrumento para autoevaluar sus actitudes en el transcurso de la unidad.

Es importante que apoye a los estudiantes en esta *reflexión haciéndoles notar las consecuencias de una mala o buena actitud para su propio aprendizaje*.



Recomiende a sus estudiantes resolver las actividades de las páginas 130 y 131 del Cuaderno de ejercicios.

¿Qué aprendí? Evaluación final

Texto
Páginas 262 a la 265



Actividades complementarias

Considerando el logro de los estudiantes en el desarrollo de los temas de la unidad, se recomienda realizar las **actividades complementarias**, en donde se proponen actividades de refuerzo (para estudiantes en un nivel de no logrado) y de profundización (para estudiantes en un nivel de logrado) para cada contenido.

Solucionario actividades complementarias

Refuerzo

Diagramas de puntos y de tallo y hojas

a.

Tallo				Hojas				
1	→	0	1	1	5			
2	→	2	4	4				
3	→	4	6	8	8			
4	→	3	3	6	8	9	9	

Gráficos de barras y circulares

- a. La actividad preferida de los estudiantes de 6° básico.
- b. La actividad con mayor preferencia.
- c. 135 estudiantes.

Tendencia de resultados

- a. Negra, porque la mayoría de las bolitas son negras.

Profundización

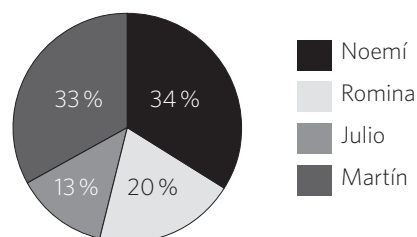
Diagramas de puntos y de tallo y hojas

- a. 10 personas.
- b. 7 personas.
- c. La edad de 29 personas.

Gráficos de barras y circulares

a.

Elección de presidente de colegio



- b. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos:
 - El candidato con menor cantidad de votos es Julio.
 - Noemí tiene el mayor porcentaje de votos.

Tendencia de resultados

- a. $\frac{1}{6}$
- b. $\frac{1}{12}$

Diagramas de puntos y de tallo y hojas

- Analiza la siguiente información y realiza la actividad propuesta.

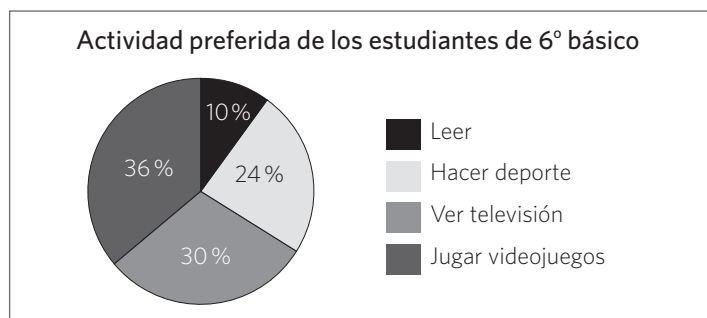
A continuación se muestra la cantidad de ventas que efectuó Carlos durante 17 días.

38 - 11 - 48 - 15 - 49 - 24 - 11 - 22 - 43 - 49 - 34 - 43 - 10 - 36 - 46 - 38 - 24

- Construye en tu cuaderno un diagrama de tallo y hojas para representarlas.

Gráficos de barras y circulares

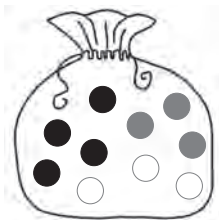
- Analiza la siguiente información y luego responde.



- ¿Qué está representando este gráfico?
- ¿Qué representa el sector de mayor área?
- Si esta encuesta se realizó a 450 estudiantes, ¿cuántos prefieren ver televisión?

Tendencia de resultados

- A partir de la imagen, responde las siguientes preguntas.
 - Al sacar una botita al azar de la bolsa, ¿cuál es más posible de obtener?



Justificación: _____

Diagramas de puntos y de tallo y hojas

- Analiza los siguientes diagramas de tallo y hoja, luego responde.

Edades de hombres y mujeres

Grupo 1	
Tallo	Hojas
2	→ 2 2
3	→ 8 8 9 9
4	→ 2 2 4 4 6 7
5	→ 0 1 1 3 4

Grupo 2	
Tallo	Hojas
1	→
2	→ 0 0 3 4 4 6
3	→ 1 1 2 2 5 9
4	→

- ¿Cuántas personas del grupo 1 son mayores que 30 y menores de 50 años?
- ¿Cuántas personas entre los dos grupos son mayores que 30 y menores que 39 años?
- ¿La edad de cuántas personas se representa en los dos diagramas?

Gráficos de barras y circulares

- Analiza la siguiente situación y luego realiza las actividades propuestas en tu cuaderno.

En un colegio, los estudiantes realizaron una jornada para elegir a un presidente. De los 450 estudiantes que votaron, 150 votaron por Martín, el 20 % del total votó por Romina, 60 votos fueron para Julio y el resto de los votos los obtuvo Noemí.

- Construye un gráfico circular que represente los votos obtenidos por cada candidato.
- Escribe dos conclusiones a partir del gráfico construido.

Tendencia de resultados

- Analiza la siguiente situación y responde a las preguntas planteadas en tu cuaderno.

Raúl saca de una tómbola una bolita al azar, registra el número y luego vuelve a introducir la bolita en la tómbola. A continuación se muestran los resultados obtenidos.

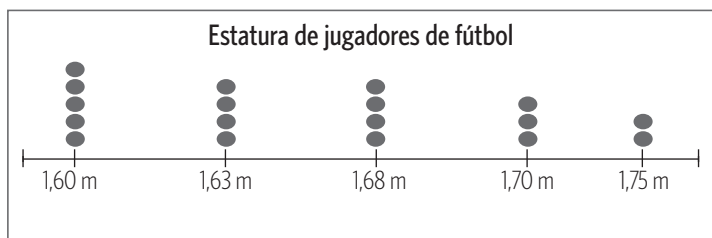
5 - 8 - 9 - 5 - 7 - 3 - 2 - 1 - 6 - 4 - 1 - 3

- ¿Cuál es la frecuencia relativa asociada a obtener la bolita con el número 5?
- ¿Cuál es la frecuencia relativa asociada a obtener la bolita con el número 9?



Resuelve las siguientes actividades

1. Observa el diagrama de puntos y luego responde.



- ¿Cuántos jugadores miden más de 1,60 m y menos que 1,70 m?
- ¿Cuántos jugadores respondieron la encuesta?
- ¿Cuántos jugadores miden 1,70 m o más?

2. Dos primos fueron de vacaciones y trajeron recuerdos a sus familias. Ester trajo 8 recuerdos de Concepción, 5 de Valdivia, 4 de Antofagasta y 6 de Vallenar. Alejandro trajo 4 recuerdos de Concepción, 5 de Valdivia, 3 de Antofagasta y 5 de Vallenar.

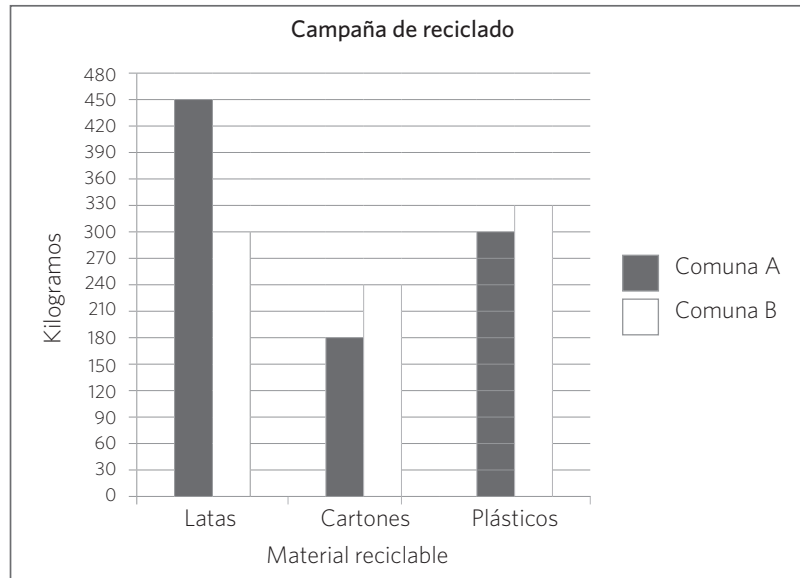
- Construye un diagrama de puntos para cada caso.
- Responde: ¿Cuántos recuerdos compró en total Ester?

3. A continuación se presentan los puntajes obtenidos por los integrantes de dos equipos en una competencia de conocimientos.

Equipo A	Equipo B
30 - 33 - 35 - 42 - 42 - 45 - 47 - 47 - 48	32 - 37 - 40 - 45 - 46 - 48 - 48 - 52
50 - 50 - 54 - 54 - 57 - 65 - 66 - 66 - 68	52 - 54 - 56 - 58 - 60 - 63 - 66 - 67 - 67
68 - 69 - 70 - 70 - 70 - 70 - 70	68 - 70 - 70 - 70

- Construye un diagrama de tallo y hoja para cada equipo.
- Escribe una conclusión al respecto.

4. Analiza el siguiente gráfico de barras y escribe dos conclusiones al respecto.

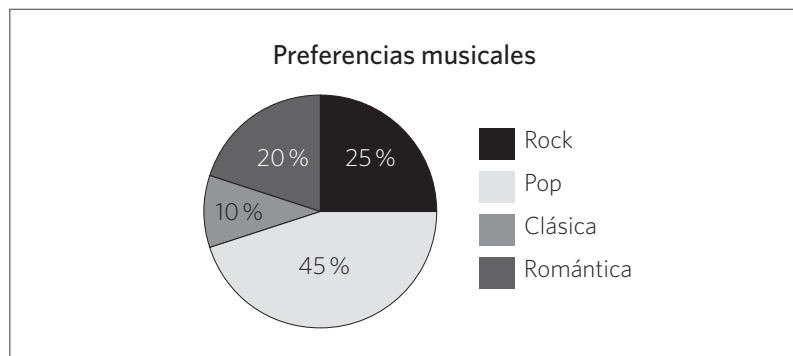


Conclusiones

- _____
- _____

Responde las siguientes preguntas. Para ello, encierra la alternativa que consideres correcta.

Observa el siguiente gráfico y responde las preguntas 5, 6 y 7.



5. Si 15 personas prefieren música clásica, ¿cuántas personas contestaron la encuesta?

- A. 90
- B. 110
- C. 130
- D. 150



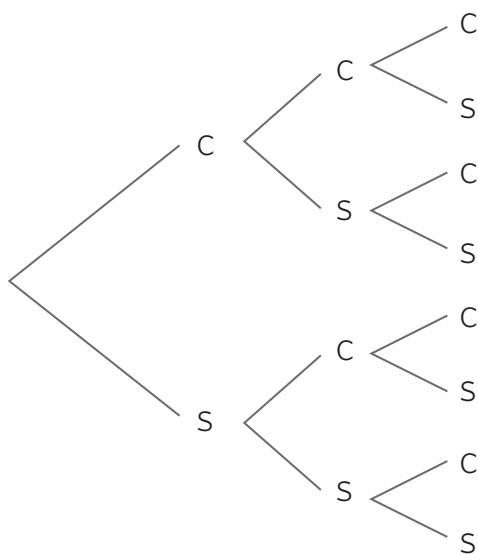
6. ¿Cuántas personas prefieren pop y rock?

- A. 105
- B. 100
- C. 95
- D. 85

7. ¿Cuántas personas prefieren música romántica?

- A. 50
- B. 40
- C. 30
- D. 20

8. Si C: cara y S: sello, ¿qué representa el siguiente diagrama?



- A. El lanzamiento de tres monedas.
- B. El lanzamiento de cuatro monedas.
- C. El lanzamiento de una moneda tres veces.
- D. El lanzamiento de una moneda cinco veces.



9. ¿Cuántos casos posibles existen al lanzar 4 veces una moneda?
- A. 4 casos posibles.
 - B. 8 casos posibles.
 - C. 16 casos posibles.
 - D. 32 casos posibles.
10. Si se lanza 500 veces una moneda, ¿a qué porcentaje tiende la posibilidad de que salga sello?
- A. 10 %
 - B. 25 %
 - C. 75 %
 - D. 50 %
- 11.Cuál sería la frecuencia relativa respecto de las veces que sale 4, al lanzar un dado de 6 caras 1 000 veces?
- A. 4
 - B. $\frac{1}{4}$
 - C. $\frac{4}{6}$
 - D. $\frac{1}{6}$



Solucionario Evaluación complementaria

Preguntas de desarrollo

1.

a. 8 jugadores.

b. 18 jugadores.

c. 5 jugadores.

2.

a.



b. 23 recuerdos.

3.

a.

Equipo A							Equipo B						
Tallo							Tallo						
3	0	3	5				3	2	7				
4	2	2	5	7	7	8	4	0	5	6	8	8	
5	0	0	4	4	7		5	2	2	4	6	8	
6	5	6	6	8	8	9	6	0	3	6	7	7	8
7	0	0	0	0	0		7	0	0	0			

b. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos: El equipo A tiene más integrantes que el equipo B. En el equipo B, 8 integrantes obtuvieron sobre 60 puntos.

4. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos:

- En la comuna A reciclan más kilogramos de latas que en la comuna B.
- En la comuna B reciclan más kilogramos de plásticos que en la comuna A.

Preguntas de alternativas

5. D

9. C

6. A

10. D

7. C

11. D

8. C

Niveles de logro

En la siguiente tabla se presentan los niveles de logro por cada Objetivo de Aprendizaje.

Objetivos de Aprendizaje	Ítem	Nivel de logro
OA 22: Comparar distribuciones de dos grupos, provenientes de muestras aleatorias, usando diagramas de puntos y de tallo y hojas.	1a 1b 1c 2a 2b 3a 3b	Logrado: 5 a 7 ítems correctos. Por lograr: 3 a 4 ítems correctos. No logrado: 0 a 2 ítems correctos.
OA 23: Conjeturar acerca de la tendencia de resultados obtenidos en repeticiones de un mismo experimento con dados, monedas u otros, de manera manual y/o usando <i>software</i> educativo.	9 10 11 12	Logrado: 3 a 4 ítems correctos. Por lograr: 1 a 2 ítems correctos. No logrado: 0 ítem correcto.
OA 24: Leer e interpretar gráficos de barra doble y circulares y comunicar sus conclusiones.	4 6 7 8	Logrado: 3 a 4 ítems correctos. Por lograr: 1 a 2 ítems correctos. No logrado: 0 ítem correcto.

Unidad 4



Datos y probabilidades

En los medios de comunicación puedes encontrar variada información relacionada con **datos y probabilidades**, ya sea en representaciones gráficas, diagramas o porcentajes. **Esfuézate** al resolver los distintos problemas y **expone tus ideas**. ¡Inténtalo!



Estudiarás...	Para que puedas...	En las páginas...
Diagramas de puntos y de tallo y hojas	Comparar grupos de datos, utilizando diagramas de puntos y de tallo y hojas.	220 a la 231
Gráficos de barras dobles y circulares	Interpretar gráficos de barras dobles y circulares.	232 a la 243
Tendencias de resultados	Sacar conclusiones en experimentos con dados, monedas y otros.	244 a la 259

Punto de partida

Te invitamos a observar la imagen para responder las siguientes preguntas que te ayudarán a desarrollar los aprendizajes en esta unidad.

- ¿Qué medios de comunicación identificas en la imagen? ¿Cuáles utilizas con más frecuencia?
- Respecto de lo que estudiarás en esta unidad, ¿qué te gustaría aprender? ¿Por qué?



Mi **meta** en esta unidad es aprender a organizar y representar datos y para lograrla practicaré en mi cuaderno de ejercicios. ¿Qué meta te propones tú?

Mi meta es

y la lograré



Activa tus conocimientos previos y desarrolla las siguientes actividades de evaluación.

Tablas de datos

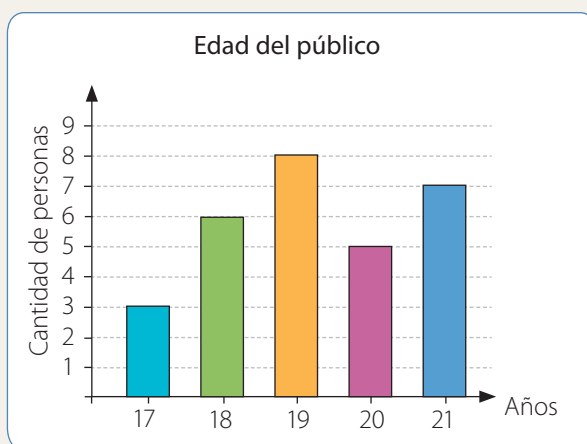
- En la siguiente tabla se muestran los resultados de una encuesta realizada a los asistentes de un cumpleaños respecto de la torta que prefieren. (1 punto cada una)

Preferencias de torta	
Torta	Cantidad de personas
Mil hojas	4
Merengue	6
Tres leches	5
Selva negra	2

- ¿Qué torta es la que tiene más preferencias?
- ¿Cuántas personas más prefieren la torta de mil hojas que la de selva negra?
- ¿Cuántas personas asistieron al cumpleaños?

Gráficos de barras y de líneas

- A continuación se presentan las edades del público de un programa de televisión. (1 punto cada una)



- ¿Cuántas personas tienen 21 años?
 - ¿Cuántas personas tienen más de 18 años y menos de 21 años?
- En la siguiente tabla se muestra lo que ha ganado Sofía en la venta de alfajores en 5 días. Construye un gráfico de líneas y escribe una conclusión a partir de los datos. (2 puntos)

Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Ganancia	\$3 000	\$2 500	\$2 800	\$3 600	\$3 800

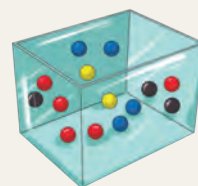
Diagrama de tallo y hojas

4. Los siguientes datos corresponden a los tiempos en minutos que demoran en llegar al colegio un grupo de estudiantes. Construye un diagrama de tallo y hojas que represente los datos y a partir de él escribe dos conclusiones. (3 puntos)

15 - 15 - 13 - 18 - 20 - 18 - 15 - 24 - 30 - 33 - 17 - 12 - 45 - 20 - 40 - 28 - 31 - 22 - 26 - 30

Posibilidad de ocurrencia

5. En una caja se ponen bolitas de colores para luego, sin mirar, sacar una de ellas. (1 punto cada una)
- ¿Qué color es más posible extraer?
 - Para que extraer una bolita de color rojo tenga la misma posibilidad que extraer una de color amarillo, ¿cuántas bolitas de color amarillo se debieran agregar a la caja?



Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1	• Leer e interpretar tablas de datos.		Logrado: 8 puntos o más. Medianamente logrado: 6 a 7 puntos. Por lograr: 5 puntos o menos.
2 y 3	• Leer e interpretar gráficos de barras simples y de líneas.		
4	• Utilizar el diagrama de tallo y hojas para representar datos.		
5	• Describir la posibilidad de ocurrencia de un evento.		
		Total →	

Reflexiono

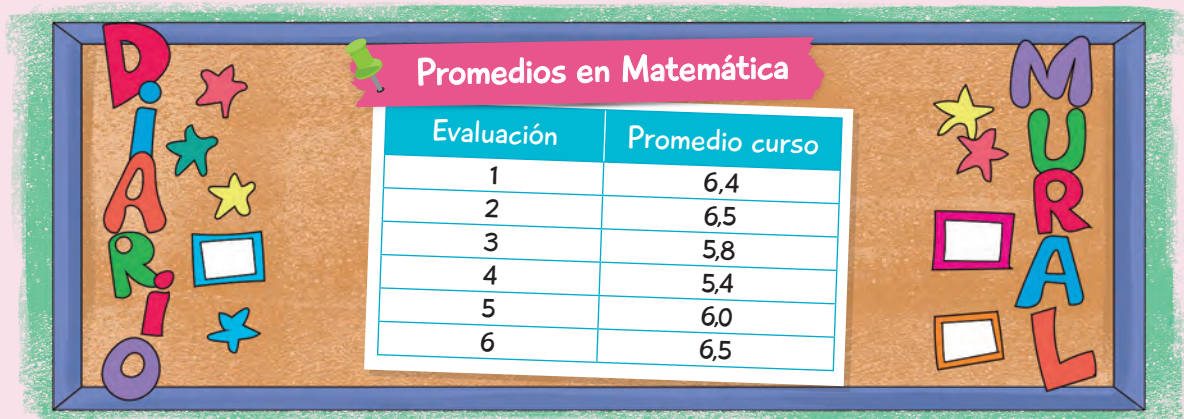
- ¿Registraste tus desarrollos de manera ordenada? Escribe algún aspecto que podrías mejorar al desarrollar esta unidad.

Diagramas de puntos y de tallo y hojas

En esta sección recordarás lo que has estudiado en años anteriores y diseñarás una estrategia para desarrollar el Tema 1.

Recuerdo lo que sé

Observa la siguiente imagen y desarrolla las actividades.



1. Completa con los siguientes términos.

diagrama

tallo

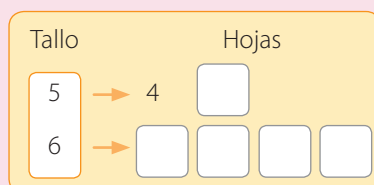
tabla

hojas

Una _____ permite representar información de tal manera que la lectura e interpretación de los datos sea más simple. También puedes usar distintos _____, como por ejemplo el de tallo y hojas. Estos se utilizan principalmente para ordenar datos y observar los valores que más se repiten, determinar el dato menor y el mayor, entre otras funciones. Se componen de dos partes, el _____ y las _____.

2. ¿Cuál es el promedio de los datos? ¿Cómo interpretas ese valor?

3. Completa el siguiente diagrama de tallo y hojas. En este caso, el tallo corresponde a la parte entera de las calificaciones y las hojas, a la parte decimal.

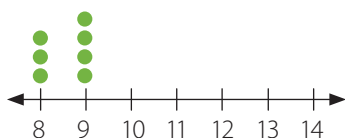


Diseño mi estrategia

Observa la imagen y desarrolla las actividades.

1. Completa el siguiente diagrama de puntos.

Edad de los estudiantes del taller de publicidad



- a. ¿Qué representa cada ● en el diagrama?

- b. ¿Qué representan los valores numéricos del diagrama?

- c. Escribe 2 conclusiones respecto de los datos del diagrama.

2. ¿Cómo construirías un diagrama de tallo y hojas con los datos anteriores?



¡El taller de publicidad ha sido todo un éxito!

Aquí se realizan actividades relacionadas con la televisión, radio y prensa escrita en las que se desarrolla la creatividad de los estudiantes.

Las edades de los participantes del taller son:

10 - 10 - 13 - 8 - 11 - 12 - 8 - 12 - 13 - 14 - 9 - 10 - 14
14 - 14 - 13 - 11 - 12 - 11 - 10 - 9 - 10 - 9 - 9 - 8

Reflexiono

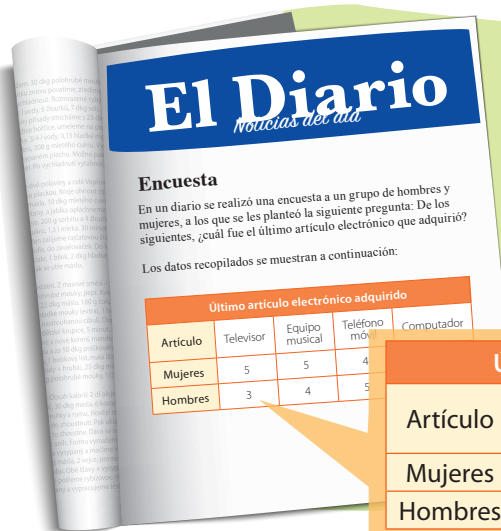
- ¿Qué contenidos de años anteriores usaste para desarrollar las actividades?

- Escribe tu **estrategia** para construir diagramas de puntos y de tallo y hojas.

En este tema construirás diagramas de puntos y de tallo y hojas para que comprendas de mejor manera la información y puedas resolver distintos problemas en los que compararás distribuciones de dos grupos de datos.

Diagrama de puntos

Exploro



En un diario se realizó una encuesta a un grupo de hombres y mujeres, a los que se les planteó la siguiente pregunta: De los siguientes, **¿cuál fue el último artículo electrónico que adquirió?**

Los datos recopilados se muestran a continuación:

Último artículo electrónico adquirido				
Artículo	Televisor	Equipo musical	Teléfono móvil	Computador
Mujeres	5	5	4	3
Hombres	3	4	5	2

Último artículo electrónico adquirido				
Artículo	Televisor	Equipo musical	Teléfono móvil	Computador
Mujeres	5	5	4	3
Hombres	3	4	5	2

- ¿Qué información se entrega en el diario?

- ¿A cuántas personas se encuestó?

Mujeres →

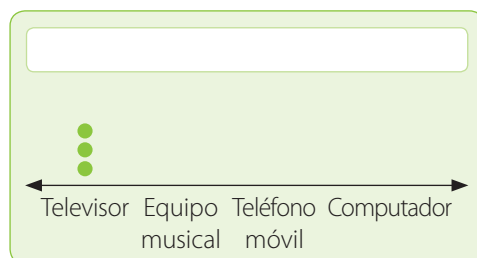
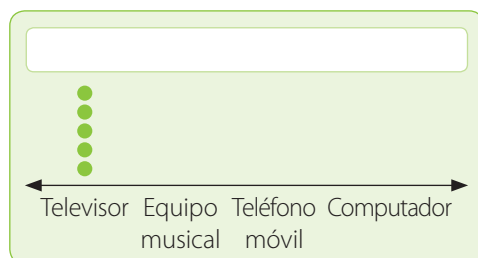
Hombres →

- ¿Hubo más mujeres o más hombres que adquirieron un computador recientemente?

- Completa los siguientes diagramas en los que cada ● representa la respuesta de una persona. Escribe un título para cada diagrama.



¿Cuál podrías decir que es el artículo preferido en el caso de hombres y en el de mujeres? Comenta con tus compañeros y compañeras.



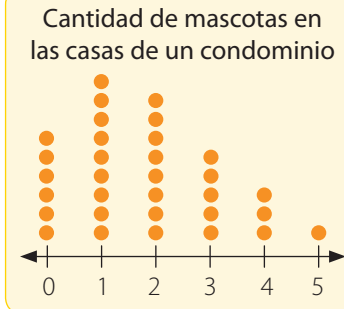
Para organizar la información de manera ordenada puedes usar diagramas como los que completaste, llamados diagramas de puntos. Ahora aprenderás a construirlos y a comparar distribuciones de distintos grupos de datos. Recuerda **argumentar** tus opiniones y escuchar la de tus compañeros y compañeras.

Aprendo

Los datos provenientes de diferentes muestras aleatorias los puedes registrar en un **diagrama de puntos** para ordenar y resumir la información.

Ejemplo 1

En el siguiente diagrama se muestran los datos correspondientes a la cantidad de mascotas que hay en algunas de las casas de un condominio. ¿Cuántas casas se consideraron? ¿En cuántas de las casas no hay mascotas?



¿Cómo lo hago?

- 1 Suma los puntos que corresponden a cada dato.

$6 + 9 + 8 + 5 + 3 + 1 = 32$ → Se consideraron 32 casas del condominio.

- 2 Cuenta los puntos que corresponden a 0 mascotas.

En el diagrama puedes observar que hay 6 puntos que corresponden a 0 mascotas, por lo que en 6 casas no hay mascotas.

Atención

En un **diagrama de puntos**, cada ● corresponde a la cantidad de veces que se repite cada dato.

Ejemplo 2

Los siguientes datos corresponden a la cantidad de personas que hay por mesa en un restaurante durante el almuerzo y la cena. Construye un diagrama de puntos que represente cada distribución de datos y compáralos.

Asistentes por mesa en el almuerzo	Asistentes por mesa en la cena
2 - 1 - 4 - 3 - 1 - 4 - 4 - 2 - 4 - 1 - 1 - 5	1 - 3 - 4 - 4 - 4 - 4 - 3 - 2 - 3 - 2 - 2 - 4
2 - 3 - 2 - 2 - 1 - 1 - 3 - 3 - 2 - 2 - 3 - 5	4 - 3 - 3 - 2 - 4 - 4 - 5 - 3 - 5 - 3 - 5 - 5

¿Cómo lo hago?

- 1 Construye los diagramas considerando tantos ● como datos por categoría.



Habilidad

Cuando extraes información y la representas en diagramas, estás desarrollando la habilidad de **representar**.

- 2 A la hora de almuerzo la cantidad de personas por mesa es menor que en la cena y hay más personas que van solas.

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Construye un diagrama de puntos que represente la información entregada en cada caso.

a. Edad de los invitados a un cumpleaños.

12 - 13 - 14 - 11 - 10 - 12 - 10 - 13 - 14 - 13 - 10 - 9 - 12 - 13 - 12 - 11 - 14 - 10 - 10

b. Ventas de electrodomésticos en una tienda.

2 lavadoras, 5 televisores, 4 refrigeradores, 2 jugueras y 3 planchas.

c. Monedas que tiene Gonzalo.

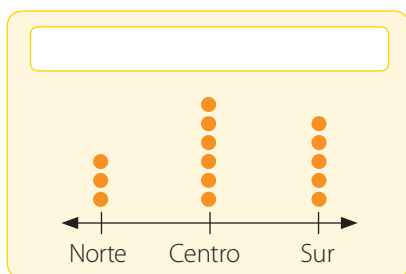


d. Días preferidos para ir al cine de un grupo de clientes.

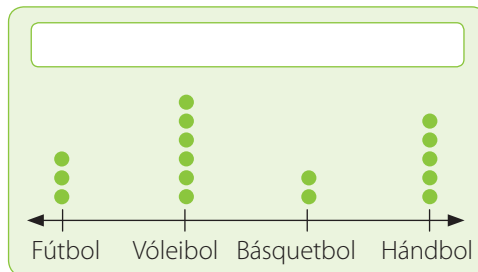
Días preferidos para asistir al cine							
Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
Frecuencia	5	4	6	5	12	14	15

2. **Crea** una situación que se relacione con los siguientes diagramas y escribe un título en cada caso.

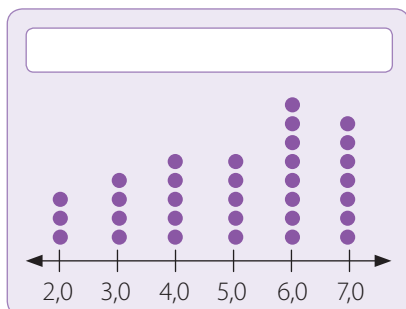
a.



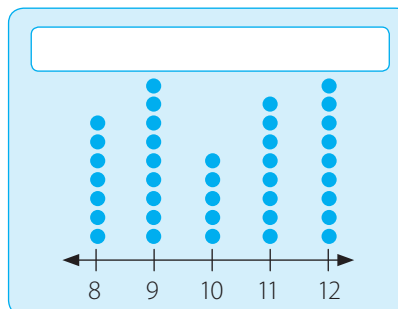
c.



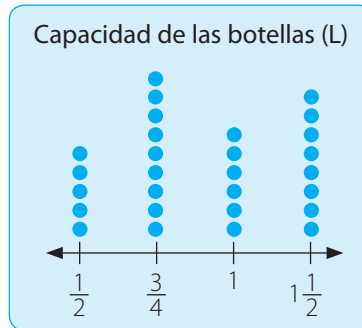
b.



d.

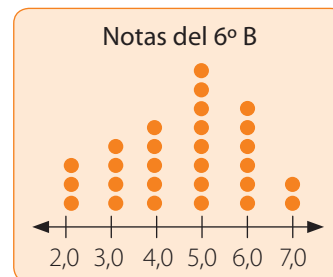
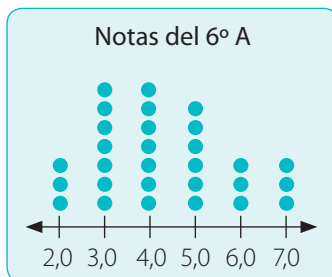


3. Analiza el diagrama que representa la capacidad de las botellas de jugo que quedan en un almacén. Luego, identifica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica en cada caso.



- Hay más cantidad de bebidas que tienen capacidad de $1\frac{1}{2}$ L.
 - Hay dos botellas más de 1 L que de $\frac{1}{2}$ L.
 - Si se venden cuatro botellas de $\frac{3}{4}$ L, la cantidad de botellas que quedan es igual que las de $\frac{1}{2}$ L.
 - En el almacén hay $29\frac{1}{4}$ L de jugo.
4. Analiza la siguiente situación y luego responde.

Los siguientes diagramas representan las calificaciones obtenidas por los estudiantes de dos sextos básicos.



- ¿Cuántos estudiantes tiene cada curso? ¿En cuál de ellos hay más estudiantes?
- ¿Qué curso tuvo mejores calificaciones? Argumenta tu respuesta y explica tus procedimientos.

Reflexiono

- Explica cómo construir un diagrama de puntos.
- ¿Cómo puedes utilizar diagramas de puntos para comparar los datos de dos grupos? Comenta con tus compañeros y compañeras.
- ¿Qué dificultades tuviste al argumentar tus respuestas?



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 96 a la 101.

Diagrama de tallo y hojas

Exploro

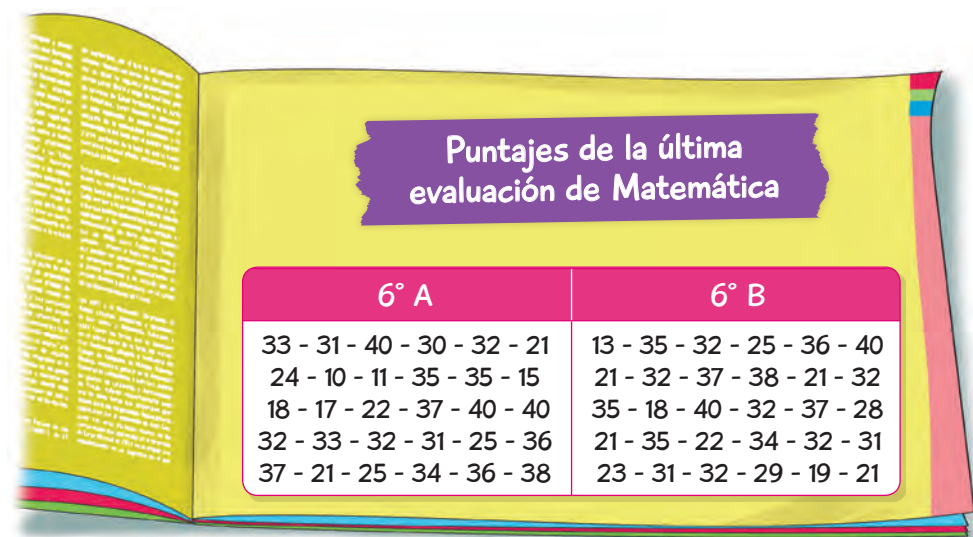
Actitud

La revista es un medio de comunicación escrito en el que se tratan variados temas y que va dirigido a distintos tipos de público. Puedes usar medios como este para presentar distinta información.

Motivate a participar en diferentes actividades para fomentar tu creatividad.

Fuente: Educarchile. Disponible en <http://www.educarchile.cl>

En el colegio de Pamela escriben mensualmente y regalan a los estudiantes de 6° básico una revista con información académica y de las actividades a realizar.



Construye un diagrama de tallo y hojas para representar los datos de cada curso. Para ello, puedes realizar lo siguiente:

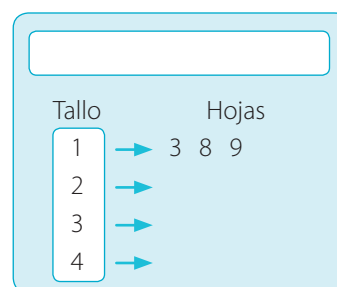
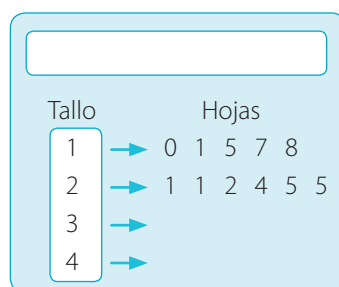
- Ordena los datos de cada curso de forma creciente.

6° A → _____

6° B → _____

- Determina las cifras que contendrá el tallo de los diagramas.

- Escribe el título y construye cada diagrama. Guíate por el ejemplo.



Si el puntaje máximo de la evaluación son 40 puntos, ¿cuántos estudiantes obtuvieron una nota deficiente? Explica cómo lo calculaste. Luego, compara tu procedimiento con el de tus compañeros y compañeras y evalúa las estrategias utilizadas.

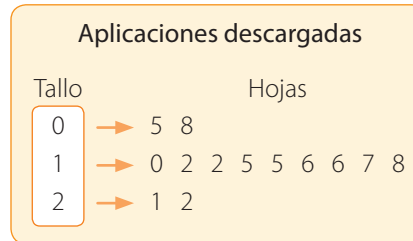
En cursos anteriores representaste datos en diagramas de tallo y hojas. Ahora verás que también los puedes utilizar para comparar grupos de datos. Cuando argumentes tus respuestas **expresa tus ideas de forma respetuosa.**

Aprendo

Un **diagrama de tallo y hojas** es una representación de datos numéricos en el que, por lo general, las hojas contienen las cifras de las unidades, mientras que el tallo, las restantes.

Ejemplo 1

En el diagrama se muestra la cantidad de aplicaciones descargadas en los teléfonos móviles de un grupo de personas. Determina el dato menor y el mayor e interpreta estos valores.



¿Cómo lo hago?

- 1 El dato menor corresponde a 5 y el mayor a 22.
- 2 La menor cantidad de aplicaciones descargadas es 5 y la mayor cantidad, 22 descargas.

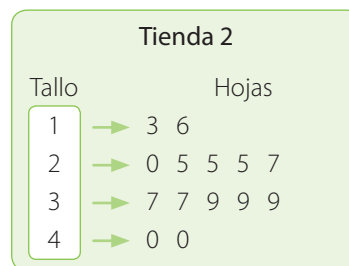
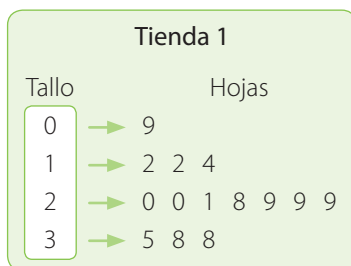
Ejemplo 2

Los siguientes datos corresponden a la cantidad de artículos vendidos durante 14 días en dos tiendas. Construye un diagrama de tallo y hojas para cada tienda y compáralos.

Tienda 1	21 - 12 - 28 - 9 - 38 - 20 - 12 - 20 - 38 - 14 - 29 - 29 - 35 - 29
Tienda 2	39 - 16 - 40 - 37 - 20 - 39 - 25 - 13 - 25 - 27 - 25 - 37 - 40 - 39

¿Cómo lo hago?

- 1 Ordena los datos y construye los diagramas.



- 2 Al comparar los diagramas, puedes observar que en la tienda 1 lo menos que se vendió fueron 9 artículos y en la tienda 2, 13 artículos.

También puedes calcular el total de artículos vendidos sumando las ventas de los 14 días, con lo que obtienes que en la tienda 1 se vendieron 334 artículos y en la tienda 2, 422.



Calcula las ventas promedio de cada una de las tiendas y compáralas. ¿Cuál obtuvo el mejor promedio?

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Construye un diagrama de tallo y hojas para cada uno de los siguientes conjuntos de datos.

- a. Cantidad de partidos ganados por los integrantes de un club de tenis de mesa.

12 - 23 - 28 - 31 - 40 - 18 - 17 - 43 - 32 - 15 - 44 - 22 - 34 - 32 - 12 - 33 - 14 - 12 - 30

- b. Cantidad de teléfonos móviles vendidos en una sucursal durante una semana.

160 - 165 - 170 - 178 - 184 - 190 - 195 - 167 - 178 - 165 - 193 - 200 - 187 - 175 - 158

- c. Kilogramos de papel recolectados por cada uno de los integrantes de un grupo ecologista.

34 - 45 - 33 - 56 - 34 - 27 - 45 - 24 - 76 - 45 - 58 - 67 - 54 - 39 - 40 - 33 - 48 - 62

2. Valeria y Gastón decidieron vender revistas a sus amigos y amigas. En la siguiente tabla se muestra la cantidad de revistas vendidas por cada uno durante 12 días.

Día	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Valeria	20	15	23	30	31	28	12	16	23	13	16	15
Gastón	12	10	30	21	28	24	14	16	17	33	12	19

- a. Construye un diagrama de tallo y hojas que represente las revistas vendidas por cada uno.
b. Compara los diagramas y escribe tres conclusiones.

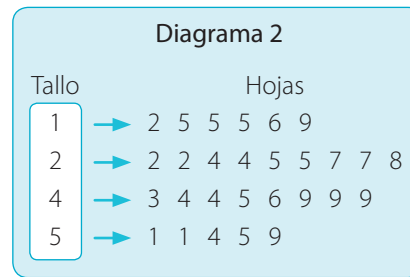
3. Lee y analiza la siguiente información. Luego, responde.

Pedro arrienda equipos de ski y para prestar un buen servicio contratará personal de acuerdo a la cantidad de clientes. En el diagrama se muestra la cantidad de arriendos diarios de la temporada pasada.

- a. ¿Cuántos equipos de ski arrendó en total a los clientes?
b. Pedro calculó que por cada 30 arriendos diarios necesita 2 trabajadores. ¿Cuántas personas deberá contratar? Comenta con tus compañeros y compañeras y escriban sus conclusiones.

Cantidad de arriendos	
Tallo	Hojas
1	8 8 9 9
2	3 5 5 8 8 9 9 9
3	0 5 6 7 8 8 8 9 9 9
4	0 3 4 4 7 7 7 7 8 8 8
5	0 0 3 4 8 9
6	0 1

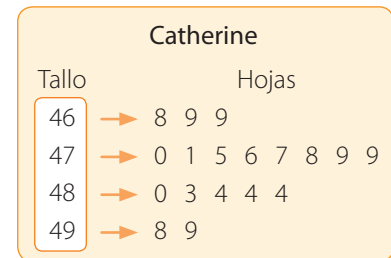
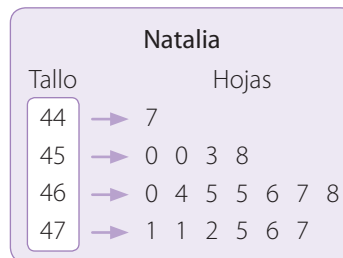
4. Observa los siguientes diagramas de tallo y hojas y luego responde.



- ¿Entre qué valores se encuentran los datos registrados en el diagrama 1? ¿Entre cuáles se encuentran los del diagrama 2?
- ¿En cuál diagrama se muestra una mayor variación de los datos? ¿En cuál se encuentran los valores más altos?
- ¿Cuál es el dato que más se repite en el diagrama 1? ¿Y en el diagrama 2?

5. Analiza la situación y luego responde.

Ana, Natalia y Catherine practican salto largo y para llevar un registro representan sus resultados en los siguientes diagramas, en los que anotan los centímetros alcanzados en cada salto.



- ¿Cuál de ellas ha logrado saltos más largos?
- Si el entrenador debe elegir a la niña con mejores resultados, ¿a quién le recomendarías? Justifica.

Reflexiono

- Explica qué representa el tallo y las hojas en un diagrama de tallo y hojas.
- ¿En qué te fijaste para comparar las distribuciones de dos grupos de datos?
- Da un ejemplo de cómo puedes expresar tus ideas de forma respetuosa.



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 102 a la 107.

Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en este tema.

Mantener una dieta balanceada y realizar actividad física es muy importante para tu salud. Puedes realizar ejercicios como caminar, correr o andar en bicicleta, ajustando el nivel de actividad de acuerdo a tus características.

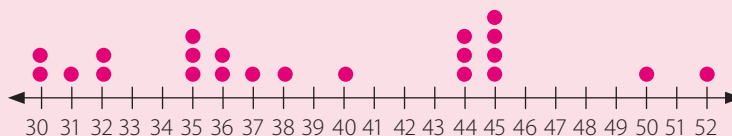
Camila y Patricio están desarrollando un estudio relacionado con la vida sana en los jóvenes. Para ello, representaron en los siguientes diagramas la masa corporal de los estudiantes de dos sextos básicos.

Masa corporal (kg) estudiantes 6°A

Tallo	Hojas
3	0 1 4 6 6 6 8 9 9
4	0 0 3 3 4 7 7 8
5	0 1 1 2 2



Masa corporal (kg) estudiantes 6° B



- ¿Cuál de los dos diagramas es más apropiado para representar la información? Justifica. (2 puntos)
- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera? Marca **X** o **✓** según corresponda. (1 punto cada una)
 - ☐ La mayor cantidad de estudiantes del 6° B tiene una masa corporal superior a 41 kg.
 - ☐ Las masas de los estudiantes del 6° A tienden a concentrarse en los valores más bajos.
 - ☐ Seis estudiantes del 6° A tienen una masa corporal mayor a 40 kg.
- Representa los datos del 6° B en un diagrama de tallo y hojas. (2 puntos)
- Construye un diagrama de puntos para representar los datos correspondientes al 6° A. (2 puntos)
- ¿Cuál es el dato menor y el dato mayor en cada curso? Interpreta esos valores. (2 puntos)
- ¿Cuántos estudiantes hay en cada curso? (2 puntos)

7. **Crea** un problema que se relacione con la situación inicial y que se pueda responder usando los diagramas. Luego, resuélvelo. (2 puntos)

Problema:

Respuesta:



Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1, 2	Interpretar información en diagramas de puntos y de tallo y hojas.		Logrado: 9 puntos o más.
3, 4	Representar información en diagramas de puntos y de tallo y hojas.		Medianamente logrado: 7 a 8 puntos.
5, 6 y 7	Construir diagramas de puntos y de tallo y hojas para comparar distribuciones de datos.		Por lograr: 6 puntos o menos.
		Total →	

¡Muy bien! Ya realizaste las actividades y terminaste el Tema 1.
Ahora, analiza el progreso de tu trabajo en esta unidad.

Reflexiono

- Lo que planteaste para lograr tu meta en la página 217, ¿te ha dado resultado?
- ¿Utilizaste la estrategia que diseñaste al inicio del tema (página 221)? ¿Cuáles otras usaste?
- ¿Qué te propones mejorar para cumplir tu meta?
- ¿Qué podrías mejorar en las siguientes clases? Remarca el o los recuadros.

Ser ordenado u ordenada.

Esforzarme en aprender.

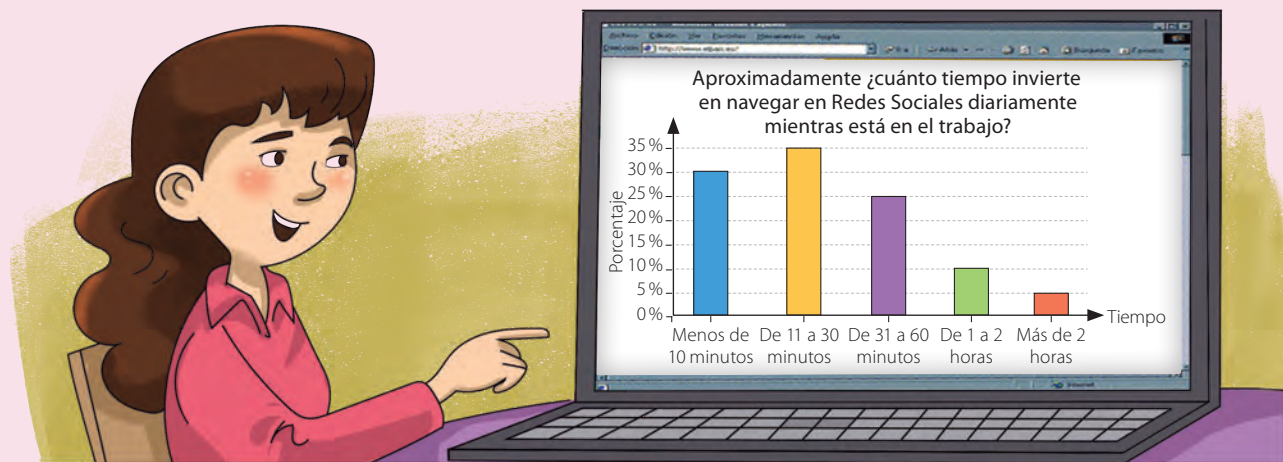
Ser perseverante.

Gráficos de barras dobles y circulares

En esta sección recordarás lo que has estudiado en años anteriores y diseñarás una estrategia para desarrollar el Tema 2.

Recuerdo lo que sé

Observa la siguiente imagen y desarrolla las actividades.



1. Completa con los siguientes términos.

barras simples

gráficos

frecuencia

cualitativas

Los _____ te permiten organizar la información para que luego puedas interpretarla. Un gráfico de _____ representa una categoría de datos, tanto de variables _____ como cuantitativas. En el gráfico de la imagen, para conocer el total de personas encuestadas, observas la altura de cada barra que se relaciona con la _____, y luego sumas esos valores.

2. ¿Cuáles son las variables representadas en el gráfico?

3. ¿Cuánto tiempo invierte la mayoría de las personas encuestadas en navegar en redes sociales?

4. ¿Qué porcentaje de personas navegan 1 hora o más? ¿Cómo lo calculaste?

Diseño mi estrategia

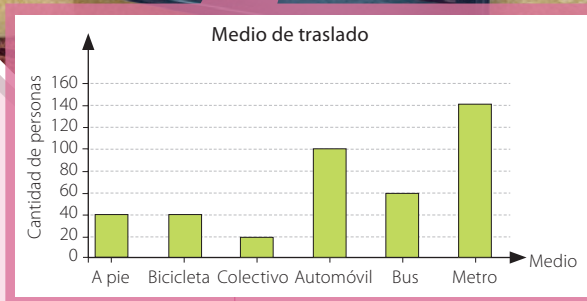
Observa la imagen y desarrolla las actividades.

1. ¿Cuántas personas no utilizan automóvil?

2. ¿Qué porcentaje del total representa la cantidad de personas que se trasladan en metro?

3. Los siguientes datos corresponden a los resultados de la encuesta clasificados entre hombres y mujeres. Explica el procedimiento que seguirías para representar los datos en un gráfico.

Medio	A pie	Bicicleta	Colectivo	Automóvil	Bus	Metro
Hombres	18	20	9	55	27	80
Mujeres	22	20	11	45	33	60



El gráfico representa la información recopilada después de encuestar a un grupo de personas respecto del medio que utilizan para trasladarse a su trabajo. Cada encuestado pudo seleccionar solo una alternativa.

Reflexiono

- ¿Qué recordabas acerca de los gráficos de barras simples?

- ¿Cuál fue tu mayor dificultad al desarrollar las actividades?

- Escribe tu **estrategia** para leer e interpretar la información presentada en un gráfico.

En este tema leerás e interpretarás información en gráficos de barras dobles y gráficos circulares para que puedas responder preguntas y resolver distintos problemas.

Gráfico de barras dobles

Exploro

Actitud

Las tecnologías de información y comunicación (TIC) te proveen de herramientas que permiten desarrollarte en el mundo digital.

Utiliza de manera responsable estas tecnologías y evalúa la calidad de la información de las fuentes virtuales que utilices.

Bárbara está recopilando datos de distintos estudios en Internet para un trabajo del colegio. En una página de estadísticas encuentra la siguiente información acerca del uso de los medios de comunicación de un grupo de personas según su edad.



- ¿Por qué crees que aparecen dos barras para cada categoría?

- ¿Cuál es la cantidad de personas que utiliza con mayor frecuencia la radio?

Menos de 35 años. →

35 años o más. →

Total de personas. →

- ¿Cuántas personas se consideraron en el estudio? ¿Cómo lo calculaste?

- ¿En qué categoría la diferencia entre la cantidad de personas menores que 35 años y las que tienen 35 años o más es mayor?

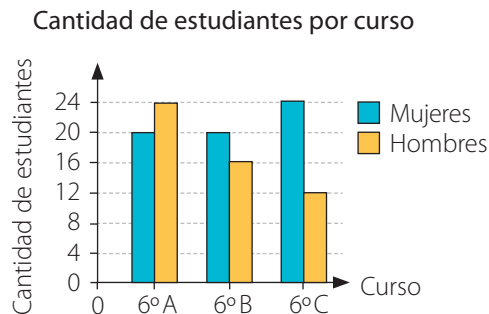
¿Recordabas los gráficos de barras simples? Ahora aprenderás a leer gráficos que muestran dos tipos de información, llamados gráficos de barras dobles. Podrás interpretar los datos, resolver problemas registrando la información de **forma ordenada** y comunicar tus conclusiones.

Aprendo

Los **gráficos de barras dobles** representan dos grupos de frecuencias para cada valor o categoría de la variable. Para interpretarlos, observas las barras asociadas a cada categoría cuya altura es proporcional a la frecuencia que representan y luego las comparas según corresponda.

Ejemplo 1

En el gráfico se muestra la cantidad de estudiantes, entre hombres y mujeres, que conforman los sextos básicos de un colegio.



- ¿Qué variables representan el eje horizontal y el vertical del gráfico?
- ¿En qué curso la diferencia entre la cantidad de hombres y mujeres es mayor?
- Entre los tres cursos, ¿hay más hombres o mujeres?

¿Cómo lo hago?

- 1 Lee el título y observa los ejes.

La variable representada en el eje horizontal corresponde al curso, y la del eje vertical a la cantidad de estudiantes.

- 2 Observa las barras correspondientes a cada curso e identifica aquellas que tengan la mayor diferencia de altura.

En el 6º C hay la mayor diferencia entre hombres y mujeres. Para comprobar, puedes determinar la cantidad de hombres y mujeres por curso y luego calcular la diferencia, respectivamente.

6º A → 20 mujeres y 24 hombres.	$24 - 20 = 4$
6º B → 20 mujeres y 16 hombres.	$20 - 16 = 4$
6º C → 24 mujeres y 12 hombres.	$24 - 12 = 12$

- 3 Suma la cantidad de hombres y mujeres de cada curso.

Mujeres →	$20 + 20 + 24 = 64$
Hombres →	$24 + 16 + 12 = 52$

Luego, hay más mujeres que hombres en los sextos básicos.



Busca un gráfico de barras dobles en un diario o una revista y crea 2 preguntas relacionadas con la información.



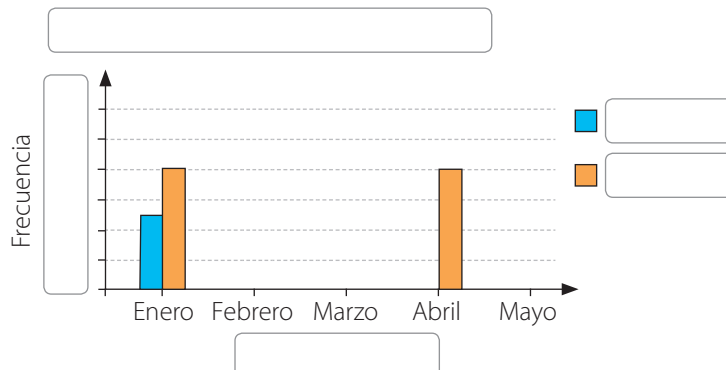
En un gráfico de barras, ¿se pueden comparar más de dos grupos de frecuencias para cada categoría? Da un ejemplo.

Practico

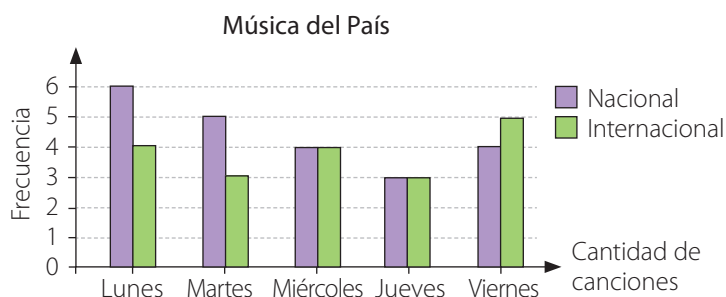
Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Completa el gráfico según los datos presentados en la siguiente tabla.

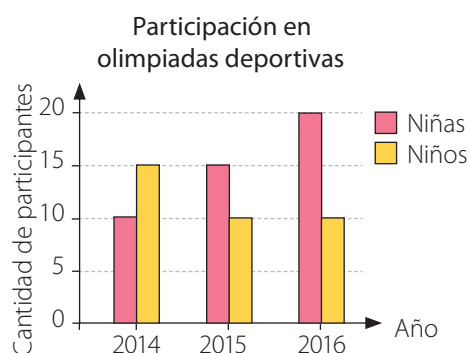
Ventas en una inmobiliaria		
Mes	Casas	Departamentos
Enero	5	8
Febrero	11	9
Marzo	4	3
Abril	6	8
Mayo	5	10



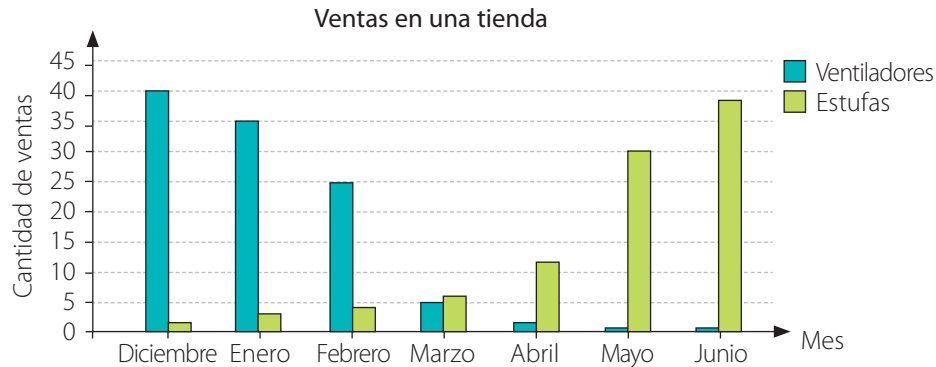
2. A continuación se presenta la cantidad de canciones nacionales e internacionales que se emitió en un programa de una estación de radio de lunes a viernes.



- Identifica el o los errores del gráfico. Luego, enciérralos y corrígelos.
 - ¿Cuántas canciones se emiten cada día?
 - ¿Cuál es la diferencia entre la cantidad de canciones nacionales e internacionales emitidas durante los 5 días?
3. Observa el siguiente gráfico en el que se muestra la cantidad de estudiantes que asistieron a las olimpiadas deportivas según cada año. Luego, analiza si cada afirmación es verdadera o falsa. Justifica en cada caso.
- La cantidad de niños que participaron aumentó desde el año 2014 al 2016.
 - La cantidad de niñas que participaron se incrementó en 5 cada año.
 - La cantidad de niñas que participaron el 2014 fue menor que la cantidad de niños en el 2015.



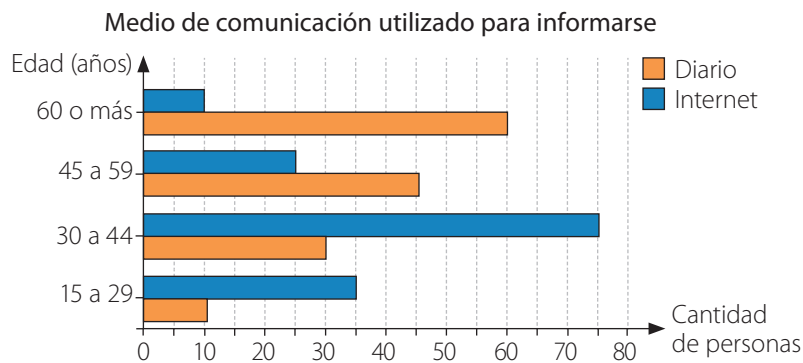
4. En el siguiente gráfico se muestra la cantidad de ventiladores y estufas que se vendieron en una tienda de diciembre a junio.



- ¿Qué observas en relación al comportamiento de ventas de las estufas?
- ¿Tiene sentido que la venta de estufas vaya en aumento? Justifica.
- ¿Qué ocurre con la venta de ventiladores a medida que pasan los meses?



5. Analiza la información representada en el siguiente gráfico. Luego, reúnete con un compañero o una compañera y realicen las actividades.



Atención

En un gráfico, las barras pueden disponerse de forma horizontal o vertical.

- Crea** un contexto que se relacione con la información representada en el gráfico y escríbelo. Luego, compáralo con el de tu compañero o compañera y elijan uno.
- Escribe una pregunta relacionada con la información. Intercámbiala y respóndela.
- Escribe 2 conclusiones a partir de los datos representados en el gráfico. Luego, evalúa las conclusiones que escribió tu compañero o compañera.

Reflexiono

- Explica qué indican las variables en el eje horizontal y en el vertical de un gráfico.
- ¿Crees que fuiste ordenado al desarrollar las actividades? ¿Por qué?



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 108 a la 111.

Gráfico circular

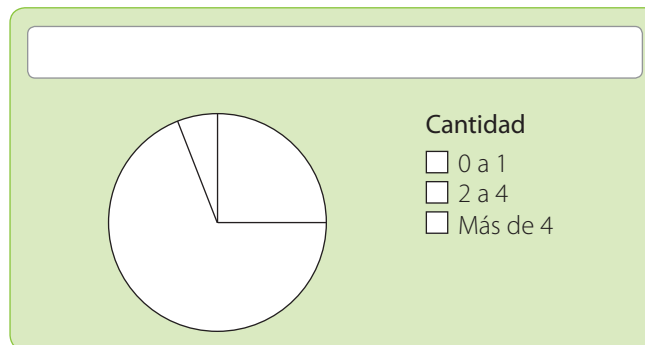
Exploro

Visita la Web

Para realizar más actividades utilizando gráficos, visita el siguiente sitio web: <http://recursostic.educacion.es/multidisciplinar/itfor/web/content/ylaestad%C3%ADstica%C2%BFqu%C3%A9>



- ¿Qué porcentaje de las personas ha tenido más de 4 teléfonos móviles?
- Pinta el círculo considerando la parte que representa cada categoría y escribe el título según la información de la encuesta.



¿Qué porcentaje representa el círculo completo?

- ¿Cómo puedes calcular la cantidad de personas que han tenido de 2 a 4 teléfonos móviles? Explica.

Anteriormente desarrollaste actividades relacionadas con porcentajes. Ahora aprenderás a interpretar gráficos circulares que se utilizan para mostrar el porcentaje que representan distintas partes de un total.
Esfuézate al desarrollar las actividades.

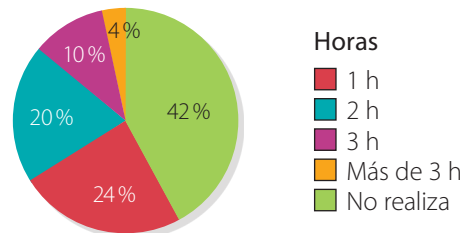
Aprendo

En un **gráfico circular**, cada sector circular representa la frecuencia, generalmente expresada como porcentaje, de una variable respecto de un todo. El sector circular con mayor área representa el dato con más preferencias.

Ejemplo 1

En el siguiente gráfico se representó la cantidad de horas semanales que un grupo de 100 adultos mayores realiza actividad física. ¿Qué porcentaje de ellos realiza actividad 2 h o 3 h semanalmente? ¿A cuántas personas equivale ese porcentaje?

Actividad física semanal de adultos mayores



¿Cómo lo hago?

- 1 Identifica los porcentajes que corresponden a las categorías indicadas y súmalos.

$$2 \text{ h} \rightarrow 20\% \quad 3 \text{ h} \rightarrow 10\% \quad 20 + 10 = 30 \rightarrow 30\%$$

El 30% de los adultos mayores realizan actividad física 2 h o 3 h semanalmente.

- 2 Representa el 30% como una fracción o como un número decimal y multiplícalo por 100, que es el total de adultos mayores.

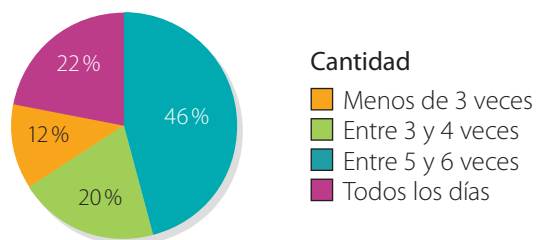
$$30\% \rightarrow \frac{30}{100} \cdot 100 = 0,3 \cdot 100 = 30$$

Luego, el 30% de 100 es igual a 30, por lo que 30 adultos mayores realizan actividad física 2 h o 3 h semanalmente.

Ejemplo 2

Se realizó una encuesta a 50 estudiantes respecto de la cantidad de veces a la semana que utilizan Internet. Los datos obtenidos se muestran en el siguiente gráfico. ¿Cuántos estudiantes corresponden a cada categoría?

Días de la semana que usas Internet



- 1 Identifica el porcentaje del total que corresponde a cada categoría.

El 12% del total de estudiantes usa Internet menos de 3 veces a la semana, el 20%, entre 3 y 4 veces, el 46%, entre 5 y 6 veces y el 22% usa Internet todos los días.

- 2 Calcula el valor que corresponde a cada porcentaje.

$$12\% \rightarrow \frac{12}{100} \cdot 50 = 0,12 \cdot 50 = 6$$

$$46\% \rightarrow \frac{46}{100} \cdot 50 = 0,46 \cdot 50 = 23$$

$$20\% \rightarrow \frac{20}{100} \cdot 50 = 0,2 \cdot 50 = 10$$

$$22\% \rightarrow \frac{22}{100} \cdot 50 = 0,22 \cdot 50 = 11$$

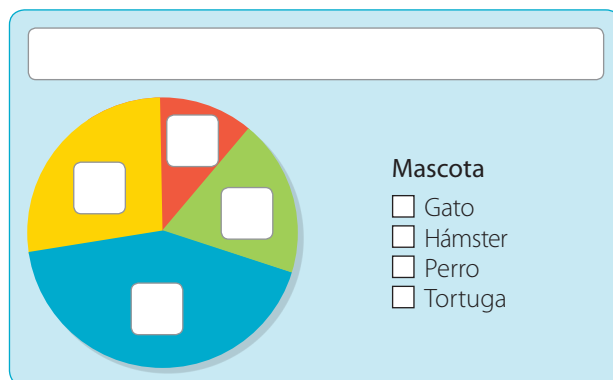
Luego, 6 estudiantes usan Internet menos de 3 veces a la semana, 10, entre 3 y 4 veces, 23, entre 5 y 6 veces y 11 estudiantes usan Internet todos los días.

Practico

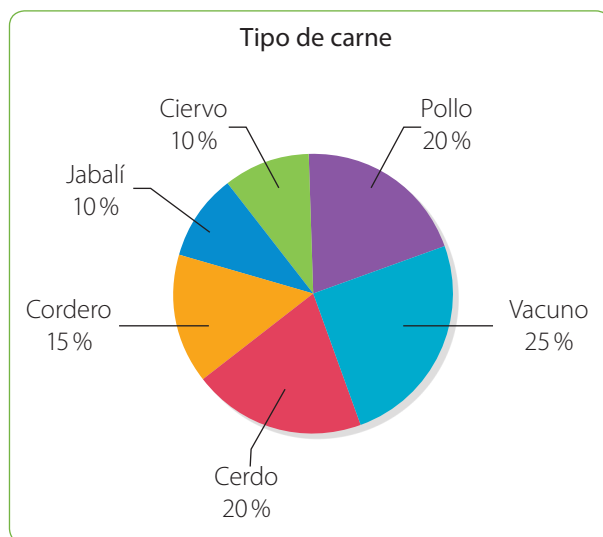
Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Analiza la siguiente información y luego completa el gráfico circular.

Se les preguntó a un grupo de personas por su mascota preferida entre cuatro opciones. La opción con menor preferencias fue la tortuga con 12 % y la más preferida, el perro, con un 40 %. Además, hubo más personas que eligieron al gato que al hámster y la diferencia es de un 10 %.



2. En el siguiente gráfico se representa la cantidad de carne utilizada para los distintos menús en un restaurante.

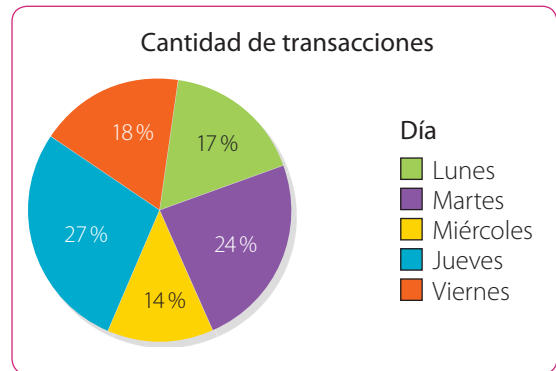


- a. ¿Cuál es el tipo de carne más utilizada?
- b. ¿Hay carnes que se utilicen en la misma cantidad? De ser así, ¿cuáles son?
- c. ¿Es correcto decir que entre los platos del menú que se preparan con ciervo o jabalí igualan la cantidad de platos que se preparan con cerdo? Justifica tu respuesta.

3. Identifica y marca el o los errores que presenta el gráfico. Luego, corrégelos y responde las preguntas.

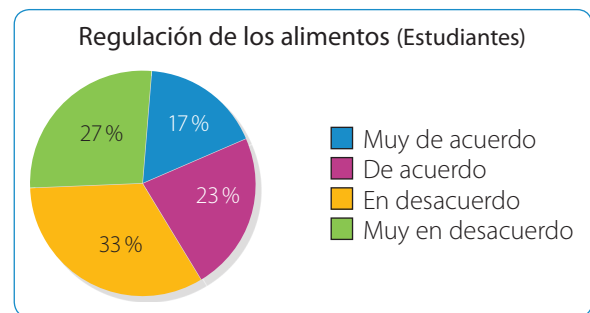
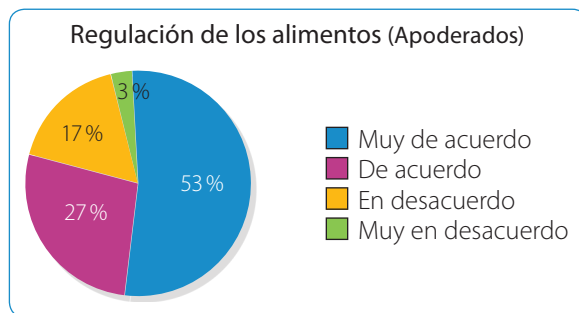
Para distribuir los turnos en un banco se realiza un estudio sobre el flujo de clientes por día.

Clientes diarios en un banco	
Día	Cantidad de clientes
Lunes	240
Martes	170
Miércoles	140
Jueves	180
Viernes	270



- ¿Qué día de la semana necesitan más personal para atender al público? Justifica.
- ¿Cuántas personas se consideraron en el estudio?

4. Se realiza una encuesta para conocer la opinión sobre la regulación de los alimentos que se venden en los kioscos de un colegio.



- ¿Qué puedes concluir respecto de las respuestas de los apoderados?
- ¿Qué diferencias observas entre la opinión de los apoderados y la de los estudiantes?

Reflexiono

- Explica cómo determinar la cantidad que representa un porcentaje de un total.
- Crea** una situación que se pueda relacionar con un gráfico circular.
- ¿Reconociste tus errores? Recuerda que es importante que desarrolles tu capacidad de autocrítica y superación.



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 112 a la 119.

Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en este tema.

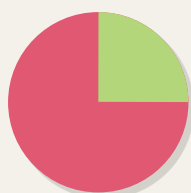
En el país, el uso de los automóviles, los procesos productivos de las industrias, la utilización de leña como medio de calefacción y la mala ventilación, provocan en invierno una gran contaminación del aire, lo que genera un incremento importante de casos de personas con enfermedades respiratorias.

En un diario se incluye una noticia en la que se presenta el siguiente gráfico.

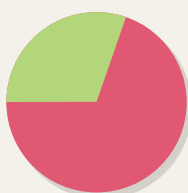
Fuente: Sociedad Chilena de Enfermedades Respiratorias.
Disponible en <http://www.scielo.cl/>



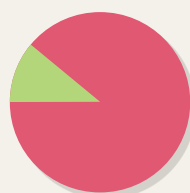
1. ¿Cuál es la información que se presenta en el gráfico? (1 punto)
2. ¿En qué categoría la opinión de las personas respecto de la aprobación o rechazo es más similar? ¿Cómo los supiste? (2 puntos)
3. ¿En qué categoría la diferencia de opinión es mayor? Explica tu procedimiento. (2 puntos)
4. Si cada persona respondió solo una opción, ¿a cuántas se encuestó? (1 punto)
5. Encierra el gráfico circular que mejor representa los datos correspondientes a la opinión de las personas respecto de la restricción vehicular. (2 puntos)



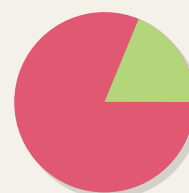
■ Aprueba
■ Rechaza



■ Aprueba
■ Rechaza



■ Aprueba
■ Rechaza



■ Aprueba
■ Rechaza

6. A partir del gráfico de la pregunta 5, ¿qué porcentaje corresponde a cada sector, aproximadamente? (2 puntos)
7. ¿Cómo puedes representar en uno o más gráficos circulares la información del gráfico? (3 puntos)
8. ¿Qué porcentaje de personas respecto del total aprueba la restricción vehicular, aproximadamente? (2 puntos)
9. **Crea** dos preguntas que se puedan responder con la información presentada en el gráfico. Luego, respóndelas. (2 puntos)



Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1, 2, 3, 4 y 9	Analizar e interpretar gráficos de barras dobles y comunicar conclusiones.		Logrado: 10 puntos o más. Medianamente logrado: 8 a 9 puntos.
5, 6, 7 y 8	Analizar e interpretar gráficos circulares y comunicar conclusiones.		Por lograr: 7 puntos o menos.
		Total →	

¡Excelente! Ya realizaste las actividades y terminaste el Tema 2.
Ahora, analiza el progreso de tu trabajo en esta unidad.

Reflexiono

- ¿Utilizaste la estrategia que diseñaste al inicio del tema (página 233)? ¿Cuáles otras usaste?
- Lo que te planteaste mejorar en la página 231 del Tema 1 para cumplir tu meta, ¿lo hiciste? ¿Te funcionó?
- Observa la siguiente situación y luego responde.

Yo me esforcé al realizar las actividades de la unidad.



Y yo reconocí mis errores y los corregí.

¿Qué aspectos desarrollaste tú?

Tendencia de resultados

En esta sección recordarás lo que has estudiado en años anteriores y diseñarás una estrategia para desarrollar el Tema 3.

Recuerdo lo que sé

Observa la siguiente imagen y desarrolla las actividades.



1. Completa con los siguientes términos.

sector 1

imposible

experimento aleatorio

seguro

Se quiere elegir una persona para representar a los voluntarios, la que se seleccionará al azar. Como no se puede predecir el resultado, la elección corresponde a un _____. Además, si observas el sector al que pertenece la persona, es _____ que será de los sectores 1, 2, 3 o 4, _____ que sea del sector 5 y es posible que sea del sector 2, pero hay una mayor posibilidad de que sea del _____.

2. Respecto de los datos del gráfico clasifica los siguientes eventos en seguro, posible o imposible. Considera que las elecciones son al azar.

- Elegir un voluntario del sector 2. → _____
- Elegir 20 voluntarios y que todos sean del sector 4. → _____
- Elegir dos voluntarios, uno que sea del sector 1 y el otro del sector 3. → _____
- Elegir un voluntario de alguno de los sectores. → _____

3. Si se elige al azar un voluntario, ¿es menos posible que sea del sector 3 o del sector 4? Justifica.

Diseño mi estrategia

Observa la imagen y desarrolla las actividades.

- Si  elige una emisora radial al azar, ¿puede saber cuál sonará?

- Si  quiere programar 3 canciones para escuchar una seguida de la otra, ¿de cuántas maneras podría programarlas?

- ¿Es seguro que el negocio del que habla  se realice esta semana?

- En el trabajo de  realizaron una encuesta para saber cuántas personas disponen de Internet en su teléfono móvil y obtuvieron que de un total de 300 trabajadores, 228 cuentan con ese servicio. ¿Cuál es el cociente entre la cantidad de personas que tiene Internet en su teléfono móvil y el total de trabajadores? ¿Cómo interpretas ese valor?

Reflexiono

- ¿Qué contenidos usaste de años anteriores para desarrollar las actividades?

- Escribe tu **estrategia** para resolver problemas como el de la actividad 4.

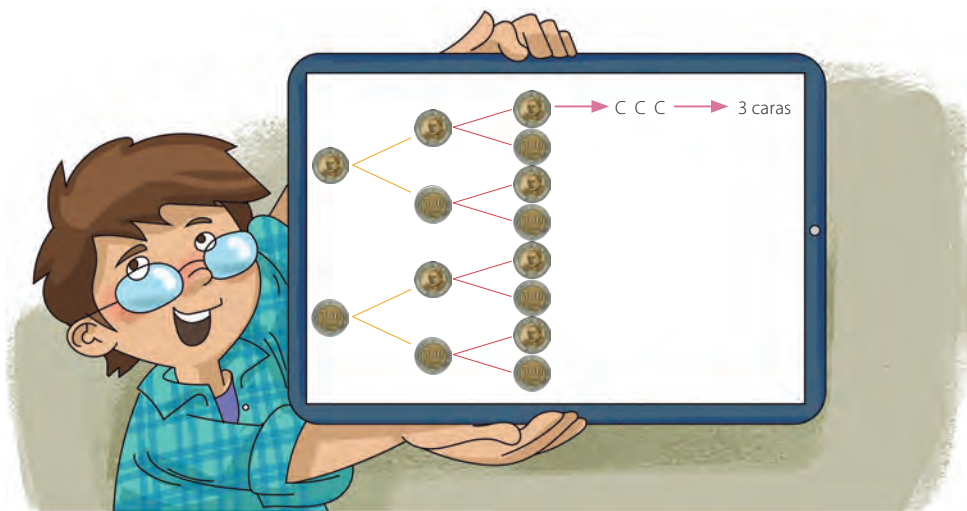
En este tema realizarás distintos experimentos aleatorios y a partir de ellos podrás sacar conclusiones acerca de los resultados.



Experimentos aleatorios

Exploro

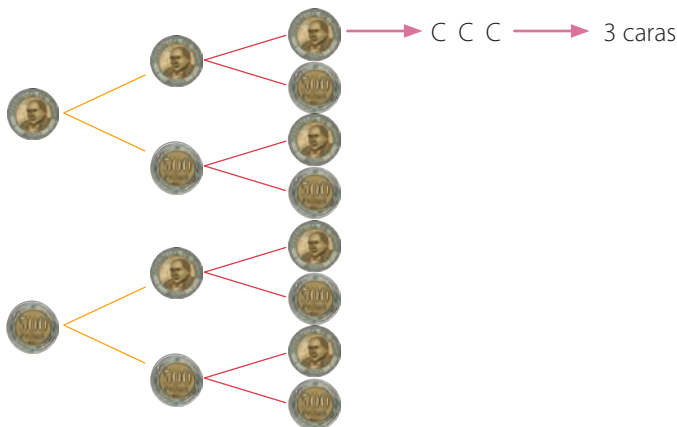
Mauricio juega en una red social y está en la tercera etapa. El juego consiste en completar con los resultados al lanzar una moneda cierta cantidad de veces, la que aumenta en cada etapa.



Atención

Un **diagrama de árbol** es una representación que muestra todos los resultados posibles para una serie de sucesos.

- Completa el diagrama del juego de Mauricio.



- ¿Cuántos resultados diferentes se pueden obtener?



- ¿Hay más resultados con 2 sellos y 1 cara o con 1 sello y 2 caras?
- ¿Cuántos resultados posibles se obtendrán en la cuarta etapa del juego?

Puedes usar un diagrama de árbol para visualizar los posibles resultados al lanzar una moneda. Este tipo de experimentos se denominan aleatorios, ya que no sabes el resultado que obtendrás. **Comunica** tus ideas y **escucha** la de tus compañeros y compañeras de manera respetuosa.

Aprendo

Un experimento es **aleatorio** si al realizarlo bajo las mismas condiciones no se tiene certeza de lo que ocurrirá. Por lo tanto, no se puede predecir su resultado.

Un experimento **no es aleatorio** si al ejecutarlo varias veces bajo las mismas condiciones se tiene certeza de lo que ocurrirá. Se denominan **determinísticos**.

Ejemplo 1

Se quiere observar el número que se obtiene al hacer girar una ruleta como la de la imagen, en la que cada sector tiene igual área. ¿Qué tipo de experimento es?

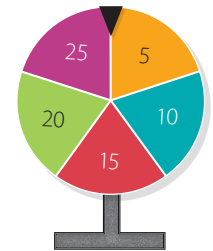
¿Cómo lo hago?

- 1 Reconoce el experimento que se realizará.

El experimento consiste en hacer girar la ruleta y observar el número del sector que marcará la flecha.

- 2 Identifica si los resultados del experimento los puedes predecir.

Los posibles resultados son: 5, 10, 15, 20, 25. Como no se tiene certeza del número que se obtendrá, el experimento es aleatorio.



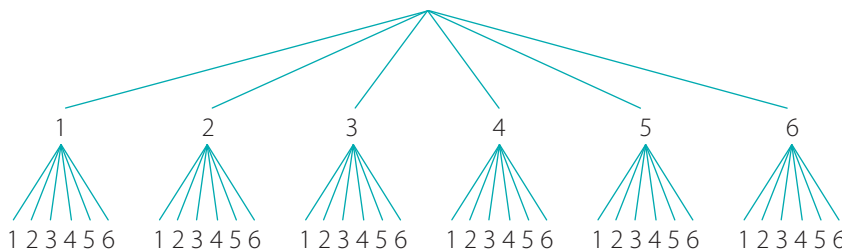
¿Cómo tendría que ser la ruleta para que el experimento no fuera aleatorio? Explica.

Ejemplo 2

Se lanzan dos dados de seis caras y se observan los puntos obtenidos en las caras superiores. Escribe los resultados posibles.

¿Cómo lo hago?

- 1 Puedes usar un diagrama de árbol para visualizar los resultados.



- 2 Escribe los casos posibles en el lanzamiento de los dos dados que se observan en el diagrama.

En total son 36 casos, los que corresponden a los siguientes:

(1, 1); (1, 2); (1, 3); (1, 4); (1, 5); (1, 6); (2, 1); (2, 2); (2, 3); (2, 4); (2, 5); (2, 6);
(3, 1); (3, 2); (3, 3); (3, 4); (3, 5); (3, 6); (4, 1); (4, 2); (4, 3); (4, 4); (4, 5); (4, 6);
(5, 1); (5, 2); (5, 3); (5, 4); (5, 5); (5, 6); (6, 1); (6, 2); (6, 3); (6, 4); (6, 5); (6, 6).

Habilidad

Cuando usas representaciones para comprender problemas e información matemática, estás desarrollando la habilidad de **representar**.

Practico

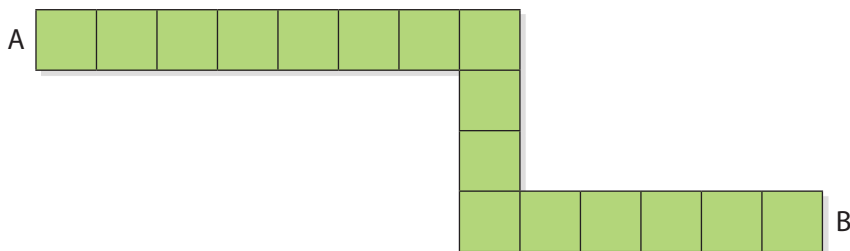
Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

- Identifica si los siguientes experimentos son aleatorios.
 - Lanzar dos monedas.
 - Extraer una bolita de una tómbola con bolitas de color rojo.
 - Lanzar un dardo a un blanco.
 - Poner a calentar agua y ver qué ocurre.
- Representa en un diagrama de árbol los siguientes experimentos aleatorios.
 - Lanzar dos monedas.
 - Lanzar un dado y una moneda.
- Calcula la cantidad de resultados posibles que tiene cada uno de los siguientes experimentos aleatorios.
 - Lanzamiento de cuatro monedas.
 - Elección al azar de una polera y un pantalón entre cuatro poleras y tres pantalones distintos.
 - Lanzamiento de dos monedas y un dado.



- Reúnete con un compañero o una compañera y analicen la siguiente situación. Luego, realicen las actividades.

Marcos y Erika juegan a lanzar dos monedas. Según los resultados avanzarán desde un punto a otro pasando por cada uno de los cuadrados. Marcos avanzará un cuadrado si obtiene un sello y una cara y Erika avanzará un cuadrado si obtiene 2 caras.



- Realicen el juego 5 veces. Sigán las reglas para Marcos y para Erika y registren los resultados.
 - ¿Quién de ustedes ganó más veces? ¿El ganador o ganadora siguió la regla para Marcos o para Erika?
 - ¿Es correcto decir que Marcos tiene más posibilidades de ganar el juego que Erika? Justifiquen.
- Analiza el experimento aleatorio de lanzar dos dados y determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica en cada caso.
 - Que resulte como suma 3 puntos es menos posible a que resulte 6 puntos.
 - Son cinco los casos favorables de que la suma de sus puntajes sea cinco.
 - No hay casos favorables a obtener 1 como suma de los puntajes.
 - Hay doce casos posibles a que los puntajes de las caras superiores sean iguales.

6. Observa la siguiente situación. Luego, analiza si se cumple cada afirmación y de no hacerlo, corrígela.



- a. Es seguro que saca, como mínimo, \$ 20.
- b. Es posible que saque \$ 160.
- c. Puede sacar entre \$ 20 y \$ 200.
- d. Es posible que el monto de las 2 monedas sume exactamente \$ 150.
- e. Siempre la cantidad será menor que \$ 100.
- f. Si  debe pagar \$ 120, es seguro que con las 2 monedas que saque podrá pagar la deuda.
- g. Si  debe \$ 60, es seguro que con las 2 monedas que saque podrá pagar la deuda.
- h. Es posible que saque \$ 110.

Reflexiono

- Explica cómo construir un diagrama de árbol. ¿Para qué lo puedes usar?
- Da 2 ejemplos de experimentos aleatorios.
- Cuando trabajaste con tus compañeros y compañeras, ¿les comunicaste tus ideas de manera respetuosa? ¿Ellos actuaron de la misma forma contigo?



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 120 a la 124.

Frecuencia relativa asociada a un suceso

Exploro

Para promover un producto, una empresa dedicada a la publicidad lanza un concurso para los clientes.



Los productores construyeron una tabla con los resultados que han obtenido los participantes hasta ahora.

Resultado	Gracias por participar	Inténtalo nuevamente	Regalo sorpresa	1 producto gratis	¡GANASTE!
Frecuencia absoluta	8	21	44	20	7

- Marca con un ☒ si la afirmación es correcta.

☐

Han participado 100 personas.

☐

Se ha girado 7 veces la ruleta.

- Completa con las cantidades que correspondan.

$\frac{\text{Frecuencia absoluta}}{\text{Total de giros de la ruleta}}$

$\frac{\text{Cantidad de veces que alguien ganó}}{\text{Total de giros de la ruleta}}$



Escribe las fracciones que corresponden al resto de resultados de la ruleta.

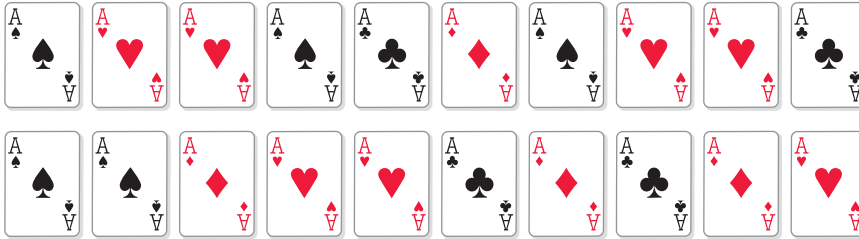
Como pudiste observar, la cantidad de veces que se obtuvo cada resultado y el total de veces que se giró la ruleta se puede escribir como una fracción, la que se relaciona con la frecuencia relativa. **Motívate** a buscar soluciones a los distintos problemas y a expresar tus opiniones.

Aprendo

La **frecuencia relativa** asociada a un suceso corresponde al cociente entre su frecuencia absoluta y la cantidad total de veces que se realiza el experimento aleatorio.

Ejemplo 1

Las siguientes son las cartas obtenidas al extraer 20 veces una entre cuatro As, uno de cada pinta. Determina la frecuencia relativa asociada a cada resultado.



¿Cómo lo hago?

Cuenta los resultados por pinta y determina la fracción y el cociente entre esa cantidad y el total de extracciones.

$$\begin{array}{cccc} \text{A de Corazón} \rightarrow \frac{7}{20} = 0,35 & \text{A de Pinta} \rightarrow \frac{5}{20} = 0,25 & \text{A de Diamante} \rightarrow \frac{4}{20} = 0,2 & \text{A de Trébol} \rightarrow \frac{4}{20} = 0,2 \end{array}$$

Ejemplo 2

En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos al lanzar un dado 20 veces. ¿Cuál es la frecuencia relativa del resultado que se obtuvo menor cantidad de veces? ¿Qué porcentaje representa?

Lanzamiento de un dado						
Resultado	1	2	3	4	5	6
Cantidad de veces	4	3	2	4	3	4

¿Cómo lo hago?

- 1 Observa la tabla e identifica el resultado que se obtuvo menor cantidad de veces, el que corresponde al número 3.
- 2 Determina la frecuencia relativa asociada a la obtención de 3 puntos y el porcentaje que representa.

Frecuencia relativa $\rightarrow \frac{2}{20} = 0,1$ Porcentaje $\rightarrow 10\%$.



Cristian dice que si dos resultados tienen la misma frecuencia absoluta, entonces también tienen la misma frecuencia relativa. ¿Estás de acuerdo con él? Justifica tu respuesta.

Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Roberto lanzó varias veces una moneda y obtuvo los resultados que se muestran en la tabla.

Lanzamiento de una moneda	
	
58	67

- En total, ¿cuántas veces lanzó la moneda Roberto?
 - ¿Cuál es la frecuencia relativa del resultado “sello”?
 - ¿Cuál es la frecuencia relativa del resultado “cara”?
 - ¿Qué porcentajes representan? Interpreta estos valores.
2. Completa la tabla de frecuencias según los siguientes datos, que corresponden a los resultados de lanzar una moneda.



Lanzamiento de una moneda		
Resultado	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
		
		

3. Observa la siguiente tabla y luego realiza las actividades.

Color obtenido		
Resultado	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
Rojo	30	$\frac{30}{100}$
Verde	50	$\frac{50}{100}$
Amarillo	20	$\frac{20}{100}$
Total	100	1

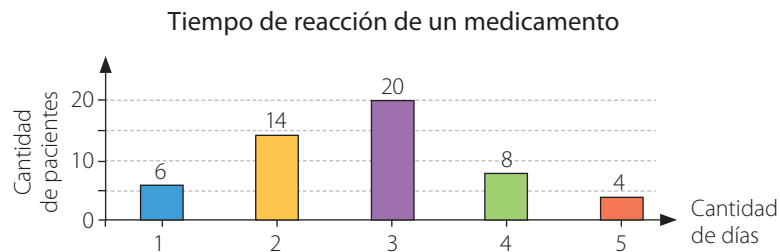
- ¿Cuál es la frecuencia relativa del evento correspondiente al color verde? ¿Y al amarillo?
- ¿Qué color tiene mayor frecuencia relativa?
- Crea** una situación que se relacione con el contexto. Compara con tus compañeros y compañeras.



4. Reúnete con 3 compañeros o compañeras y lancen cada uno una moneda 25 veces. Luego, registren sus resultados en la tabla y respondan.

Lanzamiento de una moneda		
Participante	Cantidad de caras	Cantidad de sellos
Tú		
Compañero 1		
Compañero 2		
Compañero 3		

- ¿Cuál es la frecuencia relativa asociada a obtener sello en cada caso?
 - ¿Cuál de los dos sucesos, obtener cara u obtener sello, tiene mayor posibilidad de salir al lanzar la moneda? Explica.
5. **Ciencias Naturales** Un grupo de investigadores elaboran un estudio para determinar cuántos días tardó en hacer efecto un medicamento a un grupo de pacientes. Los resultados se muestran en el siguiente gráfico de barras.



- ¿Cuál es la frecuencia relativa de que el medicamento le haya hecho efecto en 3 días a uno de esos pacientes?
- ¿Cuál es el porcentaje que representa cada categoría respecto del total?
- La frecuencia relativa asociada a que el medicamento le haya hecho efecto a un paciente en x días es de $\frac{4}{26}$. ¿Cuál es el valor de x ?

Reflexiono

- ¿Cómo calculas la frecuencia relativa asociada a un suceso?
- ¿Cómo interpretas el porcentaje de ocurrencia de eventos relativos a experimentos aleatorios? Comenta con tus compañeros y compañeras.



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 125 a la 127.

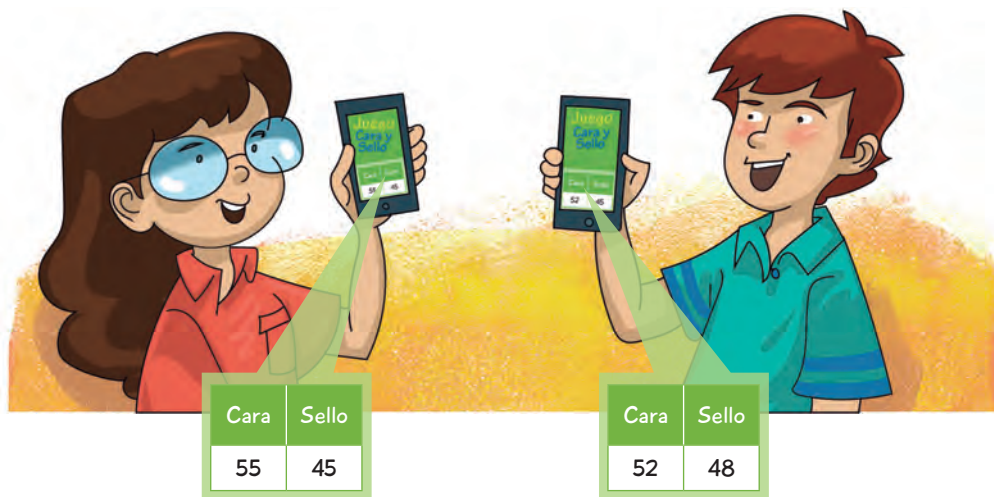
Repetición de experimentos aleatorios

Exploro

Actitud

En Internet puedes encontrar diversas aplicaciones relacionadas con tu entorno educativo y social. Es importante que seas consciente y responsable al utilizar TICs y ser cuidadoso en el uso de la comunicación virtual.

Daniela y Antonio están jugando con una aplicación que simula el lanzamiento de una moneda la cantidad de veces que se elija.



- Según los resultados que se muestran en las tablas, completa según corresponda.

y han simulado veces el lanzamiento de la moneda. En el caso de obtuvo veces cara y veces sello y veces cara y veces sello.

?

¿Cuántas veces crees que saldrá cara al lanzar la moneda 1 000 veces? ¿Qué porcentaje representaría ese valor?

- Completa con la frecuencia relativa expresada como fracción, número decimal y porcentaje.

		Fracción	Número decimal	Porcentaje

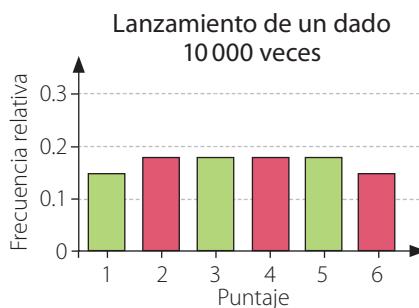
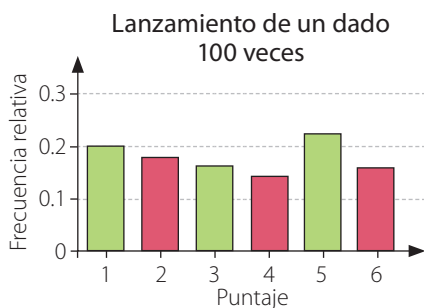
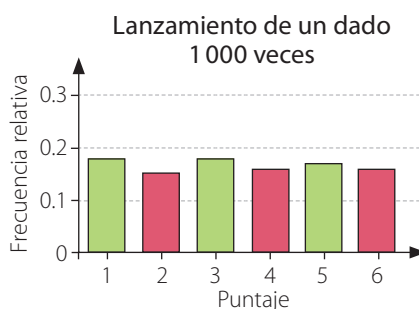
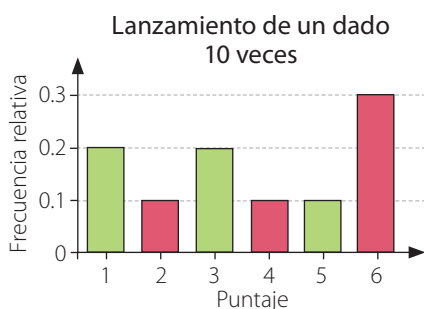
Cuando repites muchas veces un experimento aleatorio, puedes sacar algunas conclusiones acerca de los resultados que obtendrás. Recuerda ser ordenado y metódico en tu trabajo pero no dejes de desarrollar tu creatividad, ¡inténtalo!

Aprendo

Si repites muchas veces un experimento aleatorio, puedes relacionar la frecuencia relativa de un resultado con su **posibilidad de ocurrencia**.

Ejemplo

En los siguientes gráficos se representa la frecuencia relativa de los puntos obtenidos al lanzar un dado distinta cantidad de veces. ¿A qué valor se acerca la frecuencia relativa de los puntajes a medida que aumenta la cantidad de repeticiones del experimento?



Uso de software

Ingresa a <http://ntic.educacion.es/w3/eos/MaterialesEducativos/mem2010/labazar/index.html> y podrás realizar actividades relacionadas con experimentos aleatorios utilizando un software educativo.

¿Cómo lo hago?

- 1 Establece una relación entre la cantidad de lanzamientos y la altura de las barras de los gráficos.

La altura de las barras tiende a igualarse al aumentar la cantidad de lanzamientos.

- 2 Determina el valor aproximado de la frecuencia relativa de los puntajes a medida que aumenta la cantidad de lanzamientos del dado.

El valor de la frecuencia relativa asociada a cada puntaje tiende a acercarse a 0,17 que corresponde a 17 %.

Habilidad

Cuando comunicas de manera escrita y verbal razonamientos matemáticos, estás desarrollando la habilidad de **argumentar** y **comunicar**.

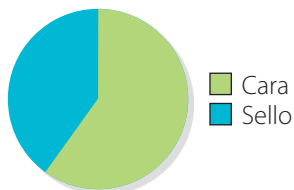
Practico

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

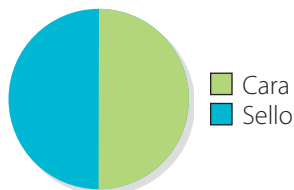
- Encierra el gráfico que represente de mejor manera los resultados esperados para cada experimento aleatorio.

- Lanzamiento de una moneda 10 000 veces.

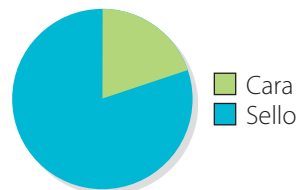
Lanzamiento de una moneda



Lanzamiento de una moneda

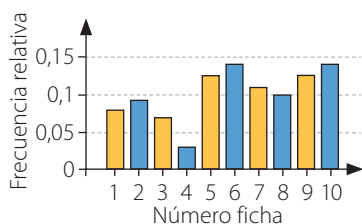


Lanzamiento de una moneda

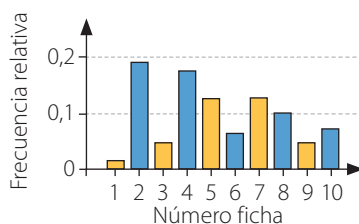


- Extracción de una ficha 1 000 veces entre 10 fichas marcadas del 1 al 10.

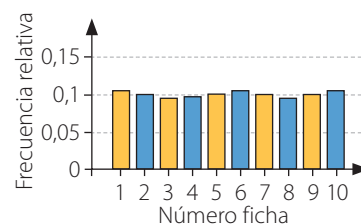
Extracción de una ficha



Extracción de una ficha



Extracción de una ficha



- Determina el valor al que tiende la frecuencia relativa asociada a los siguientes sucesos luego de repetir muchas veces cada experimento aleatorio.

- Extraer un As de pica al elegir al azar una de las siguientes cartas.



- Obtener el número 8 al hacer girar una ruleta dividida en 8 partes iguales, como la que se muestra.



3. Un concurso televisivo consiste en extraer al azar una bolita de una tómbola como la que se muestra. Luego de cada extracción se devuelve la bolita a la tómbola.



- ¿Cuáles son los posibles resultados de este experimento?
- Si se repite muchas veces el concurso, ¿a qué valor tiende el porcentaje de ocurrencia asociado a extraer una bolita de color azul?
- Un concursante dice que la posibilidad de que la bolita extraída sea de color verde es igual que la de la bolita de color amarillo. ¿Estás de acuerdo con su afirmación? Justifica.

4. Reúnete con dos compañeros o compañeras. Luego, lancen dos monedas simultáneamente la cantidad de veces que se indica y completen las tablas con lo obtenido.

10 lanzamientos		
Resultado	Frecuencia	Frecuencia relativa
		
		
		

100 lanzamientos		
Resultado	Frecuencia	Frecuencia relativa
		
		
		

- ¿Cuántas veces creen que se obtendrá  al lanzar las monedas 500 veces?
- ¿A qué valor tiende el porcentaje de ocurrencia de cada resultado?

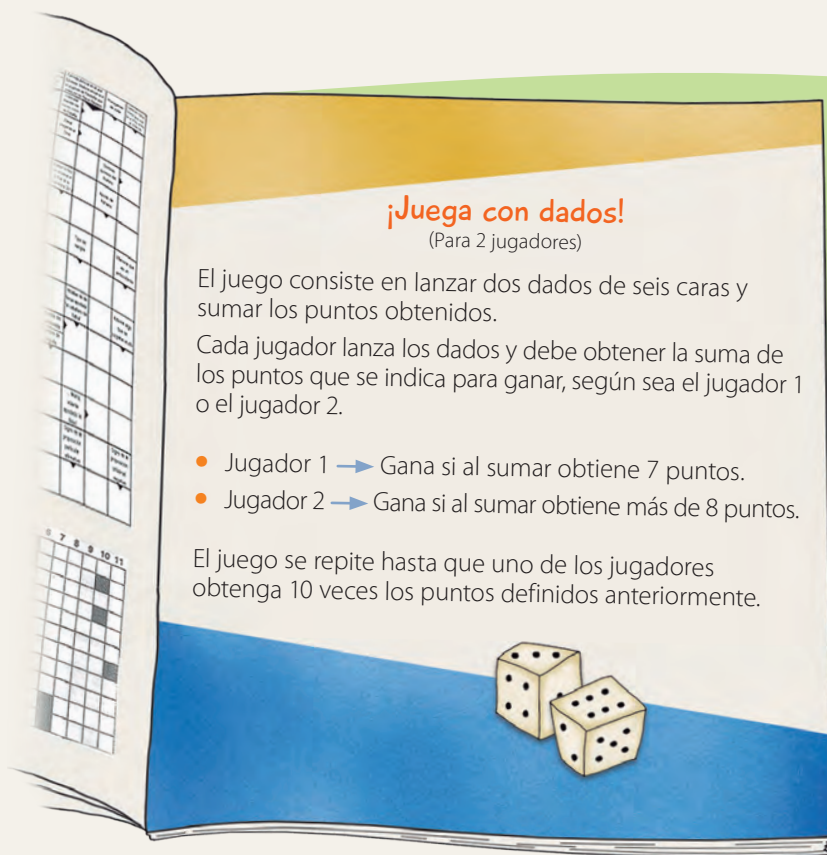
Reflexiono

- ¿Cómo fue el trabajo con tus compañeros y compañeras al realizar los distintos experimentos aleatorios?
- ¿Fuiste ordenado al desarrollar las actividades? ¿Qué crees que puedes mejorar?



Sigue practicando en el cuaderno de ejercicios, páginas 128 a la 129.

Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en este tema.



La prensa escrita, como diarios, periódicos y revistas, son una fuente de información que aún prefiere gran parte de la población.

Estos se estructuran por secciones, por ejemplo, deportivas, sociales, de espectáculos, entre otras.

Para la revista del colegio, Fernanda y Julián son los encargados de la sección de ocio durante este mes. Para eso, proponen un juego con dados.

Fuente: Consejo Nacional de la Cultura y las Artes. Disponible en <http://www.cultura.gob.cl/>

1. El juego, ¿lo puedes relacionar con un experimento aleatorio? ¿Por qué? (1 punto)
2. ¿Cuántos resultados posibles se pueden obtener al lanzar los dos dados? Usa un diagrama de árbol para representarlos. (2 puntos)
3. ¿Cuántos resultados corresponden a obtener 7 puntos en la suma? (1 punto)
4. ¿Cuántos casos serán favorables al evento “obtener un número mayor que 8 en la suma de los puntos”? (1 punto)
5. Fernanda y Julián están realizando el juego para comprobar que funcione. Registraron los resultados que llevan hasta el momento en las siguientes tablas. Fernanda gana si obtiene 7 puntos en la suma y Julián gana con más de 8 puntos. (1 punto cada una)

Resultados Fernanda	
Suma	Frecuencia
Igual a 7	2
Otra suma	10

Resultados Julián	
Suma	Frecuencia
Mayor que 8	3
Otra suma	9

- ¿Cuántas veces lanzó el dado cada uno? (1 punto)
 - ¿Cuál es la frecuencia relativa asociada a que la suma sea igual a 7 en los lanzamientos de Fernanda? (1 punto)
 - ¿Cuál es la frecuencia relativa asociada a las veces que Julián ha obtenido una suma mayor que 8? (1 punto)
 - ¿Cuál es el porcentaje de veces que Julián ha obtenido una suma mayor que 8? (2 puntos)
- Si el juego se repite muchas veces antes que alguien gane, ¿a qué valor tiende la frecuencia relativa asociada a obtener 7 puntos en la suma? ¿Y a obtener más de 8 puntos? (2 puntos)
 - ¿Hay alguno de los jugadores que tenga más posibilidades de ganar según lo que debe obtener en los dados? ¿Por qué? (2 puntos)
 - ¿Cuántas veces crees que deba lanzar los dados Julián para ganar? ¿Y Fernanda? Justifica. (2 puntos)



Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1, 2, 3 y 4	Identificar experimentos aleatorios y sus posibles resultados usando un diagrama de árbol.		Logrado: 9 puntos o más.
5	Determinar la frecuencia relativa y el porcentaje asociados a un suceso.		Medianamente logrado: 7 a 8 puntos.
6, 7 y 8	Conjeturar acerca de las tendencias de los resultados en experimentos aleatorios.		Por lograr: 6 puntos o menos.
Total ➡			

Ya realizaste las actividades y terminaste el Tema 3.
Ahora, analiza el progreso de tu trabajo en esta unidad y **¡sigue esforzándote!**

Reflexiono

- ¿Utilizaste la estrategia que diseñaste al inicio del tema (página 245)? ¿Cuáles otras usaste?
- ¿Desarrollaste las actividades de manera ordenada?
- Aprender a reconocer tus errores desarrolla tu capacidad de autocrítica y de superación. ¿Qué hiciste cuándo cometiste algún error en clases?

Complementa tu aprendizaje

Carrera de caballos

Materiales

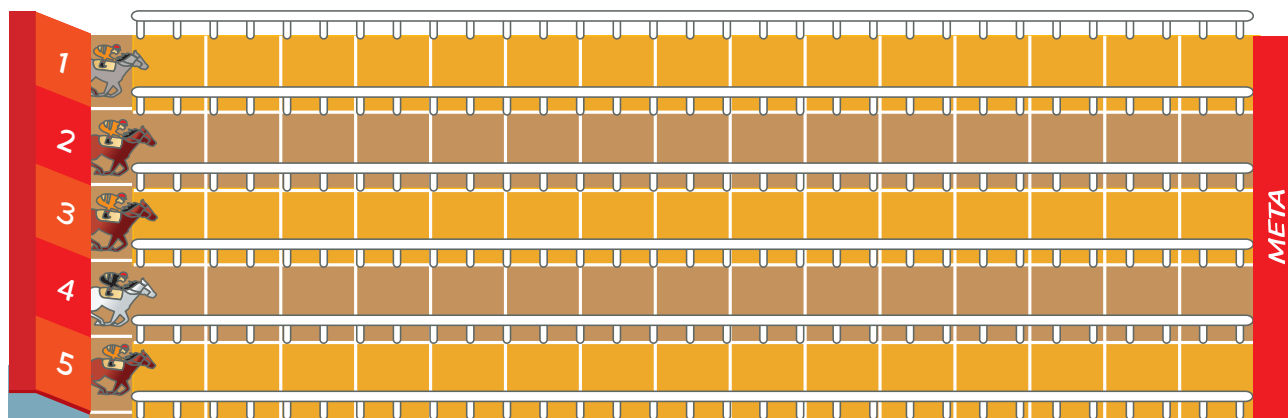
- 5 monedas.
- Una ficha por jugador.
- Hoja de registro.

Cómo se juega

- Formen grupos con 5 jugadores.
- Cada jugador elige un caballo y pone su ficha en el lugar correspondiente.
- Por turno, cada jugador lanza las monedas, cuenta la cantidad de caras obtenidas y anota lo obtenido en la hoja de registro.
- El caballo cuyo número de carril coincide con esa cantidad avanza una casilla.
- Si salen solo sellos, se lanzan nuevamente las monedas.
- Gana la partida el jugador cuyo caballo llega primero a la meta.

Hoja de registro

Cantidad de caras	Conteo	Frecuencia absoluta
0		
1		
2		
3		
4		
5		



Comenten y realicen las siguientes actividades.

- 1 Completen la tabla de la hoja de registro con la frecuencia relativa y el porcentaje asociado a cada resultado.
- 2 Construyan un gráfico circular con los porcentajes obtenidos para cada resultado.
- 3 ¿Todos los jugadores tenían la misma posibilidad de ganar? ¿Por qué?

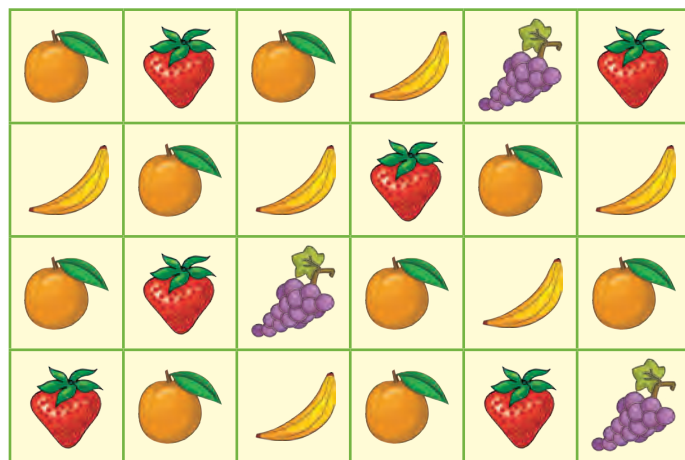
Frutas y más frutas

Materiales

- Ficha o moneda de tamaño pequeño.
- Hoja de registro.

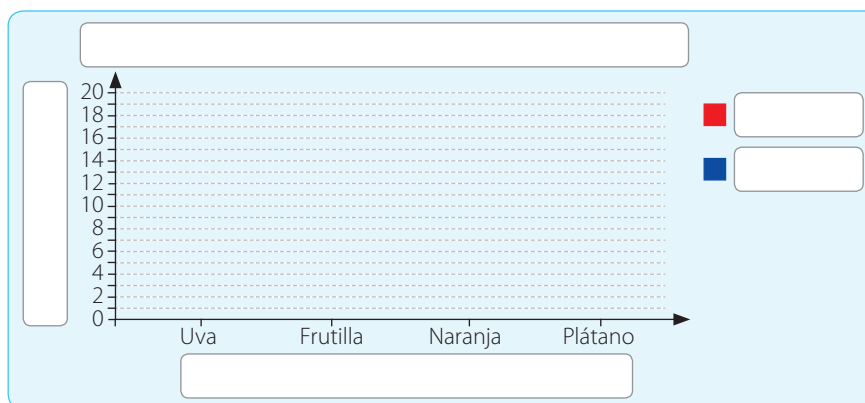
Cómo se juega

- Formen parejas de jugadores.
- Por turno, cada jugador deja caer al azar la ficha en el tablero de frutas y anota en la hoja de registro lo obtenido. Se debe considerar la fruta que abarque mayor parte de la ficha.
- Se repite el procedimiento 20 veces.
- Gana el jugador que obtenga frutilla mayor cantidad de veces.



Comenten y realicen las siguientes actividades.

- 1 Completen el gráfico de barras dobles con los resultados obtenidos.



- 2 Escriban 2 conclusiones a partir del gráfico.

- 3 ¿Todas las frutas tienen la misma posibilidad de ser obtenidas? ¿Por qué?

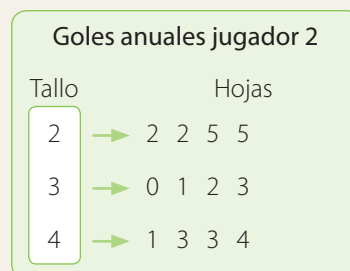
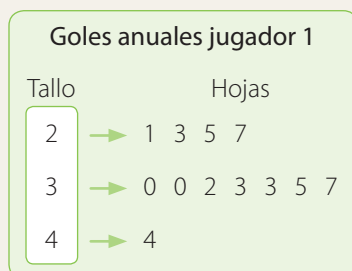
Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en esta unidad.

Diagramas de puntos y de tallo y hojas

- Los siguientes diagramas representan la cantidad de vueltas que alcanzan a dar a una cancha los estudiantes de dos sextos básicos en clases de Educación Física. (1 punto cada una)



- ¿Cuántos estudiantes tiene cada curso?
 - ¿Cuántas vueltas alcanza a dar la mayoría de los estudiantes en cada curso?
 - ¿Qué curso mostró un mejor rendimiento? Argumenta tu respuesta y explica tus procedimientos.
- En los siguientes diagramas de tallo y hojas están representados los goles que anualmente marcaron dos jugadores de fútbol, durante cada uno de los años que jugaron. (1 punto cada una)



- ¿Cuántos años jugó fútbol cada uno?
 - ¿Qué jugador convirtió más goles durante su carrera?
 - Compara los diagramas y escribe dos conclusiones.
- Los siguientes datos corresponden a las temperaturas mínimas, en °C, registradas en Concepción durante los primeros 14 días de un mes en otoño.

11 - 10 - 12 - 11 - 12 - 14 - 14 - 8 - 11 - 8 - 13 - 11 - 13 - 12

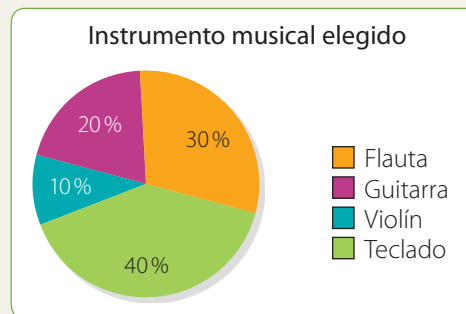
- Construye un diagrama de puntos y un diagrama de tallo y hojas que represente las temperaturas. (2 puntos)
- ¿Cuál fue la temperatura más baja? (1 punto)
- ¿Cuántos días se registró una temperatura mayor que 11 °C? (1 punto)

Gráficos de barras dobles y circulares

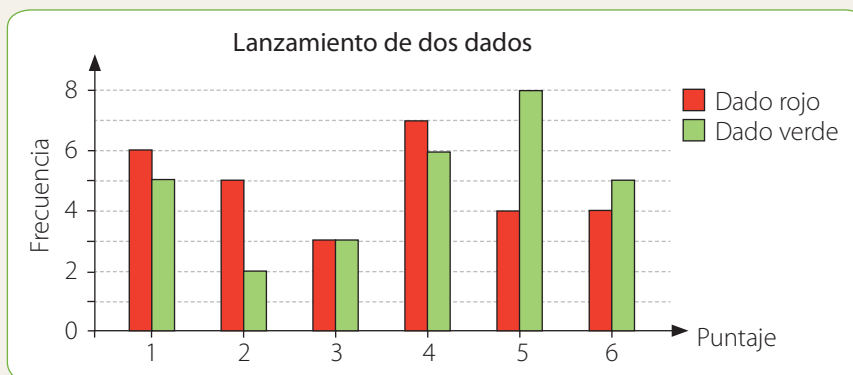
4. En el siguiente gráfico se presenta el instrumento musical elegido por los estudiantes para la clase de Música.

(1 punto cada una)

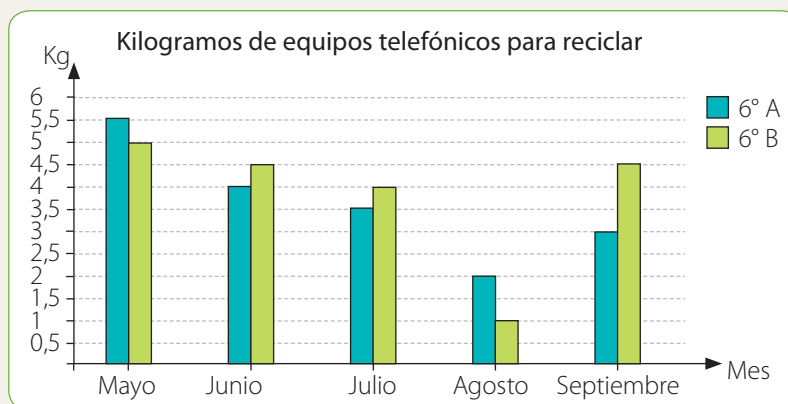
- ¿Cuál es el instrumento elegido por la mayoría de estudiantes?
- Si el total de estudiantes es 20, ¿cuántos de ellos prefiere el teclado?



5. Observa el siguiente gráfico que muestra los puntos obtenidos al lanzar dos dados. Luego, analiza si las afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica en cada caso. (1 punto cada una)



- En el dado rojo se obtuvo más veces 2 puntos que en el verde.
 - Se lanzó 6 veces el dado rojo.
6. **Ciencias Naturales** Según cifras de las Naciones Unidas, cada chileno produce al año 9,9 kg de basura electrónica, casi el doble del promedio mundial. Por esto, los estudiantes de sexto básico reúnen mensualmente equipos telefónicos para reciclar. En el siguiente gráfico se muestra la cantidad reunida por los cursos durante cinco meses. (1 punto cada una)

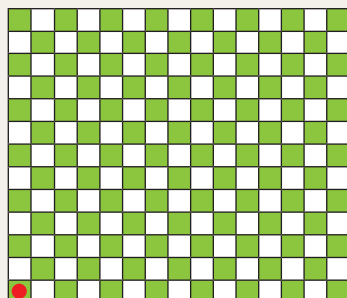


- ¿Cuál de los cursos ha reunido más kilogramos de equipos telefónicos?
- ¿En qué mes la diferencia entre los kilogramos reunidos por cada curso es mayor? ¿Cómo lo supiste?

Tendencia de resultados

7. Un juego consiste en lanzar una moneda y, dependiendo del resultado, mover una ficha en un tablero como el que se muestra desde la posición . Si se obtiene cara, la ficha se mueve hacia la derecha y si se obtiene sello, hacia arriba. (1 punto cada una)

Tatiana está jugando y ha obtenido en total 7 veces cara y 11 veces sello.



- Marca la posición a la que llegó la ficha.
 - Dibuja 3 posibles caminos para llegar a la posición de la ficha. Utiliza distintos colores.
 - Si Tatiana comienza de nuevo y lanza 4 veces la moneda, ¿cuáles son todos los posibles resultados que puede obtener? Representa los resultados en un diagrama de árbol.
8. Responde las siguientes preguntas a partir del experimento aleatorio de lanzar tres monedas.
(1 punto cada una)
- ¿Cuáles son los posibles resultados?
 - ¿Cuántas posibilidades hay de obtener 1 sello y 2 caras?
 - Si se repite muchas veces el experimento, ¿a qué valor tiende la frecuencia relativa asociada a obtener solo caras?



Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1, 2 y 3	- Construir diagramas de puntos y de tallo y hojas. - Comparar distribuciones utilizando diagramas de puntos y de tallo y hojas.		Logrado: 29 puntos o más.
4, 5 y 6	Interpretar información presentada en gráficos de barras dobles y circulares.		Medianamente logrado: 24 a 28 puntos.
7 y 8	- Determinar los resultados posibles en un experimento aleatorio y la frecuencia relativa asociada a un suceso. - Conjeturar acerca de las tendencias de los resultados en un experimento aleatorio.		Por lograr: 23 puntos o menos.
		Total →	

Síntesis

A partir de tu trabajo y de los conocimientos adquiridos a lo largo de la unidad, elabora una síntesis de tus aprendizajes. Para ello, completa los recuadros. Guíate por el ejemplo.

	Lo que sabía	Lo que aprendí	
Diagramas de puntos y de tallo y hojas	Diagrama de tallo y hojas.	Comparación de datos usando diagramas de puntos y de tallo y hojas.	Lo que más me gustó
Gráficos de barras dobles y circulares			Lo que me produjo mayor dificultad
Tendencia de resultados			

¡Muy bien! Ahora que ya terminaste la Unidad 4, analiza tus logros.

Reflexiono

- ¿Crees que cumpliste con la meta que te propusiste al inicio de la unidad? ¿Por qué?
- Las estrategias que planteaste utilizar en el desarrollo de la unidad, ¿fueron útiles para el cumplimiento de tu meta?
- Observa la siguiente situación y luego responde.



¿Con qué aspecto de la situación te identificas?

¿Qué opinas de la actitud de ?

Solucionario

Texto del estudiante

Unidad 3 Geometría y medición

Páginas 140 y 141

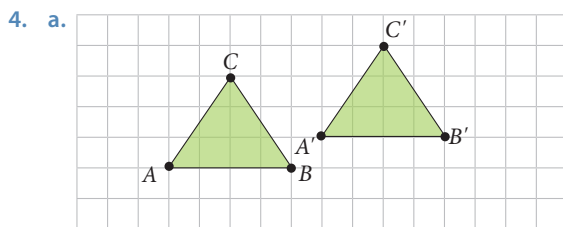
¿Cuánto sé? Evaluación inicial

Ángulos

- $\angle ABC$
 - $\angle CDE$
 - $\angle HJI$
- El ángulo de mayor medida es $\angle CDE$ y el de menor medida es $\angle HJI$.

Traslaciones

- (5, 1)
 - (3, 9)



- b. Las medidas de los lados y de los ángulos son iguales a las del triángulo original.

Área

- 100 mm²
 - 270 cm²
 - 300 m²
- La medida del ancho es 7 cm. Pueden existir otros rectángulos de igual área, por ejemplo un rectángulo de largo 28 cm y ancho 2 cm o un rectángulo de largo 14 cm y ancho 4 cm.

Volumen

- 60 unidades cúbicas.
- Fueron necesarios 39 cubos.
 - El volumen es 39 unidades cúbicas.

Tema 1: Ángulos

Página 142

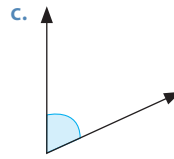
Recuerdo lo que sé

- igual; paralelos; menor.
- Se podría relacionar con triángulos, rectángulos, entre otros.
- Los ángulos α y β se relacionan con el ángulo que mide 50° y el ángulo γ con el ángulo que mide 90°.

Página 143

Diseño mi estrategia

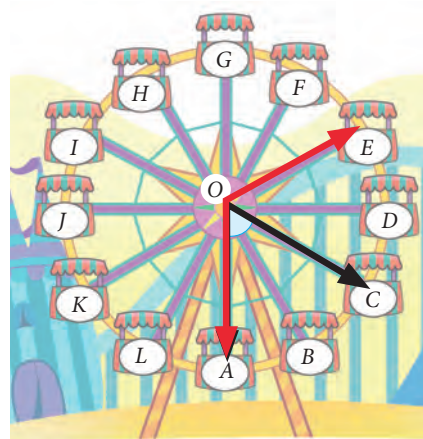
- Son menores que 90°.
- La altura de la montaña rusa aumentaría en ese sector.
- Los ángulos α y γ y los ángulos β y δ .
 - La suma de las medidas de los ángulos es igual a 180°.



Página 144

Estimación y medición de ángulos

Exploro



Es mayor el ángulo AOE.

- ✓
- ✗ Mide 90°
- ✓
- ✓

Páginas 146 y 147

Practico

- 70°
 - 110°
 - 50°
 - 160°
- Entre 45° y 90°.
 - Entre 90° y 180°.
 - Entre 0° y 45°.
- La montaña rusa, ya que el área del sector circular es mayor.
 - A continuación se muestra la estimación de la medida del ángulo correspondiente a los siguientes sectores circulares:
Montaña rusa → entre 90° y 180°.
Casa del terror → entre 0° y 90°.
Autitos chocadores → entre 45° y 90°.
Rueda de la fortuna → entre 90° y 135°.
 - A continuación se muestra la medida del ángulo correspondiente a los siguientes sectores circulares:
Montaña rusa → 120°
Casa del terror → 60°
Autitos chocadores → 80°
Rueda de la fortuna → 100°
 - A continuación se muestra la clasificación del ángulo correspondiente a los siguientes sectores circulares:
Montaña rusa → Obtuso
Casa del terror → Agudo
Autitos chocadores → Agudo
Rueda de la fortuna → Obtuso

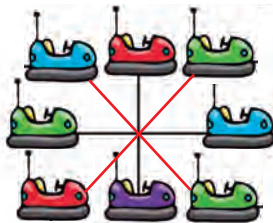
4. a. El ángulo mide entre 90° y 135° , el cual corresponde a un ángulo obtuso.
 b. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos. A las 9:00 horas se forma un ángulo recto. No es la única, ya que también se forma un ángulo recto a las 3:00 horas, 6:15 horas, 3:30 horas, entre otras.
 c. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos. A las 6:00 horas se forma un ángulo extendido. No es la única, ya que también se forma un ángulo extendido a las 12:30 horas, 9:15 horas, 3:45 horas, entre otras.

Página 148

Construcción de ángulos

Exploro

- La medida de los ángulos es 90° .

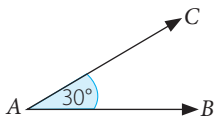


- Se pueden dibujar ángulos que midan 45° .

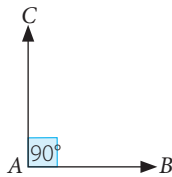
Página 151

Practico

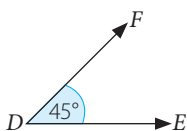
1. a.



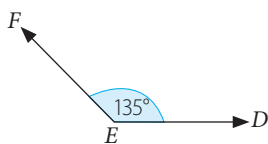
d.



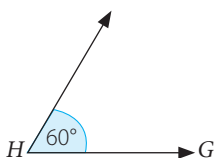
b.



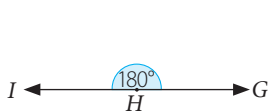
e.



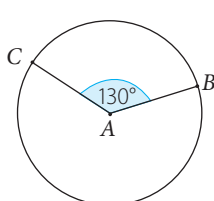
c.



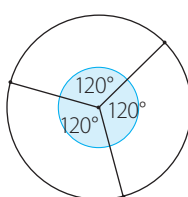
f.



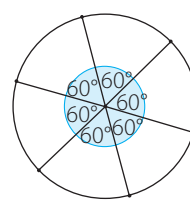
2. a.



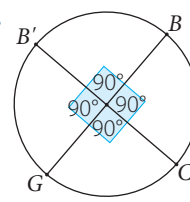
b.



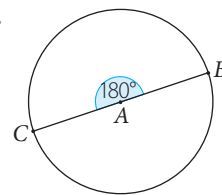
c.



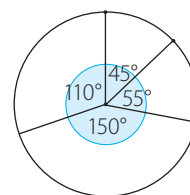
e.



d.

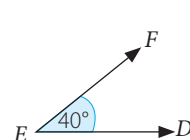
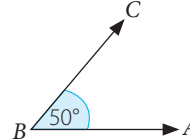


f.

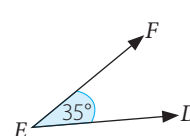
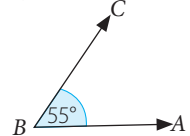


3. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos en cada caso.

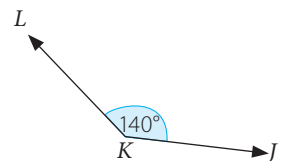
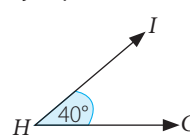
a. Ejemplo 1



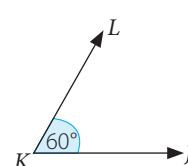
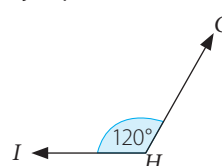
Ejemplo 2



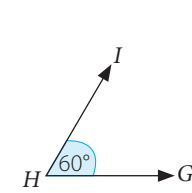
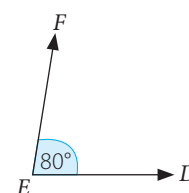
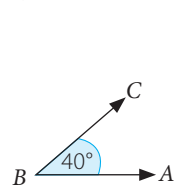
b. Ejemplo 1



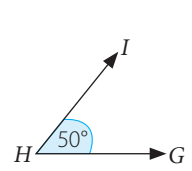
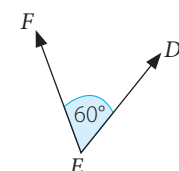
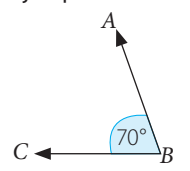
Ejemplo 2



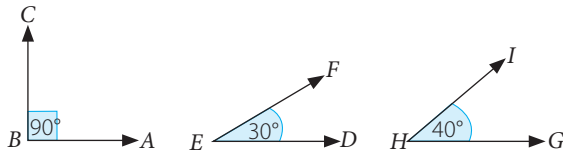
c. Ejemplo 1



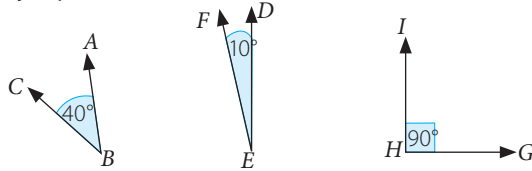
Ejemplo 2



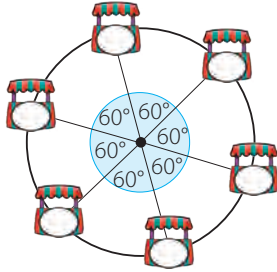
d. Ejemplo 1



Ejemplo 2



4.



- La medida del ángulo es 60° .
- Al poner 10 carritos, la medida del ángulo sería 36° .
- Para ubicar los carritos se debe determinar la medida del ángulo que se forma al dividir el círculo en 6 partes iguales, es decir, $360 : 6 = 60$. Luego, se pone el primer carro y se construyen ángulos de 60° hasta ubicar todos los carritos.

5. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos en cada caso.

a. Ejemplo 1



3:00 horas

Ejemplo 2



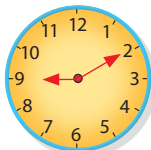
5:40 horas

b. Ejemplo 1



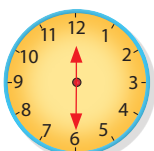
3:40 horas

Ejemplo 2



9:10 horas

c. Ejemplo 1



12:30 horas

Ejemplo 2

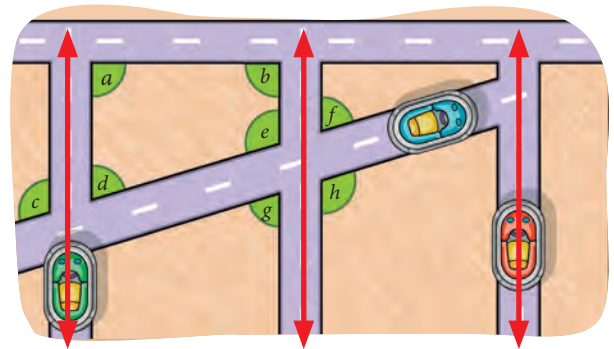


7:05 horas

Página 152

Ángulos entre rectas

Exploro



$a = 90^\circ$	$c = 110^\circ$	$e = 110^\circ$	$g = 70^\circ$
Ángulo recto	Ángulo obtuso	Ángulo obtuso	Ángulo agudo
$b = 90^\circ$	$d = 70^\circ$	$f = 70^\circ$	$h = 110^\circ$
Ángulo recto	Ángulo agudo	Ángulo agudo	Ángulo obtuso

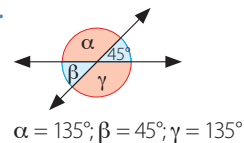
- Los ángulos se forman entre las rectas paralelas y la recta que las interseca. Además, se pueden identificar ángulos cuya suma es 180° . Hay ángulos que tienen igual medida, como por ejemplo a y b ; c y h ; e y h , entre otros.

Páginas 156 y 157

Practico

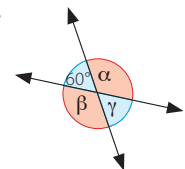
- $\beta = \delta = 70^\circ$; $\gamma = \alpha = 110^\circ$
 - $\alpha = \beta = 60^\circ$; $\gamma = \delta = 120$
 - $\alpha = \delta = 140^\circ$; $\gamma = \beta = 40^\circ$

2. a.



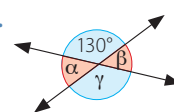
$\alpha = 135^\circ$; $\beta = 45^\circ$; $\gamma = 135^\circ$

c.



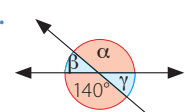
$\alpha = 120^\circ$; $\beta = 120^\circ$; $\gamma = 60^\circ$

b.



$\alpha = 50^\circ$; $\beta = 50^\circ$; $\gamma = 130^\circ$

d.



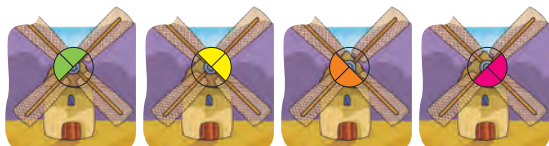
$\alpha = 140^\circ$; $\beta = 40^\circ$; $\gamma = 40^\circ$

- Las medidas de los ángulos son 90° .

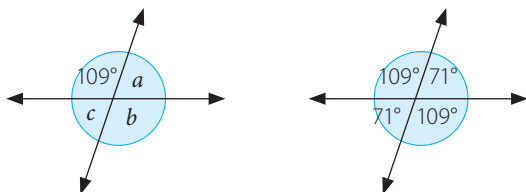
b.



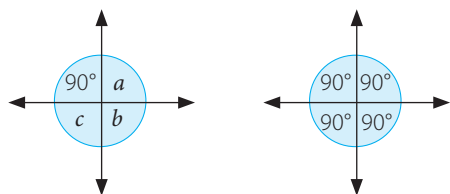
- c. Respuesta variada. A continuación se muestran todas las posibilidades.



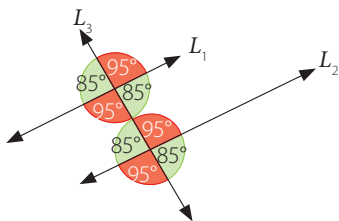
4. a. Ambos están en lo correcto, ya que en los dos casos se conoce la medida de uno de los ángulos, por lo que se pueden establecer relaciones entre los ángulos que se forman.
b. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos. Ejemplo en el caso de Daniela.



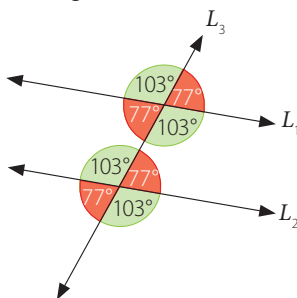
Ejemplo en el caso de Manuel



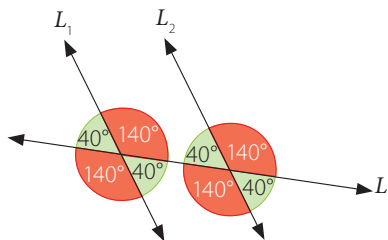
5. a. Falsa. Los ángulos opuestos por el vértice miden lo mismo y solo sumarán 180° si miden 90° cada uno.
b. Verdadera.
c. Falsa. Los ángulos alternos internos pueden estar entre 0° y 180° .
d. Falsa. Los ángulos alternos externos pueden medir entre 0° y 180° .
6. a. Los ángulos de color rojo tienen igual medida porque son ángulos correspondientes.



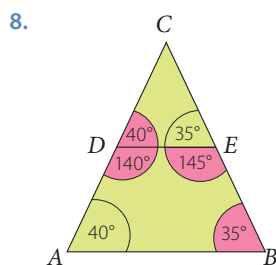
- b. Los ángulos de color rojo tienen igual medida porque son ángulos alternos internos.



- c. Los ángulos de color rojo tienen igual medida porque son ángulos alternos externos.

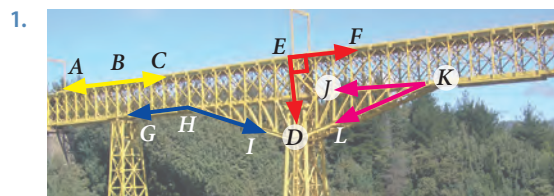


7. a. b. c.



Páginas 158 y 159

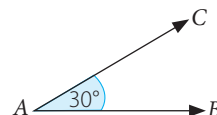
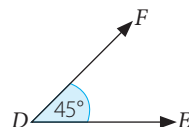
¿Cómo voy? Evaluación de proceso 1



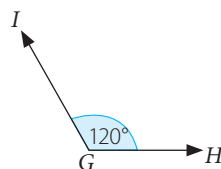
$$m(\angle ABC) = 180^\circ \quad m(\angle GHI) = 160^\circ$$

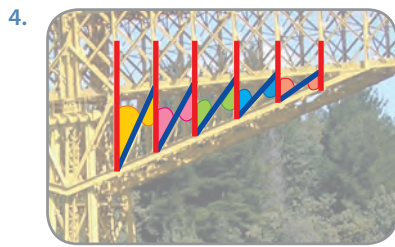
$$m(\angle DEF) = 90^\circ \quad m(\angle JKL) = 20^\circ$$

2. a. Entre 90° y 135° . Ángulo obtuso.
b. Entre 0° y 45° . Ángulo agudo.
c. Entre 135° y 180° . Ángulo obtuso.
3. $45^\circ \rightarrow$ Ángulo agudo $30^\circ \rightarrow$ Ángulo agudo



$120^\circ \rightarrow$ Ángulo obtuso





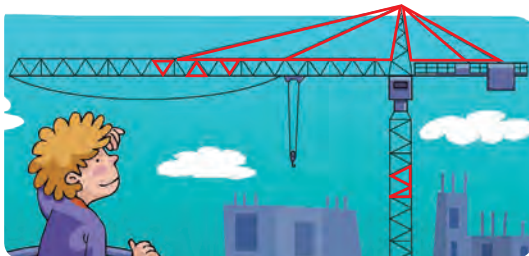
5. a. Ángulos opuestos por el vértice:
 $\angle ABE$ y $\angle DBC$ $\angle FEG$ y $\angle HEB$
 $\angle CBA$ y $\angle EBD$ $\angle GEH$ y $\angle BEF$
 Ángulos alternos internos:
 $\angle HEB$ y $\angle ABE$ $\angle EBD$ y $\angle BEF$
 Ángulos alternos externos:
 $\angle FEG$ y $\angle DBC$ $\angle CBA$ y $\angle GEH$
- b. Ángulos opuestos por el vértice:
 $\angle SQP$ y $\angle RQT$ $\angle QTU$ y $\angle WTL$
 $\angle PQR$ y $\angle TQS$ $\angle LTQ$ y $\angle UTW$
 Ángulos alternos internos:
 $\angle TQS$ y $\angle QTU$ $\angle LTQ$ y $\angle RQT$
 Ángulos alternos externos:
 $\angle SQP$ y $\angle UTW$ $\angle PQR$ y $\angle WTL$

Tema 2: Construcción de triángulos

Página 160

Recuerdo lo que sé

- polígono; lados; vértices; medida.
- Respuesta variada. A continuación se muestran 4 ejemplos.
Una escuadra, la forma de alguna ventana, parte de la estructura que forma las mesas o sillas, la forma del techo, entre otros.
- Respuesta variada. A continuación se muestran 6 ejemplos.



- Los triángulos tienen igual forma y tamaño.

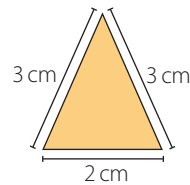
Página 161

Diseño mi estrategia

- a. Medida de los lados: 2,4 cm - 2,55 cm - 4,3 cm
Medida de los ángulos: 120° - 30° - 30°
Clasificación: Obtuso - agudo - agudo.
b. Medida de los lados: 2,55 cm - 2,3 cm - 3,4 cm
Medida de los ángulos: 90° - 45° - 45°
Clasificación: Recto - agudo - agudo.

- Medida de los lados: 2 cm - 1,2 cm - 2 cm
Medida de los ángulos: 70° - 40° - 40°
Clasificación: Agudo - agudo - agudo.

2.



Página 162

Clasificación de triángulos

Exploro

- a. Triángulo 1: $m(\angle BAC) = 90^\circ$, $m(\angle CBA) = 10^\circ$ y $m(\angle ACB) = 80^\circ$.
Triángulo 2: $m(\angle EDF) = 60^\circ$, $m(\angle FED) = 60^\circ$ y $m(\angle DFE) = 60^\circ$.
b. Triángulo 1: $\angle BAC \rightarrow$ recto, $\angle CBA \rightarrow$ agudo, $\angle ACB \rightarrow$ agudo
Triángulo 2: $\angle EDF \rightarrow$ agudo, $\angle FED \rightarrow$ agudo, $\angle DFE \rightarrow$ agudo
c. Las medidas de los lados son iguales.

Página 163

Practico

- a. $AB = 1,5$ cm $AC = 1,5$ cm $m(\angle ACB) = 60^\circ$
 $BC = 1,5$ cm $m(\angle BAC) = 60^\circ$ $m(\angle CBA) = 60^\circ$
 Triángulo Equilátero
 b. $DE = 2,1$ cm $FE = 3,0$ cm $m(\angle FED) = 45^\circ$
 $DF = 2,1$ cm $m(\angle EDF) = 90^\circ$ $m(\angle DFE) = 45^\circ$
 Triángulo Rectángulo Isósceles
 c. $XZ = 2$ cm $YZ = 2,7$ cm $m(\angle ZYX) = 38^\circ$
 $XY = 1$ cm $m(\angle YXZ) = 123^\circ$ $m(\angle XZY) = 19^\circ$
 Triángulo Obtusángulo escaleno
- a. Un ángulo es obtuso y los otros dos son agudos.
b. Es un triángulo obtusángulo escaleno.

Página 164

Construcción de triángulos

Exploro

- Triángulo equilátero.

Triángulo isósceles rectángulo.

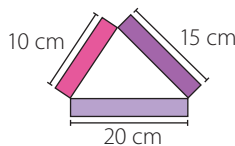
Triángulo isósceles rectángulo.

- Respuesta variada. A continuación se muestra un ejemplo.
Se pueden cortar palitos de 3 cm de largo y ubicarlos de manera que formen ángulos de 60° . Para ello, se puede utilizar el transportador para medir los ángulos. Luego, se construyen los triángulos, uno al lado del otro, como se muestra en el diseño.

Página 167

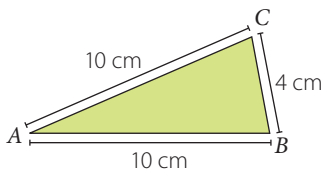
Practico

1. a.



- b. No es posible construir el triángulo.
 c. No es posible construir el triángulo.
 d. No se pueden construir todos los triángulos; solo se puede construir el triángulo formado por los rectángulos descritos en a. En los otros no se cumple la desigualdad triangular.

2. a.

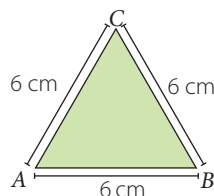


- b. c.

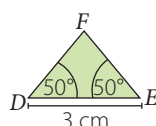
3. a. Falsa. Se debe cumplir la desigualdad triangular.
 b. Verdadera.

4. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos.

- a. Para construir un triángulo equilátero de lado 6 cm, se debe trazar un segmento con dicha medida, y luego utilizando cada uno de los extremos de este segmento como centro de dos circunferencia de radio 6 cm, se marca el punto de intersección de las dos circunferencias y desde ahí se trazan dos segmentos a cada uno de los extremos del primer trazo dibujado.

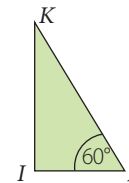


- b. Se traza un segmento de 3 cm, luego con el transportador utilizando como centro el punto E se marca un ángulo de 50° y se traza el segmento, de igual forma se repite el mismo procedimiento, ahora utilizando como centro el punto D. Luego, se forma el triángulo isósceles.



- c. Se construye con el transportador un ángulo de 60° cuyos lados tengan distintas medidas. Luego, se traza un

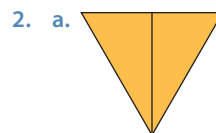
segmento, con distinta medida a los lados anteriores, que se interseque con los lados del ángulo para formar el triángulo.



Páginas 168 y 169

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 2

1. El triángulo de porcelana se puede asociar con un triángulo equilátero.

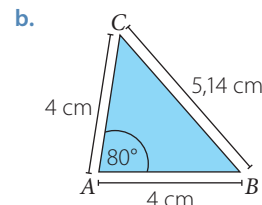


- b. Se puede dividir de tres maneras.

- c. Se clasifica como escaleno.

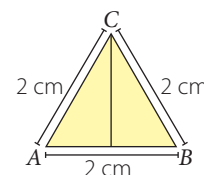
- d. Sí. Para ello, se traza un segmento desde un vértice a un punto del lado opuesto distinto al punto medio de ese lado.

3. a. No, ya que el triángulo de porcelana se relaciona con un triángulo equilátero, por lo que no puede tener un ángulo de 80°.



- b. No es posible construir un triángulo con esas características, ya que según las medidas de los lados dados, no se cumpliría la desigualdad triangular.

4. Se dibuja un triángulo equilátero ABC de lado 2 cm. Luego, se marca un punto cuya distancia desde el vértice A sea 1 cm. Por ese punto se traza una recta perpendicular al lado basal que pase por el vértice C.



Tema 3: Triángulos y cuadriláteros

Página 170

Recuerdo lo que sé

1. tres; ángulos; grados; cuadriláteros.
 2. a. agudo; mide menos de 90°.
 b. obtuso; mide más de 90° y menos de 180°.

- c. extendido; mide exactamente 180° .
- d. agudo; mide menos de 90° .
- e. recto; mide exactamente 90° .

Página 171

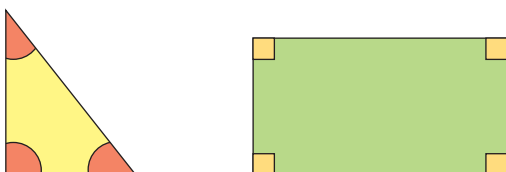
Diseño mi estrategia

1. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos.



2. Lados $\rightarrow$ 3
Vértices $\rightarrow$ 3
Ángulos interiores $\rightarrow$ 3
3. Lados $\rightarrow$ 4
Vértices $\rightarrow$ 4
Ángulos interiores $\rightarrow$ 4

4. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos.



Página 172

Ángulos interiores de un triángulo

Exploro

- $m(\angle CBA) = 120^\circ$
- $m(\angle ACB) = 30^\circ$
- $m(\angle BAC) = 30^\circ$
- La suma de las medidas de los ángulos interiores del triángulo es 180° .
- Sí, porque de lo contrario no se podría formar un triángulo.

Páginas 174 y 175

Practico

1. a. Suman 180° . Se puede saber al realizar la actividad.
b. Ocurrirá lo mismo, ya que independiente del vértice que se elija la suma de los ángulos interiores será 180° .
c. Sólo se podrá realizar si el vértice elegido es el que corresponde al ángulo obtuso, ya que con los otros vértices no se podrá hacer coincidir todos los ángulos.
2. a. 95° c. 30° e. 70°
b. 55° d. 60° f. 60°
3. a. 125° b. 135°
4. a. Falsa. La suma entre esos dos ángulos sería 180° , por lo que no se podría formar un triángulo.
b. Verdadera. En un triángulo equilátero la medida de los tres ángulos es la misma, por lo que para que la suma sea 180° , cada uno debe medir 60° .
c. Verdadera. Al resolver la adición $35^\circ + 50^\circ + 95^\circ$ resulta 180° .
d. Falsa. Por ejemplo, los ángulos interiores de un triángulo pueden medir 10° , 20° y 150° , y la suma entre 10° y 20° no es mayor que 150° .
5. a. 87° b. 81° c. 78°
d. La suma de dos de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo (α y γ) es equivalente a la medida del ángulo exterior no adyacente (δ), es decir, $\delta = \alpha + \gamma$.

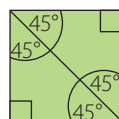
Página 176

Ángulos interiores de un cuadrilátero

Exploro

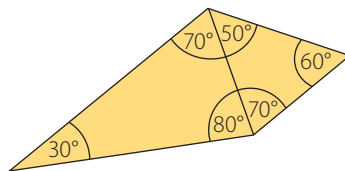
- El análisis de Daniel es correcto. A continuación se muestran 2 ejemplos.

Ejemplo 1: Al trazar la diagonal en un cuadrado se obtienen dos triángulos cuyos ángulos miden 90° , 45° y 45° . Al sumar, se obtiene que los ángulos interiores del cuadrado suman 360° .



$$45^\circ + 45^\circ + 45^\circ + 45^\circ + 90^\circ + 90^\circ = 360^\circ$$

Ejemplo 2: Al dividir el siguiente cuadrilátero en 2 triángulos, se puede tomar como referencia la medida de los ángulos interiores de los triángulos para calcular la suma de los ángulos interiores del cuadrilátero.



$$30^\circ + 80^\circ + 70^\circ + 50^\circ + 70^\circ + 60^\circ = 360^\circ$$

Páginas 178 y 179

Practico

- Suman 180° .
 - Suman 360° .
- $m(\angle CBA) = 90^\circ$; $m(\angle BAD) = 70^\circ$; $m(\angle ADC) = 110^\circ$;
 $m(\angle DCB) = 90^\circ$. Los ángulos interiores suman 360° .
- Falsa. Hay cuadriláteros que no tienen ángulos rectos.
 - Falsa. La suma de las medidas de los ángulos es 359° y no 360° .
 - Falsa. En ambos cuadriláteros cada uno de sus ángulos interiores mide 90° .
 - Verdadera. No se podría formar un cuadrilátero.
 - Verdadera. El otro ángulo debe medir 94° .
- 120°
 - 130°
 - 60°
 - 42°
- $m(\angle CBA) = 125^\circ$
 $m(\angle ADC) = 125^\circ$
 $m(\angle BAD) = 55^\circ$
 - $m(\angle HGF) = 145^\circ$
 $m(\angle FEH) = 145^\circ$
 $m(\angle EHG) = 35^\circ$
- Se puede formar el triángulo ADE y el cuadrilátero $ABCD$, o bien, el triángulo BCD y el cuadrilátero $ABDE$.
 - En el triángulo suman 180° y en el cuadrilátero suman 360° .
 - Suman 540° . Ocurre lo mismo en cualquier pentágono, ya que siempre se podrá dividir en un triángulo y un cuadrilátero.

Páginas 180 y 181

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 3

- No, ya que al tener los ángulos de la base de igual medida, no sumarían 180° .
- Los ángulos interiores del trapecio suman 360° .
- Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos en cada caso.
 - Ejemplo 1:** Leonardo y su familia juegan a realizar distintas pruebas por equipos. Una de ellas consiste en hacer un circuito alrededor de una cuerda que forma un triángulo. ¿Cuáles podrían ser los ángulos interiores de dicho circuito?
 Respuesta: Podrían ser 90° , 60° y 30° .
Ejemplo 2: Si el ángulo basal del frontis de la casa es de 50° , ¿cuánto mide el ángulo que forma el techo?
 Respuesta: Mide 80° .
 - Ejemplo 1:** Leonardo juega con un volantín que tiene forma de cuadrilátero y decide medir sus ángulos interiores. ¿Cuál es la suma de la medida de los ángulos interiores?
 Respuesta: La suma es 360° .
Ejemplo 2: ¿Cuánto suman los ángulos interiores del polígono que se relaciona con la forma de la patente del auto?
 Respuesta: Suman 360° .
- Se pueden trazar las 5 diagonales desde un vértice para formar 6 triángulos y luego calcular la suma de los ángulos interiores de ellos, es decir, $180 \cdot 6 = 1080$. Luego, la suma de los ángulos interiores del octágono es 1080° .

- Se pueden trazar 2 diagonales desde un vértice para formar 3 cuadriláteros y luego calcular la suma de los ángulos interiores de estos 3 cuadriláteros, con lo que se obtiene $360 \cdot 3 = 1080$. Luego, la suma de los ángulos interiores del octágono es 1080° .

Tema 4: Teselaciones

Página 182

Recuerdo lo que sé

- cuadrados; triángulos equiláteros; rotación; traslación.
- Polígono regular.
 - Polígono irregular.
 - Polígono irregular.
 - Polígono irregular.

Página 183

Diseño mi estrategia

- Rectángulos.
 - Cuadrados.
 - Rectángulos.
 - Rombos.
- Respuesta variada. A continuación se muestran 4 ejemplos. Los ladrillos de la muralla, las baldosas del piso, los diseños de las ventanas, las tejas del techo.
- Se pueden aplicar traslaciones, rotaciones y reflexiones.

Página 184

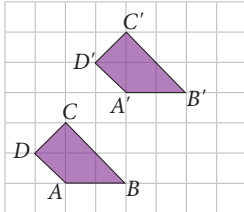
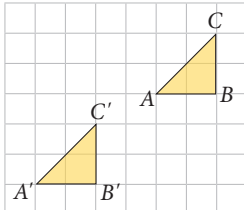
Transformaciones isométricas

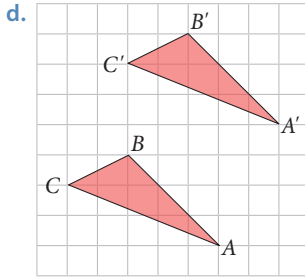
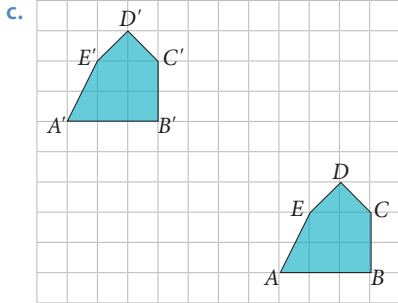
Exploro

- El tren realiza una traslación porque se desplaza hacia el lado y el torniquete realiza una rotación porque gira en torno a un punto.
- 
- Respuesta variada. A continuación se muestran 4 ejemplos. Se pueden relacionar con el movimiento de la rueda de la fortuna, de un automóvil en una carretera, de la rueda de una bicicleta, de un corredor en una pista recta, entre otros.

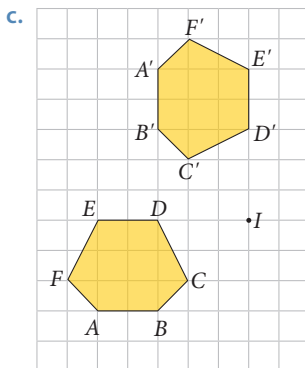
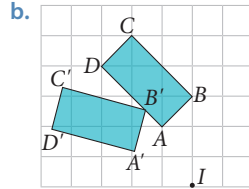
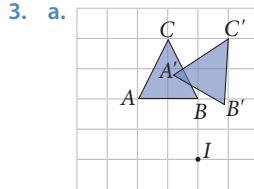
Páginas 186 y 187

Practico

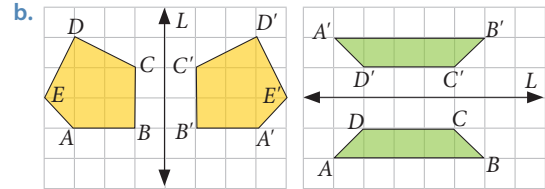
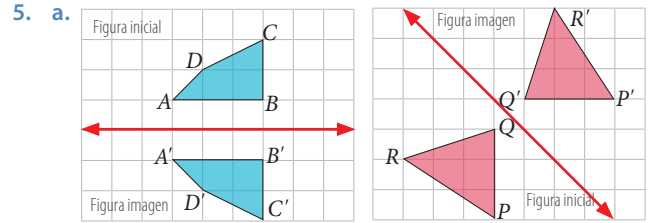
- 
 - 



2. a. La figura inicial se traslada 4 unidades hacia la derecha y 4 unidades hacia arriba.
 b. La figura inicial se traslada 3 unidades hacia la izquierda y 3 unidades hacia abajo.
 c. La figura inicial se traslada 6 unidades hacia la derecha y 2 unidades hacia arriba.



4. a. Ángulo de rotación de 90° en sentido antihorario.
 b. Ángulo de rotación de 180° .
 Una estrategia puede ser unir un vértice de la figura inicial con el centro de rotación y hacer lo mismo con el vértice correspondiente de la figura imagen. Luego, se mide el ángulo que se forma y de esa manera se puede obtener el ángulo de rotación.



Página 188

Teselaciones

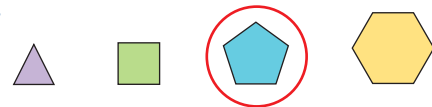
Exploro

- Cuadrados y triángulos. Polígonos regulares.
- Rectángulos. Polígonos no regulares.
- Triángulos. Polígonos no regulares.
- Triángulos. Polígonos regulares.
- Hexágonos. Polígonos regulares.
- Se puede observar que las figuras en los diseños calzan sin dejar espacios ni superponerlas.

Página 191

Practico

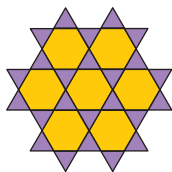
1. a.



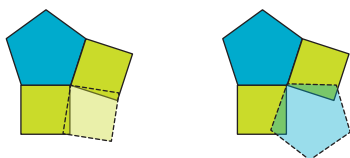
En el pentágono los ángulos que concurren en un punto no suman 360° .

- b. Es posible, ya que los ángulos que concurren en un punto suman 360° .
 c. No es posible, ya que los ángulos que concurren en un punto no suman 360° .

- d. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos. Se puede comprobar que es posible hacer el teselado con el hexágono y el triángulo.



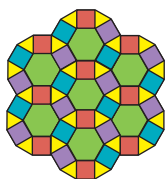
Se puede observar que no es posible realizar el teselado con el cuadrado y el pentágono.



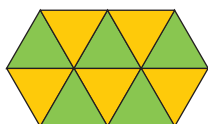
- e. Se pueden apreciar reflexiones, rotaciones y traslaciones.
2. a. Se pueden observar cuadrados, triángulos y hexágonos. Todos son polígonos regulares.
- b. Se observan teselados regulares en los diseños 1 y 2, y semirregular en el diseño 3.

3. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos.

a.



b.

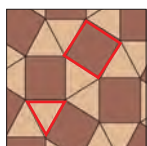


4. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos.
- a. Para comprobar que corresponde a una teselación se debe cumplir que en cada punto donde concurren los vértices de las figuras utilizadas, la suma de los ángulos interiores sea igual a 360° .
- b. En los teselados se pueden apreciar reflexiones, rotaciones y traslaciones.

Páginas 192 y 193

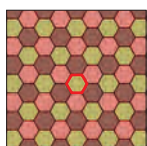
¿Cómo voy? Evaluación de proceso 4

1. a.



Cuadrados y triángulos. Ambos son polígonos regulares.

- b.



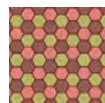
Hexágonos. Polígonos regulares.

2. Se deben sumar las medidas de los ángulos interiores que concurren en un mismo vértice y verificar que la suma sea 360° .

- 3.



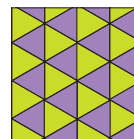
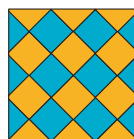
Teselación semirregular, ya que está compuesta por dos polígonos regulares.



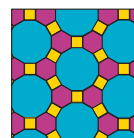
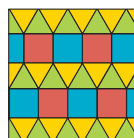
Teselación regular, ya que está compuesta solo por un polígono regular.

4. Se puede aplicar una rotación o una reflexión.
5. Se puede obtener el polígono C o D, dependiendo del eje de reflexión. Para obtener el polígono D se puede aplicar una traslación, reflexión o una rotación al polígono C.
6. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos en cada caso.

Teselaciones regulares



Teselaciones semirregulares



Tema 5: Área y volumen

Página 194

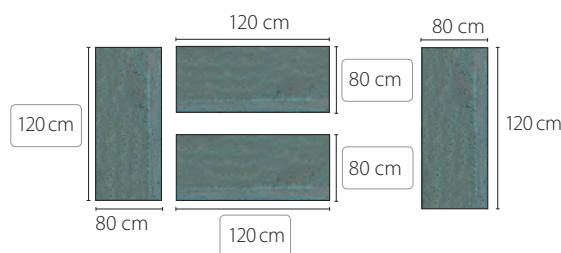
Recuerdo lo que sé

- área; rectángulo; largo; ancho.
- El área de las ventanas expresadas en centímetros cuadrados son $16\,500\text{ cm}^2$ y $9\,000\text{ cm}^2$. Al expresarlas en metros cuadrados se obtiene $1,65\text{ m}^2$ y $0,9\text{ m}^2$.
- Para ambas cortinas se necesitan $32\,400\text{ cm}^2$ de tela. Para calcular lo anterior, se debe determinar las dimensiones a considerar para cada ventana, calcular el área y luego sumar los valores obtenidos.

Página 195

Diseño mi estrategia

1. a.



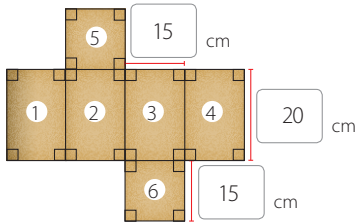
- b. Representan las paredes de la fuente, la que se pueden relacionar con rectángulos.
- c. Se puede calcular el área de la cara exterior de cada pared y luego sumar los valores.

Página 196

Redes de cubos y paralelepípedos

Exploro

•

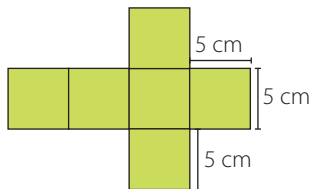


- Sí, ya que corresponde a la red asociada a un paralelepípedo.
- Las figuras 1, 2, 3 y 4 tienen forma de rectángulo y las figuras 5 y 6 tienen forma de cuadrado.
- Las figuras 1, 2, 3 y 4 tienen la misma forma y tamaño. Las figuras 5 y 6 tienen la misma forma y tamaño.

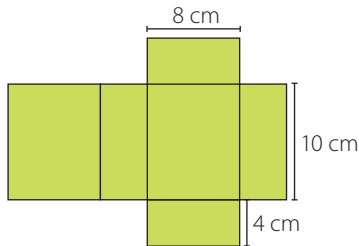
Página 199

Practico

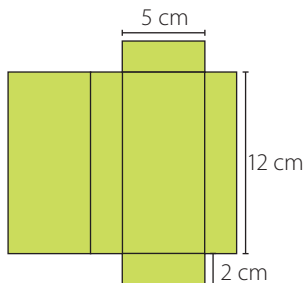
1. a.



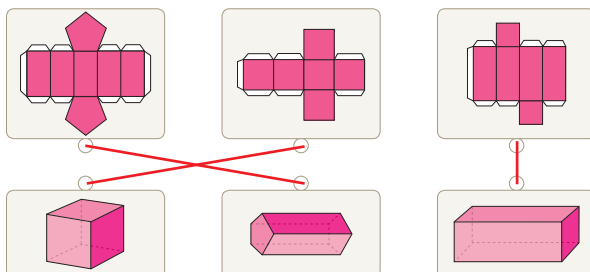
b.



c.



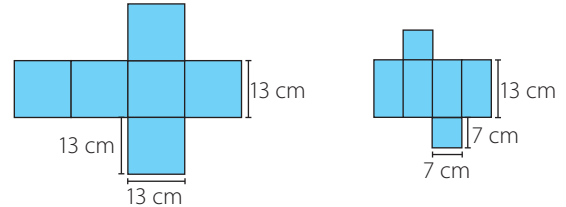
2.



3. a. El cubo podría ser de 13 cm de arista. El paralelepípedo puede ser de base cuadrada de 7 cm de lado y 13 cm de altura.

Dado que el diámetro de la base del tazón no es igual a la altura de este, es más útil el paralelepípedo.

- b. Red del cubo Red del paralelepípedo



Página 200

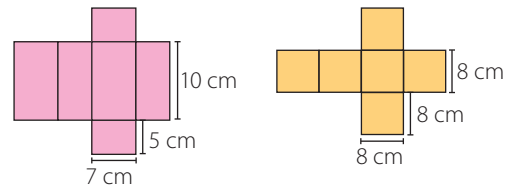
Área de cubos y paralelepípedos

Exploro

- Para saber en cuál de los dos diseños se requiere menos material, se puede calcular el área de cada uno. Para ello, se necesita conocer el largo, el ancho y el alto de cada diseño.

- Diseño de Daniel

- Diseño de Carla



- El diseño de Daniel, ya que al calcular el área se obtiene 310 cm^2 , sin embargo el área del diseño de Carla es 384 cm^2 .

Páginas 202 y 203

Practico

- a. 166 m^2 b. 294 cm^2
- a. 3 mm b. 4 mm c. 6 mm
- a. Por cada contenedor debe pintar 6 m^2 , por lo tanto, por los 20 contenedores deberá pintar 120 m^2 en total.
 - La altura del mueble es de 160 cm.
 - Barnizará $14\,400 \text{ cm}^2$, lo que corresponde a $1,44 \text{ m}^2$.
- a. Verdadera.

Por ejemplo, el área de un cubo cuya arista mide 3 cm es 54 cm^2 , ya que el área de una cara es 9 cm^2 y al multiplicar por 6 se obtiene 54 cm^2 .
- b. Falsa.

Por ejemplo, un paralelepípedo cuya área es 168 cm^2 , puede medir 6 cm de alto, 4 cm de ancho y 6 cm de largo. Otro paralelepípedo de igual área puede medir 3 cm de alto, 3,2 cm de ancho y 12 cm de largo.
- c. Falsa.

Está compuesta por 6 cuadrados, que corresponden a las caras del cubo.
- d. Verdadera.

Ambos tienen 6 caras, 8 vértices y 12 aristas.

5. Para determinar cuánto material, aproximadamente, fue necesario para la elaboración de los envases se debe calcular el área de cada uno de ellos.

Página 204

Volumen de cubos y paralelepípedos

Exploro

- En la base de la caja alcanzan 15 envases de perfumes.
- Alcanzan 4 envases de perfumes.
- La caja mide 50 cm de largo, 30 cm de ancho y 40 cm de alto.
- Se cuenta la cantidad de envases de perfumes que alcanzan a lo largo, ancho y alto de la caja y se multiplica cada cantidad por 10 cm.
- Es la medida del espacio que ocupa un cuerpo.

Páginas 206 y 207

Practico

- 180 cajas
 - 648 cajas
 - 220 cajas
- Para calcular el volumen de cada cubo se puede multiplicar la medida del largo, del ancho y del alto, lo que equivale a multiplicar por sí misma 3 veces la medida de la arista.
 - 512 mm³
 - 1 000 m³
 - 64 cm³
- 1 728 mm³
 - 125 cm³
 - 343 m³
- 630 cm³
 - 4 950 cm³
 - 1 176 cm³
- La medida de las aristas de cada cubo es 1 cm, 2 cm, 3 cm y 4 cm, respectivamente.
 - El volumen de cada cubo es 1 cm³, 8 cm³, 27 cm³ y 64 cm³, respectivamente.
 - El área se cuadruplica.
 - Será 8 veces el volumen del cubo original.
 - A medida que la arista aumenta 1 cm, esta se multiplica por los múltiplos de 6 y se obtiene el área de cada cubo. El volumen de cada cubo corresponde a la medida de la arista multiplicada 3 veces por sí misma.
- Verdadera. También se cumple si dos cubos tienen la misma área.
 - Verdadera. Por ejemplo, un cubo de arista 6 cm y un paralelepípedo de 12 cm de largo, 6 cm de ancho y 3 cm de alto.
 - Verdadera. Es equivalente ya que las medidas del largo, ancho y alto son iguales.
 - Falsa. El área de un paralelepípedo se calcula sumando las áreas de cada una de sus caras.
 - Verdadera. El área basal equivale a multiplicar las medidas del largo por el ancho del paralelepípedo.

Ejemplo 1: La profesora quiere traer un nuevo estante para guardar libros. Si las medidas del mueble son 2 m de largo, 30 cm de ancho y 180 cm de alto, ¿cuál es su volumen?
 Respuesta: El volumen es 1,08 m³.

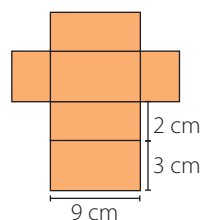
Ejemplo 2: En una caja de 10 cm de largo, 4 cm de ancho y 12 cm de alto se guardan gomas de borrar de 8 cm³ cada una. ¿Cuántas gomas de borrar alcanzan en la caja?
 Respuesta: Alcanzan 60 gomas de borrar.

- El volumen se triplica.
- Para resolver el problema se deben expresar las medidas de la fuente en centímetros y luego calcular el volumen, con lo que se obtiene que la fuente puede contener 1 288 000 cm³ de agua.

Páginas 208 y 209

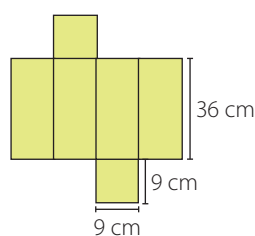
¿Cómo voy? Evaluación de proceso 5

1.



Área: 102 cm²

2. a.



b. El área de la red es 1 458 cm².

- Como se aumenta 1 cm cada lado de la base y 2 cm la altura, las nuevas medidas son: 10 cm de ancho 10 cm de largo y 38 cm de alto, por lo tanto se necesitan 1 720 cm² de material para construir la nueva caja.
- El área es 594 cm².
- El volumen de un bloque del juego es 54 cm³.
- El volumen de la torre antes de empezar a jugar es 2 916 cm³.
- El volumen de la torre sigue siendo 2 916 cm³, ya que al sacar los bloques y ubicarlos sobre la torre, la cantidad de bloques sigue siendo la misma, por lo que el volumen no cambia.

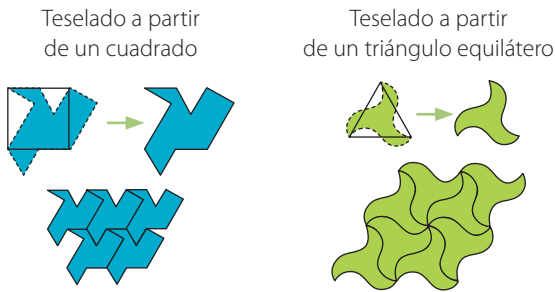
Páginas 210 y 211

Complementa tu aprendizaje

1.

Sendero	Medida de cada ángulo					Semana en la que se recorrerá
	a	b	c	d	e	
1	120°	45°	70°	110°	90°	Semana 3
2	100°	60°	150°	45°	135°	Semana 2
3	80°	35°	160°	135°	60°	Semana 1

2. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos.



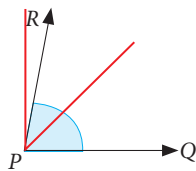
3. Las construcciones dependerán de cada grupo.

Páginas de la 212 a la 214

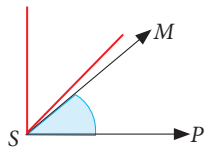
¿Qué aprendí? Evaluación final

Ángulos

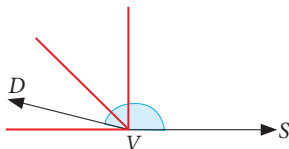
1. Para estimar la medida de los ángulos, se pueden usar ángulos conocidos.
- a. El ángulo QPR mide entre 45° y 90° .



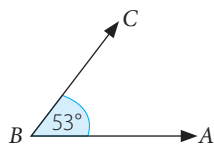
- b. El ángulo PSM mide entre 0° y 45° .



- c. El ángulo SVD mide entre 135° y 180° .

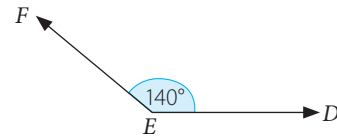


2. a. 165° . Ángulo obtuso.
b. 80° . Ángulo agudo.
c. 90° . Ángulo recto.
3. a. Para construir el ángulo, se traza un segmento $\overline{AB}$ y sobre el punto B se ubica el centro del transportador y se mide un ángulo de 53° . Luego, se marca el punto C y se traza el segmento $\overline{BC}$.



- b. Para construir el ángulo, se traza un segmento $\overline{DE}$ y sobre el punto E se ubica el centro del transportador y se

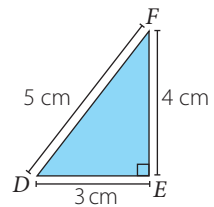
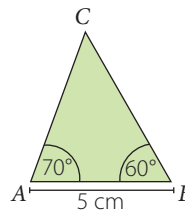
mide un ángulo de 140° . Luego, se marca el punto F y se traza el segmento $\overline{EF}$.



4. a. $\alpha = 55^\circ; \beta = 125^\circ$
b. $\alpha = 117^\circ; \beta = 63^\circ$
c. $\alpha = 107^\circ; \beta = 107^\circ$
d. $\alpha = 140^\circ; \beta = 40^\circ; \gamma = 140^\circ$

Construcción de triángulos

5. a. Triángulo acutángulo escaleno
b. Triángulo rectángulo escaleno



Triángulos y cuadriláteros

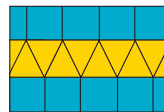
6. a. 53°
b. 33°
c. 120°
d. 65°
e. 39°
f. 57°

Teselaciones

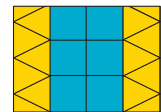
7. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos en cada caso.

- a. Se aplicaron reflexiones, traslaciones y rotaciones.

Ejemplo 1



Ejemplo 2



- b. Se aplicaron reflexiones, traslaciones y rotaciones.

Ejemplo 1



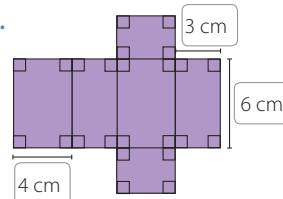
Ejemplo 2



8. a. Es una teselación semirregular, ya que se han utilizado dos polígonos regulares.
b. Es una teselación no regular, ya que se han utilizado polígonos regulares y no regulares.

Área y volumen

9. a. 238 cm^2
b. 108 cm^2
c. 322 cm^2
- 10.



El área es 108 cm^2 .

11. a. Está compuesta por 23 cubos.
b. El volumen es 23 cm^3 .

Unidad 4 Datos y probabilidades

Páginas 218 y 219

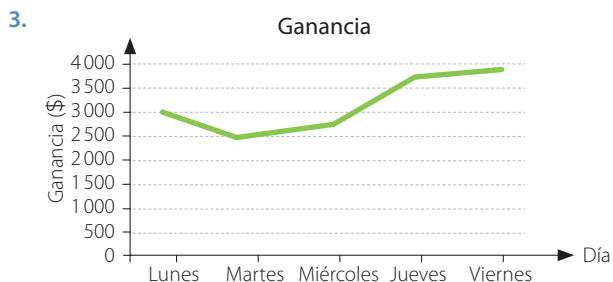
¿Cuánto sé? Evaluación inicial

Tablas de datos

1. a. La torta de merengue.
- b. Hay 2 personas más que prefieren la torta de mil hojas que la de selva negra.
- c. 17 personas asistieron al cumpleaños.

Gráficos de barras y de líneas

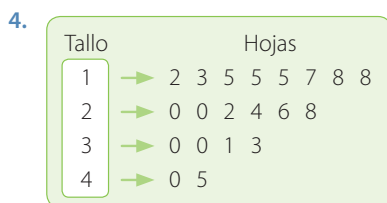
2. a. 7 personas tienen 21 años.
- b. 13 personas tienen más de 18 años y menos de 21 años.



Algunas conclusiones pueden ser:

- Los primeros días existe una baja en la venta de alfajores, pero a medida que avanza la semana las ventas van en aumento.
- El viernes es el día que se venden mayor cantidad de alfajores.

Diagrama de tallo y hojas



Posibilidad de ocurrencia

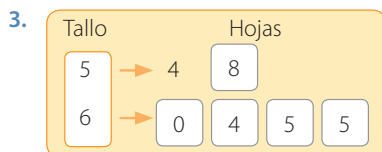
5. a. Hay más posibilidad de sacar una bolita roja.
- b. Se deben agregar 3 bolitas amarillas.

Tema 1: Diagramas de puntos y de tallo y hojas

Página 220

Recuerdo lo que sé

1. tabla; diagrama; tallo; hojas.
2. El promedio de los datos es un 6,1. Este valor representa la nota promedio entre las seis evaluaciones.

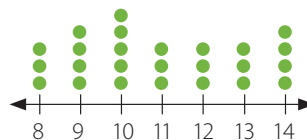


Página 221

Diseño mi estrategia

1.

Edad de los estudiantes del taller de publicidad



- a. Cada ● representa a un participante del taller cuya edad es la indicada.
- b. Representan las edades de los participantes del taller.
- c. Respuesta variada. A continuación se muestran 3 ejemplos.
 - La edad con mayor frecuencia es 10 años.
 - El promedio de las edades es de 10,96 años.
 - 25 estudiantes participan en el taller.
2. Respuesta variada. A continuación se muestra un ejemplo. Para construir un diagrama de tallo y hojas se deben considerar en el tallo los números 0 y 1 y luego completar las hojas con los valores correspondientes.

Página 222

Diagrama de puntos

Exploro

- El último artículo electrónico adquirido por hombres y mujeres.
- 17 mujeres y 14 hombres.
- Hubo más mujeres que adquirieron un computador.
-

Artículos adquiridos por mujeres



Artículos adquiridos por hombres



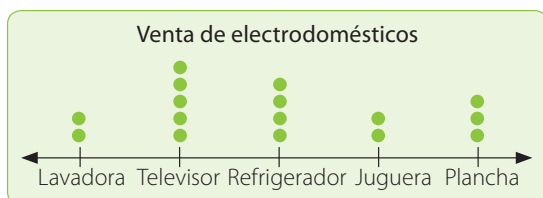
Páginas 224 y 225

Practico

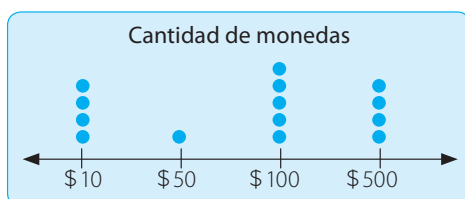
1. a.



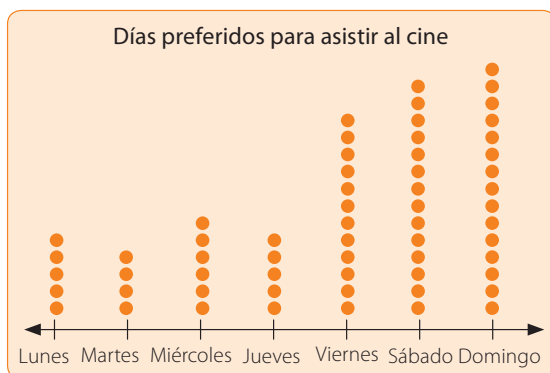
b.



c.



d.



2. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos en cada caso.

- Lugar para ir de vacaciones.
• Lugar donde vive.
- Notas de un curso en Matemática.
• Las notas de un examen de admisión.
- Participantes a los talleres de deportes.
• El deporte preferido por un curso.
- Cantidad de veces que ha ido al cine durante el año.
• Las edades de los participantes del taller de patinaje.

3. a. Falsa. Hay más cantidad de bebidas de $\frac{3}{4}$ L.

b. Falsa. Hay una botella más.

c. Verdadera. Quedan 5 botellas.

d. Falsa. En el almacén hay $27\frac{1}{4}$ L de jugo.

4. a. En el 6° A hay 29 estudiantes y en el 6° B hay 28 estudiantes. Hay más estudiantes en el 6° A.

b. El 6° B tuvo mejores calificaciones. Se puede justificar calculando el promedio de notas de cada curso.

Página 226

Diagrama de tallo y hojas

Exploro

- 6° A → 10, 11, 15, 17, 18, 21, 21, 22, 24, 25, 25, 30, 31, 31, 32, 32, 32, 33, 33, 34, 35, 35, 36, 36, 37, 37, 38, 40, 40, 40
- 6° B → 13, 18, 19, 21, 21, 21, 21, 22, 23, 25, 28, 29, 31, 31, 32, 32, 32, 32, 32, 34, 35, 35, 35, 36, 37, 37, 38, 40, 40
- En el tallo de ambos diagramas se ubicarán los números 1, 2, 3 y 4.

•

Puntajes 6° A

Tallo	Hojas
1	0 1 5 7 8
2	1 1 2 4 5 5
3	0 1 1 2 2 2 3 3 4 5 5 6 6 7 7 8
4	0 0 0

Puntajes 6° B

Tallo	Hojas
1	3 8 9
2	1 1 1 1 2 3 5 8 9
3	1 1 2 2 2 2 2 2 4 5 5 5 6 7 7 8
4	0 0

Páginas 228 y 229

Practico

1. a.

Cantidad de partidos ganados

Tallo	Hojas
1	2 2 2 4 5 7 8
2	2 3 8
3	0 1 2 2 3 4
4	0 3 4

b.

Cantidad de teléfonos móviles vendidos

Tallo	Hojas
15	8
16	0 5 5 7
17	0 5 8 8
18	4 7
19	0 3 5
20	0

c. Kilogramos de papel recolectados

Tallo	Hojas
2	→ 4 7
3	→ 3 3 4 4 9
4	→ 0 5 5 5 8
5	→ 4 6 8
6	→ 2 7
7	→ 6

2. a. Cantidad de revistas vendidas por Valeria

Tallo	Hojas
1	→ 2 3 5 5 6 6
2	→ 0 3 3 8
3	→ 0 1

Cantidad de revistas vendidas por Gastón

Tallo	Hojas
1	→ 0 2 2 4 6 7 9
2	→ 1 4 8
3	→ 0 3

b. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos.

- La menor cantidad de revistas vendidas por Valeria fueron 12 y por Gastón, 10.
- Valeria vendió más revistas que Gastón en los doce días. Valeria vendió 242 revistas y Gastón 236 revistas.
- La mayor cantidad de revistas vendidas por Valeria fueron de 31 revistas, mientras que Gastón lo máximo que vendió fueron 33 revistas.
- El quinto día fue el día con más ventas.
- El séptimo día fue el de menores ventas.

3. a. Se arrendaron 1 607 equipos de ski.

b. Pedro deberá contratar a 54 trabajadores.

4. a. El diagrama 1 los valores se encuentran entre el 12 y 91 y en el diagrama 2, entre 12 y 59.

b. En el diagrama 1 se encuentra la mayor variación. Los valores más altos se encuentran en el diagrama 1.

c. En el diagrama 1 el dato que más se repite es el 37 y en el diagrama 2 es el 15 y 49, ya que se encuentran en igual cantidad.

5. a. Catherine ha logrado saltos más largos.

b. Catherine tiene los mejores resultados, ya que la distancia promedio de sus saltos es la más alta, con 479 cm, aproximadamente.

Páginas 230 y 231

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 1

1. Respuesta variada. A continuación se muestra un ejemplo. Es más apropiado representar la información en un diagrama de tallo y hojas, ya que hay muchos datos distintos.

2. a. ✗

b. ✓

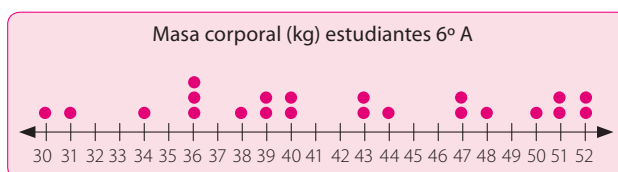
c. ✗

3.

Masa corporal (kg) estudiantes 6° B

Tallo	Hojas
3	→ 0 0 1 2 2 5 5 5 6 6 7 8
4	→ 0 4 4 4 5 5 5 5
5	→ 0 2

4.



5. En ambos cursos el dato menor es 30 y el mayor, 52.

Estos valores indican que la menor masa corporal de los estudiantes es 30 kg y la mayor, 52 kg.

6. En ambos cursos hay 22 estudiantes.

7. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos.

Ejemplo 1:

Problema: Para un programa que fomenta la vida sana se considerarán aquellos estudiantes cuya masa corporal sea menor que 32 kg y aquellos con más de 50 kg de cada curso. ¿Cuántos deben ser elegidos en cada curso?

Respuesta: En el 6° A se elegirán a 6 alumnos y en el 6° B a 4 alumnos.

Ejemplo 2:

Problema: Camila y Patricio quieren calcular el promedio, en kilogramos, de la masa corporal de los estudiantes en cada curso para complementar su estudio. ¿Cuáles son estos valores?

Respuesta: El promedio de la masa corporal de los estudiantes en el 6° A es, aproximadamente, 42 kg y en el 6° B, 39 kg, aproximadamente.

Tema 2: Gráficos de barras dobles y circulares

Página 232

Recuerdo lo que sé

1. gráficos; barras simples; cualitativas; frecuencia.
2. El tiempo que se invierte diariamente en navegar en redes sociales y el porcentaje que representa la frecuencia.
3. De 11 a 30 minutos.
4. El 15%. Se calcula sumando los porcentajes correspondientes a las personas que navegan de 1 a 2 horas y las que navegan más de 2 horas.

Página 233

Diseño mi estrategia

- 300 personas no utilizan automóvil.
- Representan el 35 %.
- Los datos se pueden representar en un gráfico de barras dobles, en la que una de las barras corresponderá a los hombres y la otra a las mujeres. Para construirlo, se identifican las categorías y la frecuencia correspondiente a cada una de ellas.

Página 234

Gráfico de barras dobles

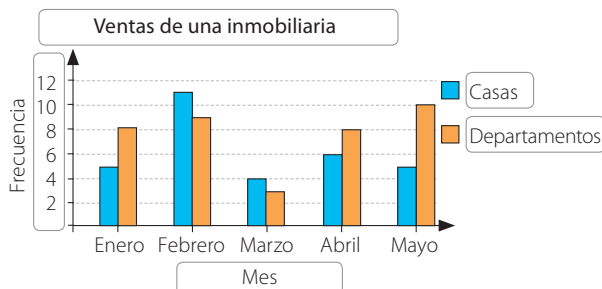
Exploro

- Porque permite diferenciar a las personas según el rango de edad.
- Menos de 35 años. → 80
35 años o más. → 120
Total de personas. → 200
- Se consideraron 1 000 personas. Se calcula sumando la frecuencia correspondiente a la altura de cada barra.
- En la categoría Internet.

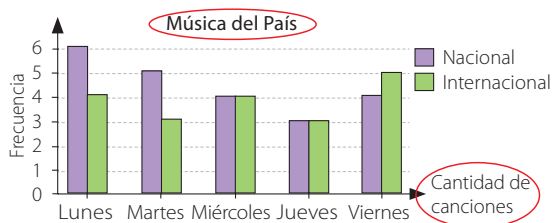
Páginas 236 y 237

Practico

1.



2. a.



Correcciones: El título debe ser "Cantidad de canciones emitidas" y la variable debe ser "Día".

- El lunes se emiten 10 canciones, el martes 8 canciones, el miércoles 8 canciones, el jueves 6 canciones y el viernes 9 canciones.
 - La diferencia es de 3 canciones.
- Falsa. La cantidad de niños que participó disminuyó.
 - Verdadera. El año 2014 participaron 10 niñas, el 2015, 15 niñas y el año 2016 participaron 20 niñas.
 - Falsa. La cantidad de niñas que participaron el 2014 fue igual que la de niños el 2015.

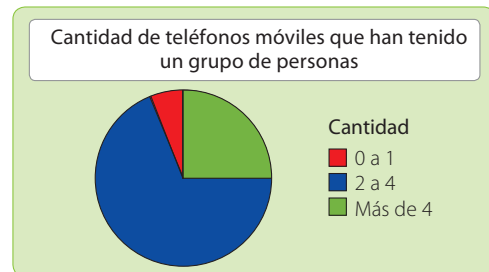
- La venta de estufas va en aumento.
 - Sí, porque las temperaturas de los meses considerados va disminuyendo.
 - La venta de ventiladores va disminuyendo.
- Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos en cada caso.
 - Ejemplo 1:** Ana María realiza una encuesta para un trabajo del colegio y recolecta información sobre el medio de comunicación preferido que utilizan las personas para informarse según su edad.
Ejemplo 2: Se realizó una encuesta para saber si las personas, según su edad, prefieren el diario o Internet al momento de informarse.
 - Ejemplo 1:** ¿En qué rango de edad la diferencia entre las personas que prefieren el diario y las que prefieren Internet es mayor?
Respuesta: La categoría corresponde a 60 o más años.
Ejemplo 2: En la categoría 30 a 44 años, ¿cuántas personas prefieren Internet?
Respuesta: 75 personas prefieren Internet.
 - Ejemplo 1:** Se puede concluir que la categoría de edad de 60 o más años prefiere informarse por medio del diario.
Ejemplo 2: En los rangos de mayor edad, la preferencia por utilizar el diario para informarse aumenta.

Página 238

Gráfico circular

Exploro

- El 25 % de las personas ha tenido más de 4 teléfonos móviles.

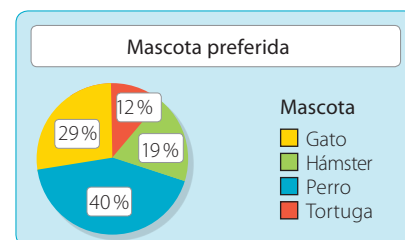


- Se puede multiplicar la cantidad que corresponde al total de personas encuestadas con el porcentaje, expresado como un número decimal, que corresponde a la categoría indicada. Se obtiene que 140 personas han tenido de 2 a 4 teléfonos móviles.

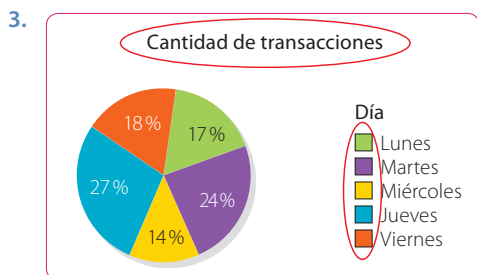
Páginas 240 y 241

Practico

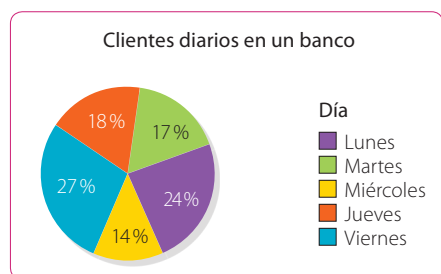
1.



2. a. La carne de vacuno.
b. Sí, el pollo y el cerdo.
c. Es correcto, ya que las preparaciones con ciervo o jabalí corresponden al 20%.



Corrección:

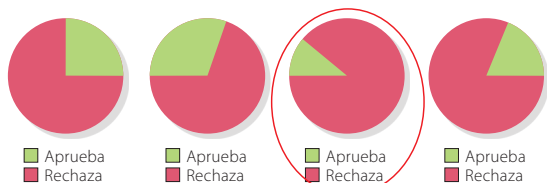


- a. El día viernes porque es el día donde hay mayor flujo de clientes.
- b. Se consideraron 1 000 personas.
4. a. Más de la mitad de los apoderados está muy de acuerdo con la regulación de los alimentos que se venden en el colegio e incluso, el 80 % está muy de acuerdo o de acuerdo con la medida.
b. Se puede observar que el 80 % de los apoderados está muy de acuerdo o de acuerdo con la regulación de los alimentos, cuyo porcentaje en los estudiantes corresponde solo a un 40 %. Se podría concluir que los apoderados apoyan la medida a diferencia de los estudiantes, que en su mayoría está en desacuerdo o muy en desacuerdo.

Páginas 242 y 243

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 2

1. La opinión ciudadana sobre si aprueba o rechaza las medidas para reducir los índices de contaminación.
2. En la categoría "Prohibición al uso de leña", ya que las alturas de las barras son similares.
3. En la categoría "Restricción vehicular". Se puede determinar calculando la diferencia entre las barras de cada categoría.
4. Se encuestó a 483 personas.
- 5.



6. Aproximadamente un 12 % corresponde a las personas que rechaza alguna medida y un 88 % a las que las aprueban.
7. Se puede representar en un gráfico circular cada categoría correspondiente a la medida propuesta y el porcentaje de personas que aprueba o rechaza dicha medida.
8. Un 62% aprueba la restricción vehicular, aproximadamente.
9. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos.
 - ¿Cuál es la opinión de la ciudadanía sobre la aplicación de restricción a motos?
Respuesta: La mayoría de los encuestados aprueba esta medida.
 - Considerando las personas que respondieron solo en la categoría "Prohibición al uso de leña", ¿qué porcentaje, aproximadamente, aprueba esta medida?
Respuesta: Aproximadamente el 56 % aprueba la medida.

Tema 3: Tendencia de resultados

Página 244

Recuerdo lo que sé

1. experimento aleatorio; seguro; imposible; sector 1.
2. a. Posible
b. Imposible
c. Posible
d. Seguro
3. Es menos posible que sea del sector 4, ya que la cantidad de voluntarios es menor.

Página 245

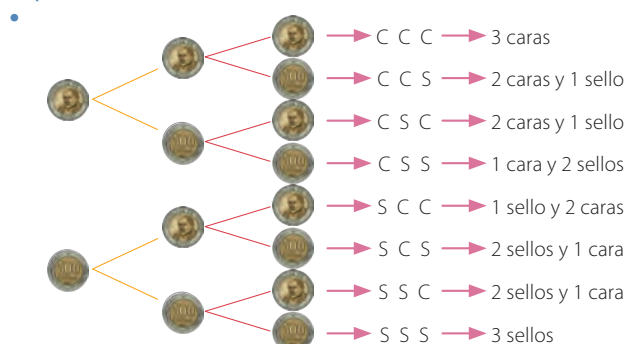
Diseño mi estrategia

1. No, ya que se elige al azar y no se sabe el resultado que se obtendrá.
2. Podría programarlas de 6 formar distintas.
3. No es seguro pero existe una alta posibilidad.
4. El cociente es 0,76. Se puede decir que el 76 % de las personas disponen de Internet en su teléfono móvil.

Página 246

Experimentos aleatorios

Exploro



- Se pueden obtener 8 resultados diferentes.

Páginas 248 y 249

Practico

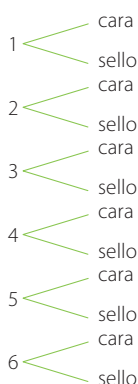
1. a. Aleatorio
b. No aleatorio

2. a.



- c. Aleatorio
d. No aleatorio

b.



3. a. 16 resultados posibles.
b. 12 resultados posibles.
c. 24 resultados posibles.
4. a. Respuesta variada. Dependerá de los resultados obtenidos.
b. Dependerá de lo obtenido, pero si se sigue la regla de Marcos habrá más posibilidades de ganar.
c. Marcos tiene más posibilidades de ganar que Erika, ya que de los 4 resultados posibles, 2 son favorables a Marcos y solo 1 a Erika.
5. a. Verdadera. Hay 2 casos en los que la suma es 3 puntos y 5 en los que la suma es 6 puntos.
b. Falsa. Son 4 los casos en que la suma es 5 puntos.
c. Verdadera. El puntaje más bajo que se puede obtener al sumar los puntos es 2.
d. Falsa. Hay 6 casos en los que los puntajes de las caras superiores son iguales.
6. a. Se cumple.
b. No se cumple. Es imposible que saque \$ 160.
c. Se cumple.
d. Se cumple.
e. No se cumple. La cantidad puede ser menor, igual o mayor que \$ 100.
f. No se cumple. Es posible que obtenga el valor, pero no es seguro.
g. No se cumple. Es posible pero podría obtener \$ 20, con lo que no alcanzará a pagar.
h. Se cumple.

Página 250

Frecuencia relativa asociada a un suceso

Exploro

- Han participado 100 personas.
- $\frac{7}{100}$

Páginas 252 y 253

Practico

1. a. 125 veces. b. $\frac{67}{125}$ c. $\frac{58}{125}$
d. Las veces que salió sello representan un 53,6% y las que salió cara representan un 46,4%.

2.

Lanzamiento de una moneda		
Resultado	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
	8	$\frac{8}{20}$
	12	$\frac{12}{20}$

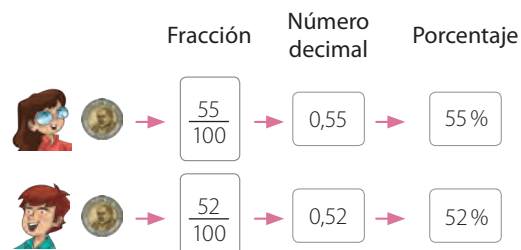
3. a. La frecuencia relativa del evento correspondiente al color verde es $\frac{50}{100}$ y la del color amarillo es $\frac{20}{100}$.
b. El color verde tiene mayor frecuencia relativa.
c. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos.
Ejemplo 1:
Se giró una ruleta 100 veces y se obtuvo los resultados que se muestran en la tabla. ¿Cuál es el porcentaje relacionado con obtener el color rojo?
Ejemplo 2:
Se realizó una encuesta en un colegio y se preguntó por el color preferido. ¿Cuántas personas prefieren el color rojo o verde? ¿Cuál es la frecuencia relativa asociada?
4. Respuesta variada. Dependerá de los resultados obtenidos.
5. a. La frecuencia relativa es $\frac{20}{52}$.
b. Los porcentajes son:
 - 1 día: 11,5 %
 - 2 días: 26,9 %
 - 3 días: 38,4 %
 - 4 días: 15,3 %
 - 5 días: 7,6 %
- c. El valor de x es 4.

Página 254

Repeticón de experimentos aleatorios

Exploro

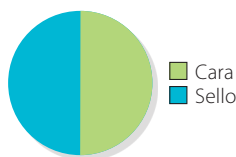
- 100; 55; 45; 52; 48
-



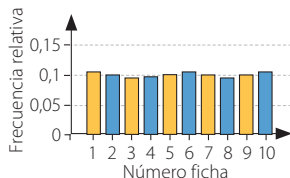
Páginas 256 y 257

Practico

1. a. Lanzamiento de una moneda



- b. Extracción de una ficha

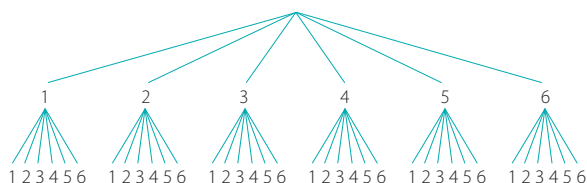


2. a. 0,25
b. 0,125
3. a. Los posibles resultados son que salga bolita roja, verde, azul y amarilla.
b. Tiende al 8,3 %.
c. No es correcto, ya que hay más bolitas de color amarillo que verde.
4. a. Se puede decir que se obtendrá un número cercano a 250.
b. El porcentaje de obtener dos caras tiende al 25 %, de obtener dos sellos al 25 % y de obtener una cara y un sello, al 50 %.

Páginas 258 y 259

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 3

1. El juego se puede relacionar con un experimento aleatorio, ya que los valores obtenidos al lanzar un dado no se pueden predecir.
2. Son 36 resultados posibles.



3. 6 resultados.
4. Son 10 casos favorables.
5. a. 12 veces cada uno.
b. La frecuencia relativa es $\frac{2}{12}$.
c. La frecuencia relativa es $\frac{3}{12}$.
d. Julián ha obtenido una suma mayor que 8 el 25 % de las veces.

6. El valor aproximado de la frecuencia relativa asociada a obtener una suma igual a 7 tiende a 0,17 y el de obtener una suma mayor a 8 a 0,28.
7. Julián tiene mayor posibilidad de ganar, ya que el valor de la frecuencia relativa asociada a obtener una suma mayor a 8 es mayor que en el caso de obtener 7 puntos.
8. Si bien no se puede tener la seguridad de cuántas veces se debe lanzar el dado para ganar, se podría estimar que Julián debe lanzar el dado 30 veces y Fernanda, 50 veces.

Páginas 260 y 261

Complementa tu aprendizaje

Respuesta variada. Dependerá de los resultados obtenidos en cada actividad.

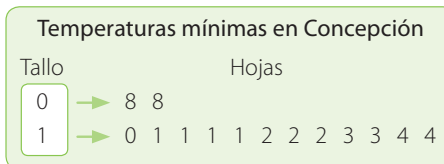
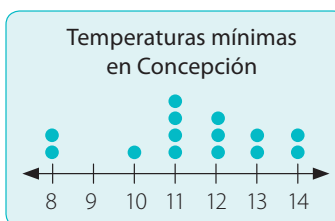
Páginas de la 262 a la 264

¿Qué aprendí? Evaluación final

Diagramas de puntos y de tallo y hojas

1. a. Ambos cursos tienen 21 estudiantes.
b. En el 6° A la mayoría de los estudiantes alcanzan a dar 2 o 3 vueltas y en el 6° B alcanzan a dar 4 vueltas.
c. El 6° B mostro mejor rendimiento, ya que en promedio los estudiantes dieron aproximadamente 3,4 vueltas y los del 6° A 3,2 vueltas.
2. a. Ambos jugaron durante 12 años.
b. El jugador 2, ya que convirtió 391 goles.
c. Respuesta variada. A continuación se muestran ejemplos.
- El jugador 1, marcó como mínimo 21 goles en un año, mientras que el jugador 2 convirtió 22 goles.
 - En promedio, el jugador 1 marcó aproximadamente 30,8 goles anualmente y el jugador 2; 32,6.

3. a.



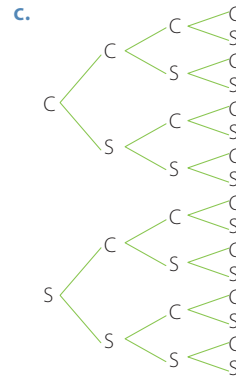
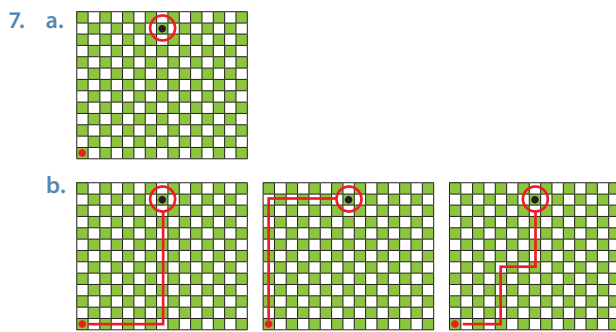
- b. La temperatura más baja fue 8 °C.
c. En 7 días las temperaturas fueron superiores a 11 °C.

Gráficos de barras dobles y circulares

4. a. El instrumento es el teclado.
b. 8 estudiantes prefieren teclado.
5. a. Verdadera. Se obtuvo 5 veces 2 puntos en el dado rojo y 2 veces en el verde.
b. Falsa. Se lanzó 29 veces el dado rojo.

6. a. El 6° B ha reunido más kilogramos.
b. La mayor diferencia es en septiembre.

Tendencia de resultados



8. a. CCC, CCS, CSC, CSS, SCC, SCS, SSC, SSS
b. Hay 3 posibilidades de obtener 1 sello y 2 caras.
c. La frecuencia relativa tiende a $\frac{1}{8}$.

A

Aleatorio: azaroso, que no se puede predecir.

Ángulo interior: es el formado por dos lados contiguos de un polígono y se encuentra dentro de este.

Área: medida de una superficie.

C

Círculo: región o área del plano delimitada por una circunferencia.

Cuadrado: cuadrilátero cuyos cuatro ángulos interiores miden 90° y sus lados tienen la misma medida.

Cuadrilátero: polígono de cuatro lados.

Cubo: cuerpo geométrico que tiene seis caras cuadradas congruentes.

D

Diagrama de árbol: modelo matemático que muestra todos los resultados posibles para una serie de sucesos.

Diámetro: cuerda de mayor longitud en una circunferencia.

E

Ecuación: igualdad entre dos expresiones algebraicas en la que hay uno o varios valores desconocidos.

Evento o suceso: subconjunto del espacio muestral.

Experimento aleatorio: experimento en el que no se tiene certeza de lo que pasará. Por lo tanto, no se puede predecir su resultado.

Experimento determinístico: experimento del cual se puede saber el resultado.

Expresión algebraica: términos algebraicos relacionados entre sí mediante operaciones de adición o sustracción.

Expresión numérica: expresión formada solo por números y operaciones matemáticas.

F

Figura imagen: figura resultante al aplicar una transformación isométrica.

Figuras congruentes: tienen la misma forma y tamaño.

Fracción impropia: fracción en la que el numerador es mayor que el denominador.

Fracción irreducible: fracción que no se puede seguir simplificando.

Fracción propia: fracción en la que el numerador es menor que el denominador.

Fracciones equivalentes: representan la misma parte del entero.

Frecuencia absoluta: número de veces que se repite un determinado valor en la variable estadística que se estudia.

Frecuencia relativa: es la razón entre la frecuencia absoluta y el total de datos de la muestra o población.

G

Grado sexagesimal: ángulo que se obtiene al dividir la circunferencia en 360° .

Gráfico de barras simples: está formado por barras cuya altura es proporcional a la frecuencia de cada uno de los valores de la variable.

Gráfico de líneas: muestra los datos como un conjunto de puntos conectados mediante una sola línea.

H

Hexágono: polígono de seis lados.

I

Igualdad: equivalencia de dos expresiones o cantidades, las cuales tienen el mismo valor.

Incógnita: cada una de las variables que aparecen en una ecuación o inecuación que son desconocidas.

L

Longitud: distancia entre dos puntos.

M

Mínimo común múltiplo (mcm): menor de los múltiplos comunes entre dos o más números naturales.

N

Número compuesto: tiene más de dos divisores.

Número decimal: número formado por una parte entera y una parte decimal separada por una coma decimal.

Número mixto: número representado por un número entero y por una fracción.

Número primo: tiene solo dos divisores, que son el número 1 y el propio número.

O

Octágono: polígono de ocho lados.

P

Paralelepípedo: prisma limitado por seis paralelogramos, paralelos dos a dos. Sus caras opuestas tienen igual forma y tamaño.

Paralelogramo: cuadrilátero que tiene dos pares de lados paralelos.

Perímetro: medida del contorno de una figura. En un polígono se calcula como la suma de las medidas de sus lados.

Polígono: figura plana formada por una línea poligonal cerrada y su interior.

Porcentaje: razón cuyo consecuente es 100. Se representa por el símbolo %.

Promedio: cociente entre la suma de un grupo de valores y la cantidad de sumandos.

R

Razón: comparación de dos números mediante el cociente entre ellos.

Razones equivalentes: razones que tienen el mismo valor.

Recta numérica: representación ordenada de un conjunto numérico.

Rectángulo: paralelogramo en el que sus ángulos interiores miden 90° y sus lados opuestos tienen la misma medida.

S

Sector circular: parte de un círculo comprendida entre un arco de circunferencia y los radios correspondientes a sus extremos.

Secuencia: lista de elementos que se suceden unos a otros y guardan relación entre sí.

T

Término general: expresión que representa el valor de cualquier término de una secuencia.

Trapecio: cuadrilátero que tiene un par de lados paralelos.

Trapezoide: cuadrilátero que no tiene lados paralelos.

Triángulo: polígono de tres lados.

V

Valor de una razón: cociente entre el antecedente y el consecuente de una razón.

Variable cualitativa: variable que permite la expresión de una característica, una categoría, un atributo o una cualidad.

Variable cuantitativa: variable que adopta valores numéricos.

Volumen: medida del espacio que ocupa un cuerpo.

Bibliografía

Alsina, A. y Vásquez, C. (2016). La probabilidad en educación primaria. De lo que debería enseñarse a lo que se enseña. *Uno, Revista de la Didáctica de las Matemáticas*, 41, 46-52.

Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? *Blaix*, 15, 2-13.

Boza, A., Méndez, J. y Toscano, M. (2009). El impacto de los proyectos TIC en la organización y los procesos de enseñanza - aprendizaje en los centros educativos. *Revista de Investigación Educativa*, vol. 27, 1, 263-289.

Chamorro, C. (2003). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Madrid: Pearson Prentice Hall.

Chevallard, Y. (1997). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.

García, S. y López, O. (2008). *La enseñanza de la geometría*. México, D.F.: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.

Gómez-Chacón, M. (2002). *Afecto y aprendizaje matemático: causas y consecuencias de la interacción emocional*. Huelva: Universidad de Huelva.

Guzmán, I. (2002). *Didáctica de la matemática como disciplina experimental*. Chile: Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.

Herrera, V.; Montes, Y.; Cruz, A. y Vargas, A. (2010). Teselaciones: Una Propuesta para la Enseñanza y el Aprendizaje de la Geometría a Través del Arte. Memoria 11º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Jaramillo, L. (2012). *La proporcionalidad y el desarrollo del pensamiento matemático*. Medellín: Universidad Nacional de Colombia.

Julio, L. (2014). *Las transformaciones en el plano y la noción de semejanza*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

Mateos, M. (2001). *Metacognición y educación*. Buenos Aires: Editorial Aique.

Mato, M.; Espiñeira, E. y Chao, R. (2014). Dimensión afectiva hacia la matemática: resultados de un análisis en educación primaria. *Revista de Investigación Educativa*, vol. 32, 1, 57-72.

Mena, A. (2002). *Elementos de matemática: grupos*. Valparaíso: Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.

Ministerio de Educación (2012). Bases curriculares para la Educación Básica. Matemática. Santiago: Unidad de Currículum y Evaluación.

Ministerio de Educación (2013). Programa de estudio, Matemática, Sexto año básico. Santiago: Unidad de Currículum y Evaluación.

Murgiondo, J. y Tejedor, F. (2005). *Análisis descriptivo de Datos en Educación*. Madrid: La Muralla.

- Novak, J. (1988). *Aprendiendo a aprender*. Barcelona, España: Ediciones Martínez Roca S. A.
- Pujolàs, P. (2012). Aulas inclusivas y aprendizaje cooperativo. *Educatio Siglo XXI*, vol. 30, 1, 89-112.
- Rodríguez, E. (2011). La matemática y su relación con las ciencias como recurso pedagógico. *Números, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, vol. 77, 35-49.
- Saavedra Gallardo, E. (2005). *Contenidos básicos de Estadística y probabilidades*. Santiago: Editorial Universidad de Santiago.
- Vygotski, L. (1995). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Editorial Liberaf, S. A.
- Winston, H., Elphick, D. y equipo (2001). *101 Actividades para implementar los Objetivos Fundamentales Transversales*. Santiago: LOM Ediciones.

Webgrafía

- Agencia de Calidad de la Educación: <http://www.agenciaeducacion.cl>
- Educar Chile: <http://www.educarchile.cl>
- El paraíso de las matemáticas: <http://www.matematicas.net>
- Elige vivir sano: <http://www.eligevivirsano.gob.cl>
- M.C. Escher: <http://www.mcescher.com/gallery/symmetry/>
- Instituto Nacional de Estadísticas: <http://www.ine.cl>
- Ministerio de Educación: <http://www.mineduc.cl>
- Ministerio de Salud: <http://www.minsal.cl>
- Recursos matemáticos Redemat: <http://www.recursosmatematicos.com/redemat.html>
- Recursos matemáticos Eduteka: <http://www.eduteka.org>
- Real Academia Española de la lengua: <http://www.rae.es>
- Sociedad Chilena de Educación Matemática: <http://www.sochiem.cl>
- Sociedad de Matemática de Chile: <http://www.somachi.cl>
- Software geométrico: <http://www.geogebra.org>
- Software Regla y Compás: http://db-maths.nuxit.net/CaRMetal/index_es.html







Recursos Digitales Complementarios Matemática 6° Básico

Cada **Recurso Digital Complementario** que se generó para esta propuesta didáctica se basa en los **Objetivos de Aprendizaje** propios del nivel y de la asignatura.

N° RDC	N° unidad del Texto del Estudiante	N° página del Texto del Estudiante	Objetivo del RDC
RDC 1	1	30	Reconocer conocimientos previos y activar los aprendizajes.
RDC 2	1	58	Apoya el desarrollo de conocimientos y habilidades de la unidad.
RDC 3	1	76	Evaluar los conocimientos y habilidades adquiridos en la unidad.
RDC 4	2	98	Reconocer conocimientos previos y activar los aprendizajes.
RDC 5	2	110	Apoya el desarrollo de conocimientos y habilidades de la unidad.
RDC 6	2	128	Evaluar los conocimientos y habilidades adquiridos en la unidad.
RDC 7	3	146	Reconocer conocimientos previos y activar los aprendizajes.
RDC 8	3	156	Apoya el desarrollo de conocimientos y habilidades de la unidad.
RDC 9	3	174	Evaluar los conocimientos y habilidades adquiridos en la unidad.
RDC 10	4	228	Reconocer conocimientos previos y activar los aprendizajes.
RDC 11	4	240	Apoya el desarrollo de conocimientos y habilidades de la unidad.
RDC 12	4	256	Evaluar los conocimientos y habilidades adquiridos en la unidad.

Guía didáctica del docente - Tomo 2

Matemática 6^{Básico}

Ivette Juillet Miranda
Magdalena Martínez Segure



Edición especial para el
Ministerio de Educación
Prohibida su comercialización

